

透過位相誤差分布を使用した
サファイア鏡の複屈折推定の検証

東京工業大学 理学院物理学系

氏名: 阿部誉

学籍番号: 20M00202

指導教員: 宗宮健太郎 准教授

2022年2月7日

概要

重力波は、質量の非球対称な運動によって生じる時空の歪みが光速で伝播する現象であり、その高い透過性から、電磁波では観測が困難な天体内部構造の解明などが期待されている。現在、世界各地に複数の重力波望遠鏡が建設・運用されており、国際的なネットワークを形成して観測が行われている。その中で、日本の重力波望遠鏡 KAGRA は、反射鏡を約 23 K まで冷却することで熱雑音を低減するという特徴を有している。

KAGRA の反射鏡（テストマス）には、低温における優れた機械的特性を有するサファイア結晶が用いられている。一方で、サファイアは結晶学的に複屈折性を有し、 c 軸を除くすべての結晶軸方向において複屈折を示す。この問題を回避するため、反射鏡製作時には X 線回折によって結晶軸を決定し、光軸を c 軸に一致させる設計が採用された。しかし、KAGRA への実装後、複屈折の影響により、入射した S 偏光の一部が P 偏光へ変換されていることが確認された。KAGRA の干渉計において P 偏光は光学的損失となるため、感度低下を引き起こす要因となる。

さらに、測定の結果、テストマス内部の複屈折分布に非一様性が存在することが明らかとなった。この非一様な複屈折は、透過光の空間モードを乱し、基底モードに加えて高次モードを励起する要因となる。これにより、干渉計内部において不要な高次モード成分が生成され、光学ゲインの低下や制御信号の品質劣化を引き起こす可能性が示唆された。反射鏡の特性評価段階では、 c 軸の局所的な揺らぎは問題視されておらず、複屈折の空間分布は測定されていなかった。したがって、複屈折が KAGRA の性能に与える影響を定量的に評価するには、追加の検証が必要である。

複屈折問題への対策を検討するためには、テストマスの複屈折分布を早急に把握する必要がある。しかし、他の測定スケジュールとの兼ね合いや、反射鏡を真空層から取り出すことによる汚染リスクを考慮すると、新たな測定を行うことは容易ではない。そこで、本研究では、既に取得されている透過位相誤差分布（Transmission Wavefront Error map, TWE マップ）を用いて複屈折分布を類推する手法に着目した。

本手法は、複屈折によって高速軸と低速軸の間に位相差が生じることに基づき、複数の直線偏光に対する TWE マップを比較することで、高速軸の方向および複屈折量を推定するものである。この手法は新しい複屈折測定法であるが、これまで実験的な妥当性は示されていなかった。

本論文では、KAGRA スペア全反射鏡を試料として、偏光ビームスプリッターを用いて透過光を偏光成分ごとに分離し、その偏光比から複屈折分布を求める手法と、TWE マップによる類推法から得られた分布とを比較することで、TWE マップを用いた類推法の実験的妥当性を検証することを目的とする。測定の結果、両手法には実験的および解析的に改善の余地が残されているものの、共通した空間的パターンが確認され、TWE マップを用いた複屈折分布類推法の有効性が示唆された。

本手法の確立により、KAGRA 部分反射鏡における複屈折分布の詳細な推定が可能となり、複屈折が干渉計の感度に与える影響を定量的に評価するための基礎となる。

Abstract

Gravitational waves are a phenomenon in which the distortion of space-time due to the non-spherical motion of mass propagates at the speed of light. Because of their ability to pass through matter, they are expected to provide information on the internal structure of celestial bodies, which cannot be determined by electromagnetic waves.

There are several gravitational wave telescopes in the world, and they work together to observe gravitational waves. One of them, the Japanese gravitational wave telescope KAGRA, is equipped with a cryogenic system to cool the mirrors down to 23 K to reduce thermal noise. The mirrors of KAGRA are made of sapphire, which has excellent thermal and mechanical properties at low temperatures. Sapphire has a hexagonal crystalline structure which shows birefringence properties along all the crystalline axis with the exception of the c-axis. To prevent the problem of birefringence in the interferometer, the crystalline axis was determined by X-ray diffraction and the optical axis was aligned to the c-axis of the sapphire. However, when the mirror was mounted in KAGRA, it was found that a part of the incident S-polarized light was converted to P-polarized light due to birefringence.

In KAGRA, the conversion of s-polarization to p-polarization is equivalent to an optical loss, which reduces the sensitivity. In addition, the measurements confirmed non-uniformity in the birefringence spatial distribution of the test mass, which also causes problems in terms of control. The birefringence inhomogeneity was not measured during the characterization phase of the mirror because local anisotropies of the c-axis were not considered a problem, therefore there is no possibility to estimate the impact of birefringence in KAGRA. In order to find a solution to the birefringence problem, we need to measure the birefringence distribution of the test mass as soon as possible. However, due to concerns about other measurement schedules and the possibility of contamination by removing the mirror from the vacuum system, there is a desire to estimate the birefringence distribution from the data that has already been measured.

For this reason, a calculation method was developed using the already measured Transmitted Wavefront Error maps (TWE maps). In this method, the direction of the fast axis and the magnitude of the birefringence are estimated by comparing the TWE maps for multiple linearly polarized light orientation, thanks to the fact that the phase difference between the fast and slow axes relates to birefringence. This method is a new birefringence measurement method, and its validity has not been demonstrated experimentally.

In this thesis, using a KAGRA spare END test mass as a sample, I aim to demonstrate the experimental validity of the birefringence calculation method by comparing the birefringence distribution, which is directly measured by taking the ratio of the transmitted power in each polarization, with the distribution produced by the calculation from the TWE maps.

The establishment of this method enables a detailed estimation of the birefringence distribution in KAGRA mirrors and provides a basis for quantitatively evaluating its effect on the interferometer sensitivity.

目次

概要	1
Abstract	2
1 重力波	5
1.1 重力波の線型導出	5
1.2 重力波の発生	8
1.3 重力波源	9
2 重力波検出器	10
2.1 重力波検出の歴史	10
2.2 レーザー干渉計型検出器の動作原理	10
2.3 検出器の指向性	12
2.4 ファブリペロー干渉計型重力波検出器	13
2.5 重力波検出器の雑音源	15
2.5.1 地面振動雑音	15
2.5.2 熱雑音	16
2.5.3 ショット雑音	16
2.5.4 輻射圧雑音	16
3 複屈折	17
3.1 複屈折の記法	17
3.2 偏光の回転	21
3.3 Jones 行列の一意性と内部の複屈折非一様性	22
3.4 KAGRA における複屈折	23
3.4.1 KAGRA のサファイア反射鏡	23
3.4.2 KAGRA における複屈折問題	26
4 実験原理	28
4.1 TWE マップによる類推	28
4.1.1 透過位相誤差分布 (TWE マップ)	28
4.1.2 TWE マップにおける複屈折	30
4.2 直接測定法	32
4.2.1 セットアップの概要	32
4.2.2 直接測定法の解析	35
4.2.3 実験手順	36
4.3 それぞれの手法の利点について	39
4.4 複屈折分布の比較	39
4.5 測定対象について	39

5	実験結果	41
5.1	TWE マップによる類推法	41
5.1.1	TWE マップの作成	41
5.1.2	TWE マップのセンタリングと曲率の除去	41
5.1.3	回転角 ξ の決定	43
5.1.4	複屈折分布の作成	45
5.1.5	同一のマップを用いた場合の回転角 ξ の組み合わせについて	47
5.1.6	Δn の導出方法についての確認	49
5.1.7	異なる TWE マップの組み合わせについて	53
5.1.8	TWE マップの回転角ミスマッチについて	57
5.1.9	物性を踏まえた複屈折分布の妥当性	58
5.2	直接測定法	59
5.2.1	半波長板、1/4 波長板の調整	59
5.2.2	偏光分布の作成	60
5.2.3	複屈折分布の作成	61
6	TWE マップによる類推法と直接測定法の比較	62
6.1	Δn の分布の比較	62
6.2	Δn の値について	63
6.3	それぞれの手法における θ の相関の相違について	64
7	結論	66
	付録	68
A	TWE マップを用いた複屈折分布	68
B	直接測定法による複屈折分布	84

1 重力波

重力波は質量を持つ物体の非球対称な加速度運動によって生じる時空の歪みが波として伝播する現象である。本章では Einstein 方程式から重力波の波動方程式を導出し、重力波の発生源について述べる。

1.1 重力波の線型導出

重力波は Einstein 方程式を線形近似することで導出される [1]。本節でその導出過程を示す。まず、重力場が存在しない時空 (Minkowski 時空) では、2 点間の微小距離 ds は

$$ds^2 = \sum \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1)$$

$$= \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2)$$

と表される。本論文ではギリシャ文字の添え字は 0,1,2,3 を取り、上下に同じ添え字を持つものに対しては断りなく総和を取るものとする (Einstein の縮約) また、 $\eta_{\mu\nu}$ は Minkowski 計量であり、

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

重力場により時空が歪んでも微小距離 ds は不変なので、重力場が存在するときの計量 $g_{\mu\nu}$ は一般座標変換を用いて

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (4)$$

$$= \eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\beta} dx'^\alpha dx'^\beta \quad (5)$$

$$= g_{\alpha\beta} dx'^\alpha dx'^\beta \quad (6)$$

と表すことができる。テンソルは座標系に依らないので、あらゆる計量において以下の Einstein 方程式が成り立つ。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \quad (7)$$

ここで $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルであり、左辺は Ricci テンソル $R_{\mu\nu}$ 、Ricci スカラー R で以下のように計量を用いて定義される。

$$R_{\mu\nu} \equiv R^\lambda{}_{\mu\lambda\nu} \quad (8)$$

$$R \equiv R^\mu{}_\mu \quad (9)$$

$$R^\mu{}_{\nu\lambda\kappa} \equiv \Gamma^\mu{}_{\nu\kappa,\lambda} - \Gamma^\mu{}_{\nu\lambda,\kappa} + \Gamma^\mu{}_{\lambda\sigma} \Gamma^\sigma{}_{\nu\kappa} - \Gamma^\mu{}_{\sigma\kappa} \Gamma^\sigma{}_{\nu\lambda} \quad (10)$$

$$\Gamma^\mu{}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} (g_{\sigma\nu,\lambda} + g_{\sigma\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\sigma}) \quad (11)$$

ここで添え字の λ は x^λ 方向の偏微分を表している。

ここで重力波が真空中を伝播する場合を考える。真空中なので、 $T_{\mu\nu} = 0$ であり、計量を Minkowski 計量 $\eta_{\mu\nu}$ と重力波による計量の変化 $h_{\mu\nu}$ に分解する。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (12)$$

重力波による計量の変化 $h_{\mu\nu}$ が微小であると仮定し、 $h_{\mu\nu}$ の一次までで近似すると Einstein 方程式は

$$\frac{1}{2}(h^\delta{}_{\nu,\mu\delta} + h^\delta{}_{\mu,\nu\delta} - \square h_{\mu\nu} - h_{,\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}(h^\delta{}_{\delta\sigma} - \square h)) = 0 \quad (13)$$

となる。ここで、

$$h = h^\mu{}_\mu \quad (14)$$

$$\square = \partial_\mu \partial^\mu \quad (15)$$

とした。ここで計量を

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (16)$$

と置き換えると

$$\bar{h} \equiv \bar{h}^\mu{}_\mu = -h \quad (17)$$

である。これらを用いて (13) 式を書き直すと

$$-\square h_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}\bar{h}^\delta{}_{\delta\sigma} + \bar{h}^\delta{}_{\nu,\mu\delta} + \bar{h}^\delta{}_{\mu,\nu\delta} = 0 \quad (18)$$

一般相対論では計量の取り方に自由度があるので、座標系の条件を決めることで 4 つ自由度を減らすことができる。そこでゲージ条件として調和条件

$$\bar{h}^\rho{}_{\mu,\rho} = 0 \quad (19)$$

を課す。このとき (18) 式は

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (20)$$

となり、波動方程式の形となる。

ここまでに課された条件は

$$\bar{h}_{\mu\nu} = \bar{h}_{\nu\mu} \quad (21)$$

$$\bar{h}^\rho{}_{\mu,\rho} = 0 \quad (22)$$

であり、独立な自由度は 16 から 6 に減少する。(19) 式を満たす座標系は複数あるため、更に座標の条件を以下のように定めることができる。

$$x'^\mu = x^\mu + \xi^\mu \quad (\xi^\mu \ll 1) \quad (23)$$

この座標変換に対して、計量は

$$g'_{\mu\nu}(x'^\sigma) = g_{\alpha\beta}(x'^\sigma) \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \quad (24)$$

$$= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} - \xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu} \quad (25)$$

したがって、 $h'_{\mu\nu}$ は

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu} \quad (26)$$

$$\text{また、}\bar{h}' = \bar{h} - 2\xi^\mu_{,\mu} \quad (27)$$

よって、 $\bar{h}'_{\mu\nu}$ は

$$\bar{h}'_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - (\xi_{\mu,\nu} + \xi_{\nu,\mu} - \eta_{\mu\nu}\xi^\rho_{,\rho}) \quad (28)$$

これを用いて計算すると、 $\bar{h}'^\rho_{\mu,\rho}$ は

$$\bar{h}'^\rho_{\mu,\rho} = \bar{h}^\rho_{\mu,\rho} - \xi^\rho_{\mu,\rho} \quad (29)$$

したがって、 $\xi^\rho_{\mu,\rho} = 0$ を満たす座標変換に対して、調和条件は不変であることが示される。この条件を用いて更に4つの自由度を制限することができるため、重力波の物理的な意味を持つ自由度は2つであることが示される。

重力波が x^3 方向から到来するとき、重力波が及ぼす計量の変化 $h_{\mu\nu}$ を

$$\bar{h}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp[-ik(ct - z)] \quad (30)$$

と表される。 k は重力波の波数である。慣例として h_+ を+(プラス)モード、 h_\times を×(クロス)モードと呼ぶ。それぞれのモードのみを持つ重力波が到来した際の時間変化を図1および図2に示す。

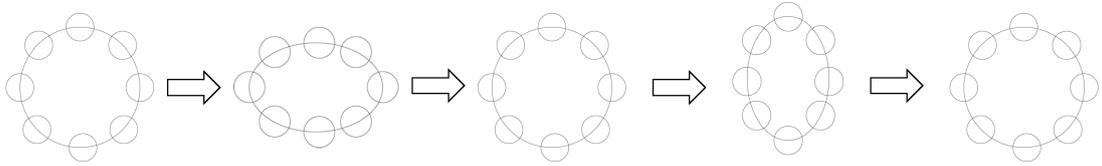


図 1: + mode

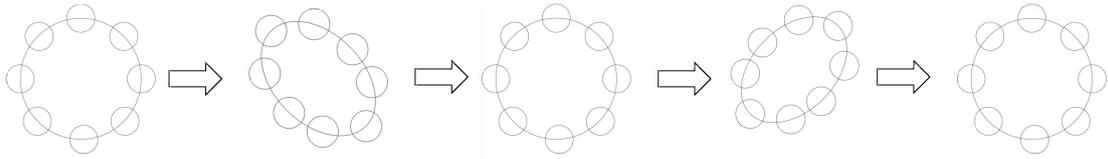


図 2: × mode

1.2 重力波の発生

波動方程式を解くと Green 関数を用いて、

$$h^{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T^{\mu\nu}(t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|/c, \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d\mathbf{x}' \quad (31)$$

と表される。

位置 $|\mathbf{x}| \equiv r$ が重力波の発生源より十分に大きく、波源の時間変動が光速に比べて十分ゆっくりであるとする¹と、(31) 式を展開することができ、

$$h^{ij}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{rc^4} \int \sum_{m=0} \frac{\partial^m}{\partial t^m} T^{ij}(t - r/c, \mathbf{x}') \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}')^m}{m!} d\mathbf{x}' \quad (32)$$

ここで $\mathbf{n} \equiv \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ は観測方向の単位ベクトルである。

最低次の $m = 0$ について考える。すなわち、

$$h^{ij} = \frac{4G}{rc^4} \int T^{ij}(t - r/c, \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (33)$$

ここで、 T^{ij} を変形すると、

$$T^{ij} = T^{il} \delta^j_l \quad (34)$$

$$= T^{il} \frac{\partial x^j}{\partial x^l} \quad (35)$$

$$= \frac{\partial T^{il} x^j}{\partial x^l} - \frac{\partial T^{il}}{\partial x^l} x^j \quad (36)$$

Bianchi 恒等式より $T^{\mu\nu}{}_{;\nu} \sim T^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$ が成り立つため、

$$T^{ij} = \frac{\partial T^{il} x^j}{\partial x^l} + \frac{\partial T^{i0}}{\partial t} x^j \quad (37)$$

T^{i0} について同様の手順を行うと、

$$T^{i0} = T^{0l} \frac{\partial x^i}{\partial x^l} \quad (38)$$

$$= \frac{\partial T^{0l} x^i}{\partial x^l} - \frac{\partial T^{0l}}{\partial x^l} x^i \quad (39)$$

$$= \frac{\partial T^{0l} x^i}{\partial x^l} + \frac{\partial T^{00}}{\partial t} x^i \quad (40)$$

となる。これを上式に代入すると、

$$T^{ij} = \frac{\partial T^{il} x^j}{\partial x^l} - x^j \frac{\partial}{\partial x^l} \left(\frac{\partial T^{kl}}{\partial x^k} x^i \right) + \frac{\partial^2 T^{00}}{\partial t^2} x^i x^j \quad (41)$$

書き直すと

$$T^{ij} = \frac{\partial}{\partial x^l} \left(T^{il} x^j + T^{jl} x^i - \frac{\partial T^{kl}}{\partial x^k} x^i x^j \right) - T^{ij} + \frac{\partial^2 T^{00}}{\partial t^2} x^i x^j \quad (42)$$

¹この操作をスローモーション近似と呼ぶ。

第一項は発散の形になっているため、ガウスの定理により消去されるため、

$$\int T^{ij} d^3x = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int T^{00} x^i x^j d^3x \quad (43)$$

ここで、四重極モーメント I_{ij} を

$$I_{ij} \equiv \int \rho x_i x_j d^3x \quad (44)$$

として、

$$h_{ij} = \frac{2G}{rc^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} I_{ij} \quad (45)$$

と表すことができる。この式から重力波は物体の加速度運動から生じ、最低次は四重極放射であることが示される。

ここで重力波の振幅のオーダーを評価する。太陽質量程度の中性子星連星がおおよそ 20Mpc 離れているおとめ座銀河団に存在し、連星合体を起こしたと仮定すると、 $h_{ij} \sim 5 \times 10^{-22}$ 程度である。

1.3 重力波源

重力波は、その放射の最低次が四重極放射であるため、球対称な質量分布からは放射されない。したがって、重力波は非球対称な質量分布が時間的に変化する場合にのみ発生する。単一の天体が直線運動や等速運動を行う場合には重力波は放射されず、非球対称な運動、特に質量分布の二階時間微分が非零となるような運動が必要となる。

この性質から、重力波の主な発生源としては、ブラックホールや中性子星からなる連星系が挙げられる。これらの天体は互いの重力相互作用により公転運動を行い、その過程で非球対称な質量分布が周期的に変化するため、効率よく重力波を放射する。

また、重力波の発生源としては、非球対称な超新星爆発も重要である。超新星爆発においては、中心核の崩壊過程や物質の非対称な噴出により、質量分布が素早く時間変化するため、重力波が放射されると考えられている。この場合、放射される重力波には爆発機構や中心核の物理状態に関する情報が含まれている。

電磁波とは異なる重力波の性質として、高い透過性が挙げられる。重力波は物質との相互作用が極めて弱いいため、連星合体中の高密度な内部構造や、超新星爆発時の中心核の状態といった、電磁波では直接観測することが困難な領域からの情報を地球までほぼ減衰なく伝えることができる。このため、重力波観測は電磁波観測を補完する新たな天体観測手法として、高密度物質の性質や極限的な重力場の検証において重要な役割を果たすことが期待されている。

2 重力波検出器

重力波は振幅が極めて小さく、直接検出するのは困難である。本章では重力波検出器の歴史とレーザー干渉計型検出器の原理とその雑音源について述べる。

2.1 重力波検出の歴史

1916年に Einstein により重力波の存在が予言されたが、重力波の検出には高い感度が要求されるため、長い間直接観測はされなかった。1974年に Hulse と Taylor が連星パルサーを発見し、その公転周期が減少していることが明らかになった。これは重力波によって連星系のエネルギーが持ち去られたことによる影響であり、一般相対論から得られる理論値と測定値が高い精度で一致していた。これにより、重力波の存在は間接的に証明された。1960年代には直接検出するための装置として、Weber が考案した共振型検出器が研究されていたが、測定の難しさから、現在ではレーザー干渉計型検出器が主流となっている。レーザー干渉計型検出器は各国が巨大なものを開発し続け、2015年にアメリカの Advanced LIGO[5] によって連星ブラックホールの合体による重力波が直接検出された [3]。その後、観測チームに Advanced VIRGO[6] が加わり、2017年に中性子星連星の合体による重力波が検出された [4]。

2.2 レーザー干渉計型検出器の動作原理

レーザー干渉計型検出器は自由質量型検出器とも呼ばれている。これは鏡を振り子で吊ることにより、振り子の共振周波数よりも大きい重力波に対しては自由落下している系として近似できるからである。共振型検出器と比較して、物体の共振を用いていないため、応答が周波数に対して平坦で観測帯域幅が広く取れることが利点である。

レーザー干渉計検出器は、基本的にマイケルソン干渉計の構成を持つ。レーザーをビームスプリッター (BS) に入射させ、直交する 2本の経路に分ける。それぞれの反射鏡によって往復し、再びビームスプリッターに戻る。この時に位相差が生じると、光の強度が変化する。この強度変化をフォトディテクター (PD) で測定して重力波を検出するのがレーザー干渉計型検出器である。

重力波とレーザー干渉計との相互作用の記述には二つの立場があり、光が重力波による力を受けて位置を変えらるというものと、鏡などの位置を変えずに計量が重力波により変化するというものがある。TT ゲージを用いると計算が簡単になることから、後者の考え方で計算を進める。ここでは簡単のため、+modeのみを考え、重力波が z 軸方向から伝播する場合を扱う。 z 軸から重力波が入射するときの線素は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1+h)dx^2 + (1-h)dy^2 + dz^2 \quad (46)$$

x 軸上に沿う光について考えるとき、 $dy = dz = 0$ 。また、光の伝播は $ds^2 = 0$ で求められるので

$$\frac{dx}{dt} = \pm \frac{c}{\sqrt{1+h}} \quad (47)$$

ここで、符号はそれぞれ x 軸の正に進む光、負に進む光に対応している。

ビームスプリッターに入射した時刻を t_1 として、 x 軸方向に距離 l_1 を往復してビームスプリッターに戻ってきた時刻を t とする。(47) 式より

$$\int_{t_1}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{1}{c} \left[\int_0^{l_1} dx + \int_{l_1}^0 dx \right] = \frac{2l_1}{c} \quad (48)$$

t についての積分を h の 1 次で近似すると、

$$\int_{t_1}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' = \frac{2l_1}{c} \quad (49)$$

と書き直すことができる。

ここで重力波の影響がない時 ($h(t) = 0$) のことを考えると、

$$t - t_1 = \int_{t_1}^t dt' = \frac{2l_1}{c} \quad (50)$$

重力波の影響があるとき、ビームスプリッターに入射した時刻を t'_1 とすると、上の積分は

$$t - t'_1 = \int_{t'_1}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' \quad (51)$$

ここで、 $h \ll 1$ のとき、 $t_1 \simeq t'_1$ と近似できる。すると、上式は

$$\begin{aligned} - \int_{t'_1}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' &\simeq - \int_{t_1}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' \\ &= - \int_{t - \frac{2l_1}{c}}^t \left(1 - \frac{1}{2}h(t') \right) dt' \end{aligned} \quad (52)$$

と書き直せる。 y 軸についても同様に計算すると、ビームスプリッターに再び戻ってきた光の位相差はレーザーの周波数を Ω として

$$\Delta\phi = \Omega[(t - t'_1) - (t - t'_2)] \simeq -\frac{2\Omega(l_1 - l_2)}{c} - \Delta\phi_{GW}(t) \quad (53)$$

となる。ここで $\Delta\phi_{GW}(t)$ は

$$\Delta\phi_{GW}(t) = \Omega \int_{t - \frac{2l}{c}}^t h(t') dt' \quad (54)$$

である。 $l_1 \sim l_2 = l$ とした。(53) 式第 1 項は静的な位相差を表している。

ここで $h(t)$ の変化が十分に遅いとき

$$\Delta\phi_{GW}(t) \simeq \frac{4\pi}{\lambda} h(t) l \quad (55)$$

と書けるので、 l が大きいほど検出器の感度が上がることが分かる。しかし、この近似は基線長が数十 m を超えると成り立たないのでより正確に考える必要がある。

$h(t)$ をフーリエ変換すると、

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (56)$$

これを用いて

$$\begin{aligned}
\Delta\phi_{GW}(t) &= \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t h(t') dt' \\
&= \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t'} d\omega dt' \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) e^{-i\frac{\omega l}{c}} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} H_M(\omega) h(\omega) d\omega
\end{aligned} \tag{57}$$

ここで

$$H_M(\omega) \equiv \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \tag{58}$$

としている。ここで Ω は光の周波数である。 $H_M(\omega)$ は周波数 ω に対する応答関数となっている。 ω をある周波数 ω_0 固定して基線長 l を変化させるものとして考えると、 $\frac{\omega_0 l}{c} = \frac{\pi}{2}$ で絶対値が最大になる。例えば、 $\frac{\omega_0}{2\pi} = 1\text{kHz}$ のとき、 $l = 75\text{km}$ となる。

2.3 検出器の指向性

前節では干渉計に対して最も感度が高い状態で入射した場合を考えたが、実際には様々な方向から入射する可能性がある。ここでは、より一般的な状態で検出器の感度について考える。

検出器の腕が x, y 軸に沿うように座標系を考え、重力波の波数 k を極座標で表すと、

$$\mathbf{k} = -(\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta) \tag{59}$$

重力波の伝播方向に沿う座標系での成分は

$$h'_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos\left(\omega\left(\frac{t-z'}{c}\right)\right) \tag{60}$$

とかけるとき、この重力波の空間成分を検出器の座標系で書き直すとき、 ϕ 方向の回転行列は

$$R(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{61}$$

同様に θ 方向は

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{62}$$

となるので、検出器に固定された座標系で表すと、

$$h_{ij} = R(\theta)R(\phi)h'_{ij}R^{-1}(\phi)R^{-1}(\theta) \quad (63)$$

この検出器で観測できるのは h_{11} 成分と h_{22} 成分で具体的には

$$h_{11} = h_+(\cos^2 \theta \cos^2 \phi - \sin^2 \phi) + 2h_\times \cos \theta \sin \phi \cos \phi \quad (64)$$

$$h_{22} = h_+(\cos^2 \theta \sin^2 \phi - \cos^2 \phi) - 2h_\times \cos \theta \sin \phi \cos \phi \quad (65)$$

よって、重力波による寄与 h_{eff} は

$$h_{eff} = \frac{h_{xx} - h_{yy}}{2} = h_+ \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \cos 2\phi + h_\times \cos \theta \sin 2\phi \quad (66)$$

となる。この結果からも $\theta = 0$ の時に感度が最大になることが分かる。また、 h_+ について $\theta = \frac{\pi}{2}$ のときに感度が半分になることが分かる。重力波は非常に遠方からやってくるため、地球の中ではどこも同じ程度の大きさで到来すると考えられる。そこで地球上の様々な場所に重力波検出器を設置し、設置角度と信号の大きさを比較することで到来方向が予測できる。

2.4 ファブリペロー干渉計型重力波検出器

2.2 節より、1kHz の重力波を検出しようとする $l = 75\text{km}$ もの基線長が必要となる。このような大型の検出器を作るのは難しいため、光を何度も往復させて光路長を稼ぐ方法をとるのが一般的である。

このような手法は 2 通りあり、光が重ならないように往復させるディレイライン方式と多重干渉を利用するファブリペロー方式である。ディレイライン方式は光を往復させる際に鏡の違う点で反射させることになる。往復する回数が増えると大きな鏡が必要となり、鏡の製作や機械振動の制御などに問題が出てくるため、近年はファブリペロー方式が主流である。ファブリペロー干渉計型検出器は、2 枚の鏡を向かい合わせて光を往復させる。(図 3)

ビームスプリッターに近いほうの鏡の振幅透過率を t_1 、振幅反射率を r_1 とし、ビームスプリッターに遠いほうの鏡を同様に t_2, r_2 とする。干渉計の腕の長さが l のとき、入射波を $A_i(t) = e^{i\Omega t}$ とすると反射波は

$$A_r(t) = i \left[r_1 e^{i\Omega t} - \frac{t_1^2}{r_1} \sum_{n=1}^{\infty} [(-r_1 r_2)^n e^{i\Omega \tau_n}] \right] \quad (67)$$

となる。ここで $\tau_n = t - \frac{2ln}{c}$ は n 回往復後の遅延時間である。無限級数を計算すると、

$$A_r(t) = i e^{i\Omega t} \left[r_1 + \frac{t_1^2 r_2 \exp\left(\frac{-2i\Omega l}{c}\right)}{1 + r_1 r_2 \exp\left(\frac{-2i\Omega l}{c}\right)} \right] \quad (68)$$

となる。反射波が最大となるときは $\exp\left(\frac{-2i\Omega l}{c}\right) = 1$ のときであり、これが共振条件となる。これを満たす周波数は複数あり、 $\nu_{FSR} \equiv \frac{\Omega}{2\pi}$ とし、

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{2l} \quad (69)$$

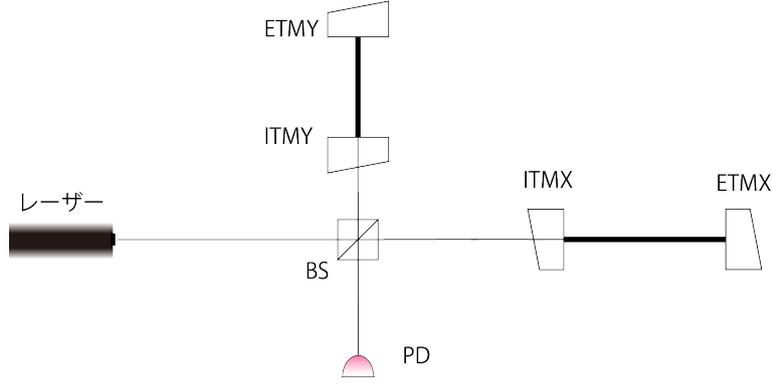


図 3: Fabry-perot 干渉計の模式図

ごとにみられる。

ここで、周波数 ω の重力波が存在するとき、 τ_n に対する条件が

$$\int_{\tau_n}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{2ln}{c} \quad (70)$$

で与えられる。ここで、2.2 節と同様に h の 1 次で近似すると

$$e^{i\Omega\tau_n} = e^{i\Omega(t-\frac{2l}{c}n)} \left[1 - i\frac{\Omega}{2} \int h(\omega)e^{i\omega t} \frac{1 - \exp(-\frac{2i\omega l n}{c})}{i\omega} d\omega \right] \quad (71)$$

(67) 式の無限級数を計算すると

$$A_r(t) = ie^{i\Omega t} \left[r_1 + a(\Omega) - \frac{i\Omega}{2} \int h(\omega)e^{i\omega t} \frac{a(\Omega) - a(\Omega + \omega)}{i\omega} d\omega \right] \quad (72)$$

ここで $a(\omega)$ は

$$a(\omega) \equiv \frac{t_1^2 r_2 \exp(-\frac{2i\omega l}{c})}{1 + r_1 r_2 \exp(-\frac{2i\omega l}{c})} \quad (73)$$

で定義される。入射波が (69) 式を満たしていた時、

$$A_r(t) = ie^{i\Omega t} \left(r_1 - \alpha_c + i\frac{\Delta_{GW}(t)}{2} \right) \quad (74)$$

$$\Delta_{GW}(t) = \int h(\omega)e^{i\omega t} H_{FP}(\omega) d\omega \quad (75)$$

$$H_{FP}(\omega) = \frac{2\alpha_c \Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) e^{-\frac{i\omega l}{c}} \frac{1}{1 - r_1 r_2 \exp(-\frac{2i\omega l}{c})} \quad (76)$$

$$\alpha_c = \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2} \quad (77)$$

となる。ここで $i\Delta_{GW}$ は側帯波を表している。ここで (74) 式は

$$\begin{aligned} A_r(t) &= ie^{i\Omega t} \left(r_1 - \alpha_c + i \frac{\Delta_{GW}(t)}{2} \right) \\ &\sim i(r_1 - \alpha_c) \exp \left[i \left(\Omega t + \frac{\phi_{GW}(t)}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (78)$$

$$\phi_{GW}(t) \equiv \frac{\Delta_{GW}(t)}{r_1 - \alpha_c} \quad (79)$$

ここでは、重力波の影響は小さいとして近似を行った。この式から側帯波の項は位相を変えることが分かる。

また、応答関数の絶対値を考えると、

$$|H_{FP}(\omega)| = \frac{2\alpha_c\Omega}{\omega(1-r_1r_2)} \frac{|\sin \frac{\omega l}{c}|}{\sqrt{1+F \sin^2 \frac{\omega l}{c}}} \quad (80)$$

$$F \equiv \frac{4r_1r_2}{(1-r_1r_2)^2} = \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \quad (81)$$

ここで \mathcal{F} はフィネスと呼ばれ、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1r_2}}{1-r_1r_2} \quad (82)$$

ここで、 $r_2^2 + t_2^2 \simeq 1$ 、 $t_2 \ll t_1$ 、 $\frac{l\omega}{c} \ll 1$ が成り立つとき、

$$|H_{FP}(\omega)| \sim \frac{4}{t_1^2} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} |H_M(\omega)| \quad (83)$$

となり、ローパスフィルタのような挙動を示す。また、カットオフ周波数以下の部分では感度が上昇する。

KAGRA をはじめとした現在の大型重力波検出器では Fabry-Perot 共振器が導入され、高感度化が実現されている。

2.5 重力波検出器の雑音源

感度を上昇させるだけでなく、感度を妨げるような雑音源を減らすような努力も必要となる。以下で主要な雑音源について触れる。

2.5.1 地面振動雑音

地面振動雑音はその名の通り、地震などの地面のわずかな振動である。レーザー干渉計型検出器では鏡を懸架し、自由質点として扱う必要があり、共振周波数が低い懸架系にすることが要求される。それでも地面からの振動を無視することはできないため、雑音信号として現れる。地面振動雑音の振幅スペクトルは一般的に周波数の二乗に反比例することが知られており、現在のレーザー干渉計型検出器の性能だと 10Hz 以下の周波数帯域で感度を制限する。これを抑制するために、振り子を多段振り子にしている。また、KAGRA では地下に建造することでさらに地面振動雑音を低減している。

2.5.2 熱雑音

熱雑音は熱浴と鏡や懸架系でエネルギーをやり取りすることで揺らぎが生じることで発生する。揺動散逸定理により、熱雑音の振動スペクトルは温度に比例し、Q 値に反比例する。KAGRA[7]では、熱雑音を低減するために鏡を 23K まで冷却する。また、低温における Q 値が高いことから鏡の基材にサファイアを用いる。10 ~ 100Hz 帯で感度を制限する。

2.5.3 ショット雑音

ショット雑音は光子の量子性からもたらされる原理的な雑音である。Heisenberg の不確定性原理により、検出される光の強度=光子の数が揺らぐことが原因で発生する。ショット雑音は周波数によらないホワイトノイズであり、100Hz 以上の高周波帯域で感度を制限する。

2.5.4 輻射圧雑音

光が鏡で反射される際には、光子が鏡による運動量の変化を受けることになる。このとき、鏡も反作用で力を受けることとなる。これを輻射圧と呼ぶ。光子数が揺らぐことによって輻射圧も同時に揺らぎ、鏡が受ける力が変動することで鏡が揺れる。10Hz~100Hz 帯で感度を制限する。

ショットノイズと同様に原理的な雑音であり、この二つが制限する感度のことを標準量子限界と呼ぶ。重力波望遠鏡は更なる感度向上を目指しており、スクイーミング技術を取り入れて量子雑音の帯域を変化させる手法が研究されている [14]。

設計段階の感度曲線は以下ようになる (図 4)。実際は今挙げたもの以外にも多くのノイズ源が存在する。

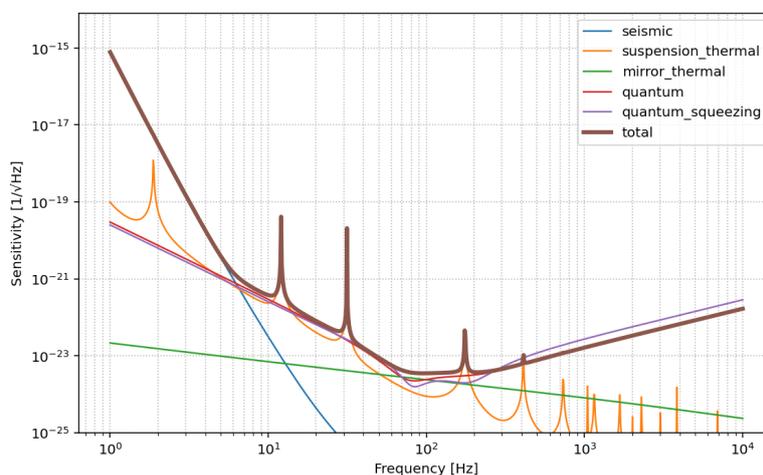


図 4: KAGRA の感度曲線 [15]

3 複屈折

複屈折とは、物質が偏光状態に応じて異なる屈折率を示すことにより、入射光が二つの成分に分かれて伝播する現象である。この現象が現在 KAGRA の感度を制限している可能性があり、問題視されている。本章では、複屈折の基本原則を主に解説し、KAGRA でノイズ源になりうる偏光の回転について解説する。

3.1 複屈折の記法

複屈折性を持つ物質に対して (図 5、6) のような直線偏光が入射する場合を考える。(図 5) では入射光は屈折率 n_o を受け、(図 6) では入射光は屈折率 n_e を受ける。

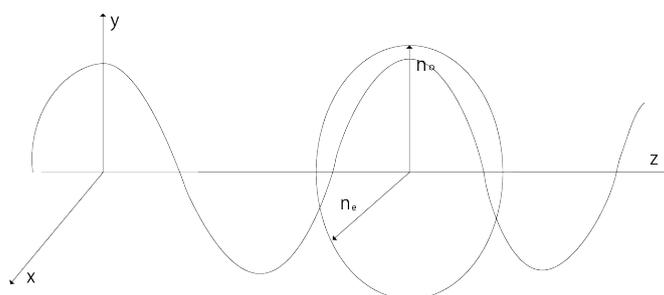


図 5: この場合は n_o を示す

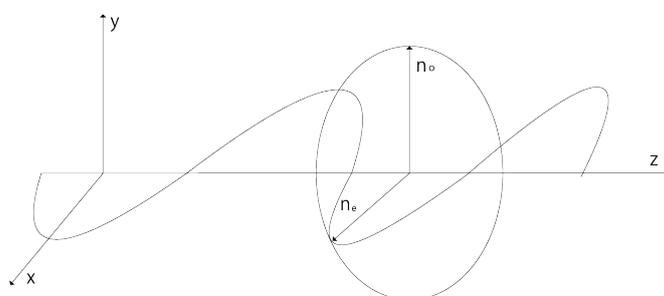


図 6: この場合は n_e を示す

複屈折は結晶構造や材料にかかる応力による。本論文ではサファイアの複屈折についてのみ扱うため、以下ではサファイア²を例にとって複屈折の基本原則を述べる。

複屈折は (図 7) に示すような屈折率楕円体で記述するのが有用である。複屈折楕円体はある材料の最も高い屈折率を持つ方向と、それに直交する最も低い屈折率を持つ方向、そしてこの二つに直

²サファイアの屈折率は $n_o = 1.768, n_e = 1.760$ [16](波長によって異なる屈折率を示すため、これはあくまで目安である。)

交する方向の三方向を主軸とする楕円体であり、軸の長さが屈折率の大きさを表している。光が入射した際には光軸に対して垂直な面で楕円体を切断し、その時に現れた楕円の短軸と長軸の長さに対応する屈折率が観測される [10]。

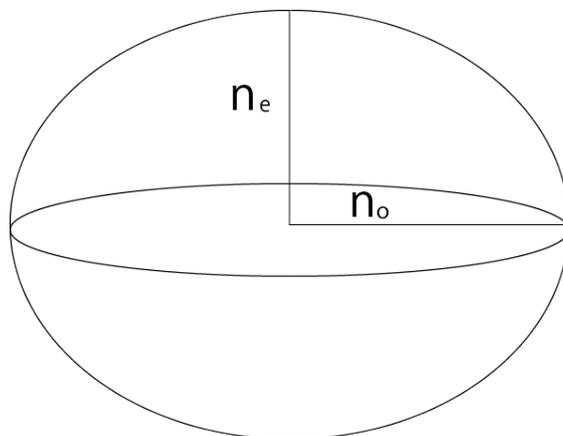


図 7: サファイアの複屈折楕円体

サファイアは一軸性結晶と呼ばれ、屈折率が最も低い軸と最も高い面を持ち、二つの屈折率のみで記述される (図 7)。一方、三方向すべての屈折率が異なる結晶を二軸性結晶と呼ぶ。一軸性結晶の持つ軸を c 軸と呼び、 c 軸に平行な光に対しては全ての方向の屈折率が等しくなるという特徴がある³。特に $\phi = 0$ (光軸が c 軸に平行) の場合、一軸性結晶は複屈折を示さない。一軸性結晶の軸に対応する屈折率を異常屈折率 n_e (Extraordinary refractive index)、面に対応する屈折率を常屈折率 n_o (Ordinary refractive index) と呼ぶ。

c 軸に対して角度 ϕ だけ傾いた光が入射した場合を考える。この時、入射光は、複屈折楕円体を入射光に垂直な面で切断した楕円による屈折率を受ける (図 8)。

³これに対応して c 軸に垂直な面は c 面と呼ぶ。

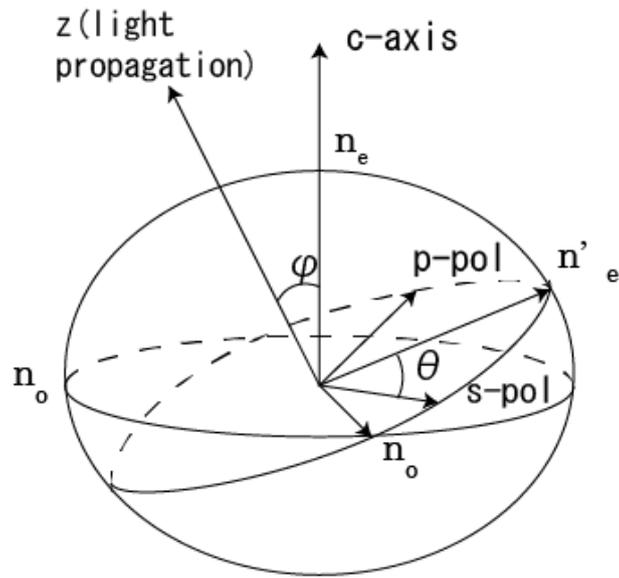


図 8: 入射光線と複屈折楕円体

(図 8) より、一軸性結晶ではどのような面で切断しても c 面と交わるため、長軸は必ず n_o となる。切断面は楕円となることを用いて、短軸の n'_e を求める。複屈折楕円体を c 軸と光軸が通るように切断すると (図 9) のようになるため

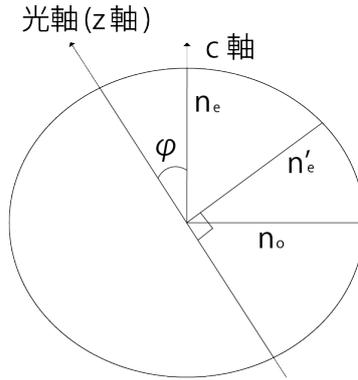


図 9: 光線と c 軸を含むように複屈折楕円体を切断した面

$$\frac{1}{n_e'^2} = \frac{\cos^2 \phi}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \phi}{n_e^2} \quad (84)$$

入射光軸が紙面垂直であるとき、その入射光に対する屈折率は (図 10) のようになる。

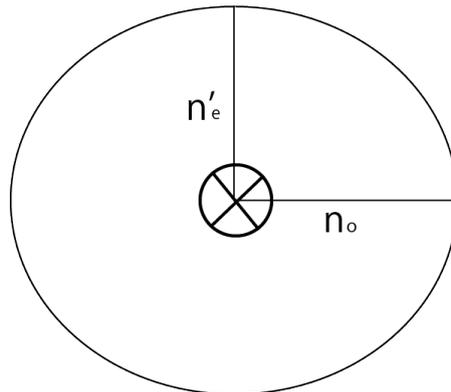


図 10: 入射光の感じる複屈折
紙面垂直方向に光が入射している。

このとき、 n_o 軸方向と n_e' 方向を伝播する光の速度からそれぞれ低速軸、高速軸と呼ぶ。複屈折楕円体の切断面であるため楕円で書いているが、実際に計算するときには高速軸方向と低速軸方向に偏光成分を分けて計算する。

特定の方向からやってくる光に対する複屈折の特性を議論する際には n_o と n_e' 、そして入射方向に垂直な平面内での高速軸と座標系のなす角 θ が必要となる。 θ を含めた形式については次節で扱う。一軸性結晶の場合 n_o は必ず同じ値を示すため、 n_e' と θ を知ることが重要である。また、 n_e' の代わりに、しばしば

$$\Delta n \equiv n_e' - n_o \quad (85)$$

が用いられる。(84)式から、 Δn や n'_e の代わりに c 軸と光軸のなす角 ϕ を用いる場合もあるが、最もよく用いられるパラメータは Δn である。この値がよく用いられるのは、低速軸方向、高速軸方向それぞれに平行な直線偏光が入射した時、

$$R = \frac{2\pi d(n'_e - n_o)}{\lambda} \equiv \frac{2\pi d\Delta n}{\lambda} \quad (86)$$

の位相差がつくためである。ここで、 λ は光の波長、 d は試料の厚さである。この影響により入射光に直線偏光を用いても複屈折があると楕円偏光として出てくることがある。この性質を利用して $R = \pi$ となるように調整したものが半波長板であり、 $R = \frac{\pi}{2}$ となるように調整したものが $\frac{1}{4}$ 波長板である。

3.2 偏光の回転

複屈折を持つ物質に光を入射すると偏光の状態が変化する。この状態を記述するには Jones 計算法を用いると便利である。これは電場の複素振幅の x 成分および y 成分を二次元ベクトルとして表記したものである。これに 2×2 行列をかけて状態を変化させていく。

例えば、 x 方向の偏光を透過させる偏光子を通過する偏光は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (87)$$

と表記できる。次に、複屈折を持つ物体の Jones 行列を考える。厚さが d 、複屈折の大きさが Δn で高速軸と低速軸がそれぞれ x 軸、 y 軸を向いているとすると、

$$\begin{pmatrix} \exp(i\frac{2\pi\Delta nd}{\lambda}) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \exp(i\frac{\pi\Delta nd}{\lambda}) \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi\Delta nd}{\lambda}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi\Delta nd}{\lambda}) \end{pmatrix} \quad (88)$$

と書ける。左辺は低速軸と高速軸の間に生じる位相差を直接書いたものであるが、計算を進める場合は右辺の方が対称性がよくなる場合が多い。また、右辺の形式における定数倍部分は偏光を考える上で影響はないため無視することができる。以降では偏光状態に影響しない全体位相は無視し、右辺の形式で表記する。

一般性を持たせるには高速軸が座標系の x 軸方向に対して θ 傾いている状態を考える必要があるため、Jones 行列 $M(\theta, \Delta n)$ は

$$M(\theta, \Delta n) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi\Delta nd}{\lambda}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi\Delta nd}{\lambda}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (89)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} - i \cos 2\theta \sin \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} & -i \sin 2\theta \sin \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} \\ -i \sin 2\theta \sin \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} & \cos \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} + i \cos 2\theta \sin \frac{\pi\Delta nd}{\lambda} \end{pmatrix} \quad (90)$$

と表す。また、この影響により複屈折を持つ物体に光が入射した場合、結晶内部では、常光線 (電場が n_o 方向に沿って振動する成分) と、異常光線 (電場が n'_e 方向に沿って振動する成分) に分かれて伝播する [11] (図 11)。そのときの角度は

$$\Psi = \frac{\pi}{2} - \phi + \arctan\left(\frac{n_o^2}{n_e^2 \tan \phi}\right) \quad (91)$$

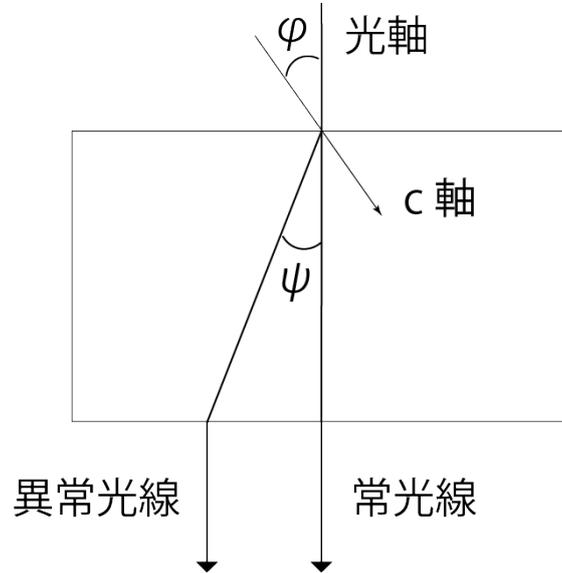


図 11: 光線の分割の様子

3.3 Jones 行列の一意性と内部の複屈折非一様性

3.2 節の計算は光路上で一様な複屈折 ($\Delta n, \theta$) を持つと仮定して計算を行った。しかし、複屈折の非一様性を議論する場合には、光路上の複屈折非一様性も考慮すべきである。光路上での複屈折非一様性は (図 12) のように異なる複屈折を持つ板を通過するモデルに置き換えることができる。

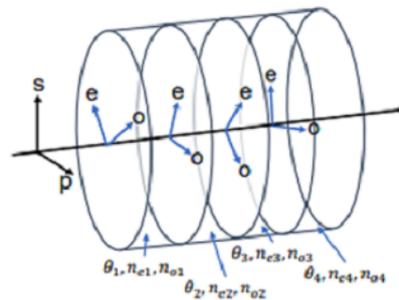


図 12: 異なる複屈折性を持つ複数の板を通過する光 [17]

この場合、Jones 計算法で

$$\begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \end{pmatrix} = M(\theta_1, \Delta n_1, d_1)M(\theta_2, \Delta n_2, d_2)\dots \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (92)$$

と計算する必要がある。

しかし、光学素子が損失を含まず、全体位相を除いてユニタリな Jones 行列で表される場合、複数の素子の Jones 行列の積で得られる入射光から出射光への変換は、等価な一つの Jones 行列として表すことができる。ただし、この等価な Jones 行列は入出力の関係を与えるものであり、内部の複屈折分布が一意に決まることを意味しない。本論文では、入射光と出射光の関係のみを扱うため、以降では光路上の非一様性を等価なパラメータ $(\theta, \Delta n)$ を持つ一つの素子で表す。

3.4 KAGRA における複屈折

3.4.1 KAGRA のサファイア反射鏡

2.4 節の通り、KAGRA は Fabry-Perot 共振器を持っており、X-arm と Y-arm を構成する 4 枚の主反射鏡⁴を持つ。ガウシアンビームを共振させるための反射面 (High-reflectivity 面=HR 面) は曲率を持たせ、もう片面 (Anti-reflective 面=AR 面) は予期せぬ光の反射を防止するためにウェッジがついている (図 13)。

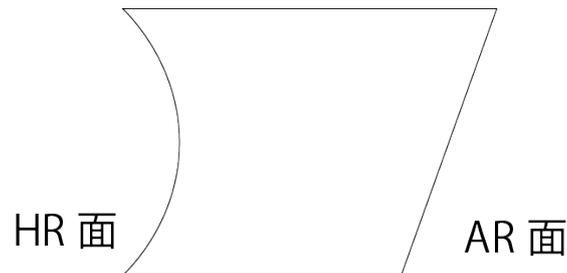


図 13: サファイア鏡の模式図。HR 面に対して垂直に入射する光に対して同じ方向に反射しないように AR 面にはウェッジが付いている。KAGRA では HR 面を Fabry-Perot 共振器の内側として設置する。

他の大型重力波望遠鏡である LIGO や VIRGO が溶融シリカ製のテストマスを用いているのに対して KAGRA のテストマスは全てサファイア製である。これは、KAGRA はテストマスを冷却する機構を持っており、低温下における熱雑音がサファイアの方が低いためである。しかし、サファイアは複屈折性を持っており、ITM を通過する際に偏光状態が変化し、干渉計の感度や制御に影響する可能性が懸念されていた。KAGRA ではこの問題に対して、鏡の光学軸がサファイア単結

⁴ これらをテストマスと呼ぶ。Fabry-Perot 共振器を構成する二枚の鏡のうち、光が入射する側の部分反射鏡をインプットテストマス (ITM)、反対の全反射鏡をエンドテストマス (ETM) と呼び、KAGRA 内部の座標軸で Y 方向の共振器の ETM は ETMY のように呼称する。

晶の c 軸と一致するように結晶方位を指定することで、複屈折の影響を抑える方針を採った。複数のベンダーにサファイア基材の開発を依頼し、熱吸収や Q 値などの観点で最も性能の高い基材がテストマシに選ばれた。ETM は GTAT 社製で、HEM 法 [12](図 14、図 15) を用いて、ITM は信光社製で、TSMG 法 [13] (図 16) で作成された。

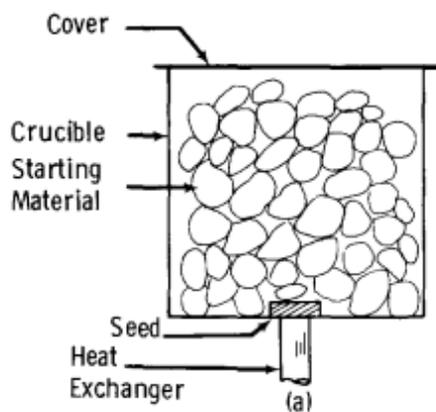


図 14: HEM 法の模式図。複数の結晶をるつぼで溶かす [12]。

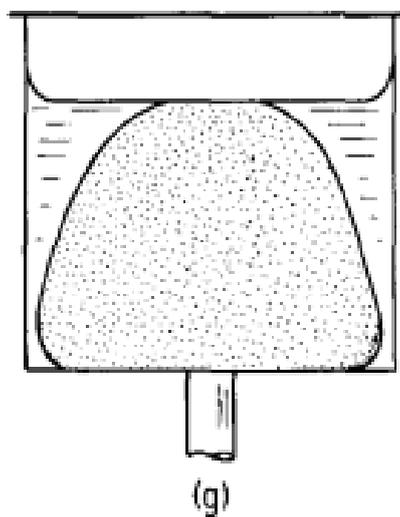


図 15: HEM 法の模式図。下部の種結晶を成長させる [12]。

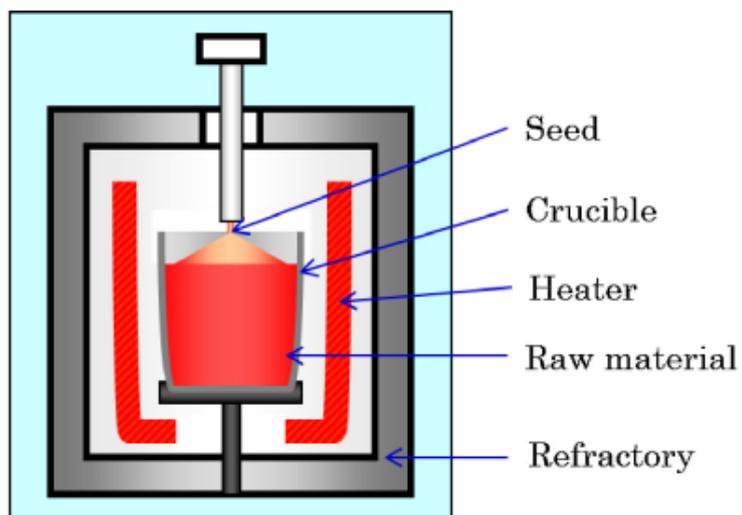


図 16: TSMG 法の模式図。材料を溶融させた後、上面に置いた種結晶を起点に再結晶化させ、単結晶を成長させる手法 [13]。

HEM 法で作成された ETM は a 軸⁵方向に成長させたのちに、鏡の光学軸が c 軸に一致するよ
うに切り出した。TSMG 法は KAGRA のテストマス程度の大きさまでしか作れないため、初めか
ら c 軸方向に成長させた。作成された結晶は、“研磨”、“Ion Beam Figuring”(IBF)、“コーティン
グ”という工程を経る。研磨によって、曲率などの大まかな形状を作り、IBF で形状を整える。そ
の後、反射率を調節するコーティング⁶を施して KAGRA で使用できる状態となる。研磨や IBF で
は数 nm の形状誤差を確認しながら行う必要があるため、Fizeau 干渉計⁷で確認しながら行われた。
これらの工程を経て以下の要求値を持つ鏡が完成した (表 1)。

	Requirement	ITMX	ITMY	ETMX	ETMY
Diameter (mm)	$220^{+0.5}_{-0}$	220.39	220.34	220.30	220.33
Thickness (mm)	$150 + 0.5 / - 0$	150.15	150.36	149.98	149.59
ROC at 140 mm (m)	1900 ± 9.5	1904.54	1904.51	1907.83	1905.09
Figure at 140 mm (nm)	0.5	0.543	0.487	0.919	0.864
ROC, transmittance at 140 mm (m)	-1088.3	-1088.0	-1088.3	(-1114.2)	(-1114.7)
Figure, transmittance at 140 mm (nm)	6	25.90	30.10	(35.41)	(51.64)
Transmittance, HR	$0.4\% < T < 0.5\%$	0.44	0.48
	$5 \text{ ppm} < T < 10 \text{ ppm}$	6.8	6.9
Transmission imbalance	0.01	0.076	
Scattering, HR (ppm)	10	7.1	7.6	11.0	11.3
Absorption, HR (ppm)	1	0.2	0.3	0.5	0.6
Absorption, AR (ppm)	NA	0.7	0.6
Reflectance, AR (ppm)	200 ± 100	185.7	121.7
	100	131.2	45.0
Absorption, substrate (ppm/cm)	50	32	33	(64)	(93)
Defect area at 100 mm (μm^2)	2000	0	0	0	0
Defect area at 200 mm (μm^2)	30000	8107	142	0	0
Point defect greater than $2 \mu\text{m}$ count at 100 mm	10	0	0	0	0
Point defect greater than $2 \mu\text{m}$ count at 200 mm	100	0	0	0	0
Point defect greater than $2 \mu\text{m}$ density at 200 mm (mm^{-2})	0.25	0	0	0	0

表 1: KAGRA テストマスのプロパティ [18]

3.4.2 KAGRA における複屈折問題

光学素子は偏光ごとに違う反射率や透過率を示す場合があるため、KAGRA では一律して S 偏
光を用いることが予定されている。しかし、完成したテストマスを設置した後に、レーザーを入射
しアライメントやフィードバック制御を始めたところ、予定されていた誤差よりも多くの P 偏光
が観測された。原因を究明するために片腕の ITM までの反射光を測定した (図 17) とところ、入射
光のうち X-arm で 9.4%、Y-arm で 4.6% の P 偏光が観測された [25]。

⁵(図 8) において $\phi = 90^\circ$ となる結晶で、複屈折が最も大きい成長軸

⁶HR 面に施される。

⁷形状誤差を測定することができる。詳細は次章で述べる。

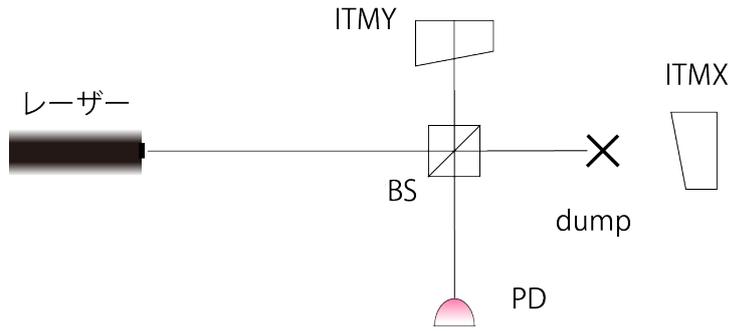


図 17: 片腕の測定の模式図。同様の測定を X-arm でも行った [25]。

これは、 c 軸に方位を揃えて複屈折の影響を抑える設計であったにもかかわらず、ITM に複屈折が残り、透過に伴って偏光が回転したことが原因だと考えられる。このような複屈折は KAGRA 全体に以下のような影響を与える。

- 1) 鏡の加工段階では c 軸結晶として扱われていたため、IBF 時に円偏光で形状の確認が行われていた。完全な c 軸結晶である場合偏光は問題にならないが、複屈折性がある場合、S 偏光に対しての形状誤差を確認しなければならないため IBF が完全ではないことになる。
- 2) それぞれの腕での P 偏光の割合が異なる点や、PBS などの光学素子の P 偏光に対して示す性質が S 偏光に対するそれと大きく異なる点から X-arm と Y-arm での光量のバランスが崩れる。
- 3) 信号を測定する PD やフィードバック信号を受け取る PD の前に Faraday isolator があり、一部の偏光しか通過することができないため P 偏光は損失となる。
- 4) ビーム位置によって P 偏光の強さが変わることが確認されており [25]、ITM 全体で複屈折非一様性があることが分かる。地面振動や重力波、他のノイズ源などにより鏡が動くときビームが当たる位置が変動するため、観測中に P 偏光の割合が変化し、制御に支障を来す。

この問題が発覚するまでテストマスは c 軸結晶であり複屈折は起こらないと仮定して考えられていたため、我々は KAGRA テストマスの偏光に依存しない屈折率の非一様性しか測定していない⁸[26]。現在、非一様な複屈折分布から干渉計に及ぼす複屈折の影響をシミュレーションする研究がされている [27] が、それと並行してテストマスの複屈折分布を調べておく必要がある。

⁸これは直線偏光を用いて測定されており、不純物や結晶内部の空洞が原因だと考えられていた。

4 実験原理

3.4 節で述べた通り、KAGRA では ITM の複屈折が干渉計の性能に与える影響が問題視されている。複屈折の影響評価に関するシミュレーション研究は継続中であるが、LIGO や VIRGO との共同観測に向けた評価・運用判断を進める上で、テストマスの複屈折分布を早期に取得しておくことが望ましい。

一方で、テストマスは作製に時間とコストを要し、取り外し・搬送を伴う測定は汚染や破損のリスク、ならびに測定スケジュールへの影響を伴う。そのため KAGRA では、既存データを用いて真空槽内での運用を継続しながら複屈折分布を推定できる「TWE マップによる類推」を複屈折分布測定法として確立することが望まれている。

そこで本研究では、TWE マップによる類推と、複屈折の定義に基づく「直接測定法」の二種類を対象として実験原理を整理し、それぞれの利点を踏まえた上で、直接測定法で得られた分布との比較により TWE マップによる類推の妥当性を検証することを目的とする。

4.1 TWE マップによる類推

4.1.1 透過位相誤差分布 (TWE マップ)

本手法には透過位相誤差分布 (Transmitted Wavefront Error マップ、以下 TWE マップ)(図 21)を用いる。TWE マップは鏡の形状誤差を調べるために作成されるものである。TWE マップは Fizeau 干渉計 (図 18) を用いて測定される。

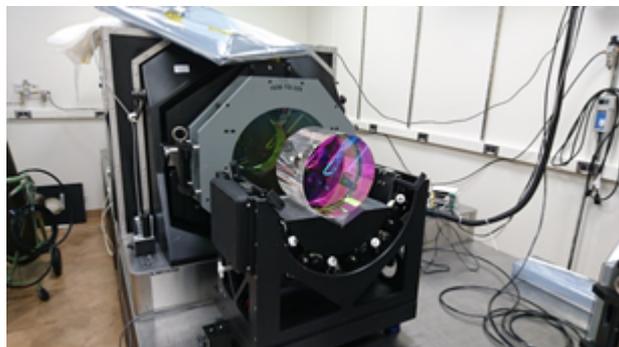


図 18: CALTECH の Fizeau 干渉計 [19]

Fizeau 干渉計では、参照面 (reference surface) と呼ばれる平坦な面を基準として、被測定面で反射した光との干渉縞を観測する。参照面の位置を掃引した際の干渉縞の変化を解析することで、被測定面の微小な凹凸 (形状誤差) を測定できる (図 19、図 20)。

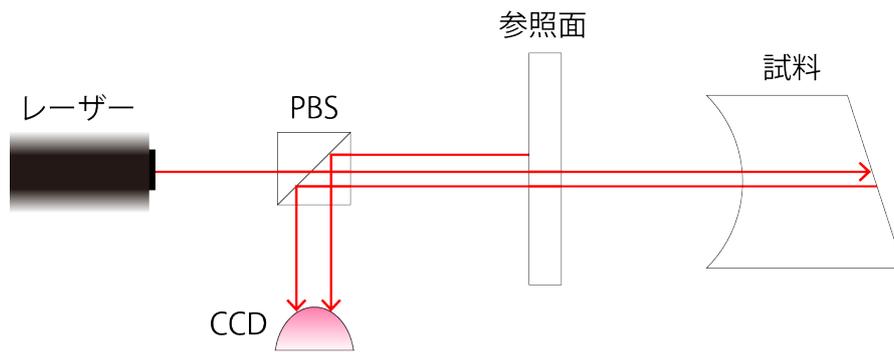


図 19: AR 面の測定

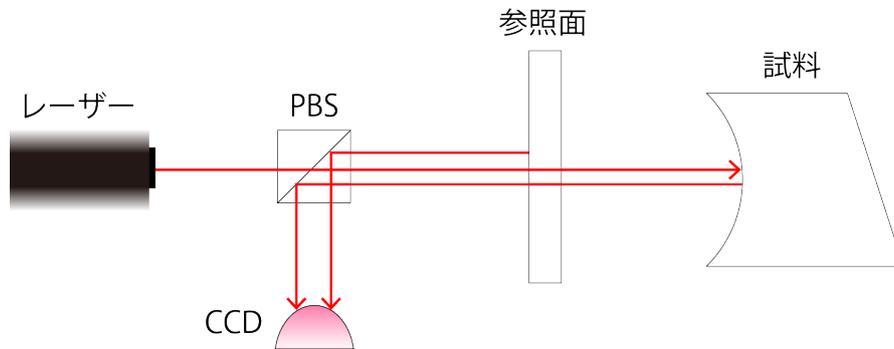


図 20: HR 面の測定

HR 面と AR 面のどちらを測定しているかは、共振位置の変化を読み取り、曲率やウェッジの有無から判別する。KAGRA では、テストマスの形状誤差および曲率を評価する目的でこれらの測定が行われている。得られた形状情報から曲率成分を取り除くことで、形状誤差のみを抽出して解析することもできる。

TWE マップは、これらの形状情報 (HR 面・AR 面) を用いて、光がテストマスを通る際に受ける光学的距離の空間分布として定義される。具体的には、二つの面までの光学的距離の差をとり、屈折率による補正を行うことで透過波面誤差を算出する。

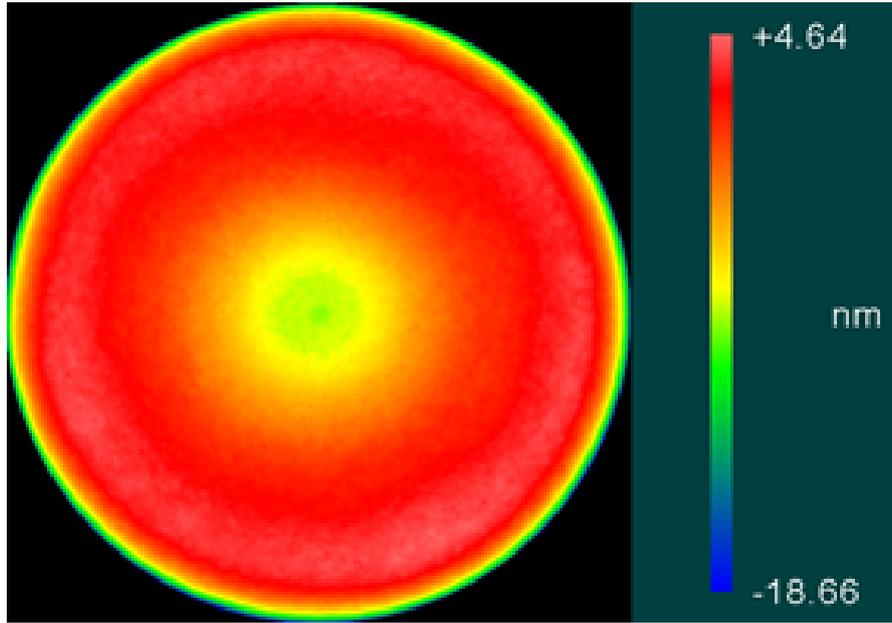


図 21: ETMY の HR 面 [20](半径 10cm)

Fizeau 干渉計により鏡全面を測定できるため、テストマス全体にわたる空間分布として TWE マップを得ることができる。

4.1.2 TWE マップにおける複屈折

TWE マップは従来、形状誤差と曲率を求めるために利用されていた。しかし、測定試料が複屈折性を持ち、かつ測定に用いる光が直線偏光である場合、入射する偏光によって異なる光路長で通過することとなり、この光路差が TWE マップに反映されると考えられる。これを利用して、複数の偏光を用いた TWE マップから複屈折のパラメータを算出するというのが本手法である [21]。

本節で具体的な計算を示す。複屈折がある場合、Fizeau 干渉計で観測される電場は、

$$E_{CCD} = E_{ref} + E_{sap} \quad (93)$$

以下でそれぞれの電場を計算する。 E_{ref} を S 偏光として入射する場合を考えると、

$$E_{ref} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i\phi} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (94)$$

ここで、試料の厚みを d 、測定光の波長を λ 、常光線・異常光線に対する屈折率をそれぞれ n_o, n'_e とする。また、入射偏光の基準軸 (S 偏光) に対する結晶の高速軸の角度を θ とする。このとき、試料の往復伝搬により生じる位相を

$$\alpha_e \equiv 2\pi \frac{2dn'_e}{\lambda}, \quad \alpha_o \equiv 2\pi \frac{2dn_o}{\lambda} \quad (95)$$

と定義する。位相差は

$$\Delta\alpha \equiv \alpha_e - \alpha_o = 2\pi \frac{2d}{\lambda} (n'_e - n_o) = 2\pi \frac{2d}{\lambda} \Delta n \quad (96)$$

である。これらを用いて、試料からの反射光の複素振幅 E_{sap} は

$$E_{sap} = M \cdot E_{ref} = E_0 e^{i\phi} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Delta\alpha}{2}} \cos^2 \theta + e^{-i\frac{\Delta\alpha}{2}} \sin^2 \theta \\ -i \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (97)$$

と表せる。

よって、CCDで観測される光量 P_{CCD} は、

$$P_{CCD} = |E_{ref} + E_{sap}|^2 = 2E_0^2 + 2 \cos^2 \theta \cos \left(\phi - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) + 2 \sin^2 \theta \cos \left(\phi + \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \quad (98)$$

$2E_0^2$ は定数なので、測定で問題になるのは

$$\Delta P = 2 \cos^2 \theta \cos \left(\phi - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) + 2 \sin^2 \theta \cos \left(\phi + \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \quad (99)$$

である。偏光軸と高速軸が一致するとき ($\theta = 0$)、 $\Delta P = 2 \cos(\phi - \frac{\Delta\alpha}{2})$ となる。

Fizeau 干渉計は参照面を移動させる機構を持っており、参照面と Fizeau 干渉計との位相 ϕ を走査し、干渉信号から

$$\psi = \arg[e^{i\frac{\Delta\alpha}{2}} \cos^2 \theta + e^{-i\frac{\Delta\alpha}{2}} \sin^2 \theta] \quad (100)$$

として返す。干渉計は各画素で得られた ψ を鏡の位相分布として出力し、これが TWE マップに対応する。

ここで試料を ξ 回転させた場合を考える。これは試料の代わりに入射光を $-\xi$ 回転させたことと等しいため、(100) 式の θ を $\theta + \xi$ に置き換えたものと等しい。よって、 ψ は

$$\psi = \arg[e^{i\frac{\Delta\alpha}{2}} \cos^2 (\theta + \xi) + e^{-i\frac{\Delta\alpha}{2}} \sin^2 (\theta + \xi)] \quad (101)$$

$$= \arctan[\cos(2\theta + 2\xi) \tan \frac{\Delta\alpha}{2}] \quad (102)$$

ここで、複屈折の大きさ Δn を小さいとすると、 $\Delta\alpha \propto \Delta n$ であるため、

$$\psi = \arctan[\cos(2\theta + 2\xi) \tan \frac{\Delta\alpha}{2}] \quad (103)$$

$$\sim \cos(2\theta + 2\xi) \frac{\Delta\alpha}{2} \quad (104)$$

ここで、 ξ は観測時に選ぶことができるため、異なる回転角 ξ で4つの透過位相誤差分布を作成し、 $\Delta\alpha$ と θ を求める。

それぞれの回転角を $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ とすると、以下の計算を施すことで $\Delta\alpha$ と θ が求まる。

$$\Delta\psi_1 \equiv \psi(\xi_1) - \psi(\xi_2) \quad (105)$$

$$= \frac{\Delta\alpha}{2} (\cos 2\theta (\cos 2\xi_1 - \cos 2\xi_2) - \sin 2\theta (\sin 2\xi_1 - \sin 2\xi_2)) \quad (106)$$

$$= \frac{\Delta\alpha}{2} (A \cos 2\theta - B \sin 2\theta) \quad (107)$$

$$\Delta\psi_2 \equiv \psi(\xi_3) - \psi(\xi_4) \quad (108)$$

$$= \frac{\Delta\alpha}{2}(\cos 2\theta(\cos 2\xi_3 - \cos 2\xi_4) - \sin 2\theta(\sin 2\xi_3 - \sin 2\xi_4)) \quad (109)$$

$$= \frac{\Delta\alpha}{2}(C \cos 2\theta - D \sin 2\theta) \quad (110)$$

ここで、 A, B, C, D は

$$A \equiv \cos 2\xi_1 - \cos 2\xi_2 \quad (111)$$

$$B \equiv \sin 2\xi_1 - \sin 2\xi_2 \quad (112)$$

$$C \equiv \cos 2\xi_3 - \cos 2\xi_4 \quad (113)$$

$$D \equiv \sin 2\xi_3 - \sin 2\xi_4 \quad (114)$$

である。 $\Delta\psi_1$ と $\Delta\psi_2$ の比を r と置くと、

$$r \equiv \frac{\Delta\psi_1}{\Delta\psi_2} = \frac{A \cos 2\theta - B \sin 2\theta}{C \cos 2\theta - D \sin 2\theta} = \frac{A - B \tan 2\theta}{C - D \tan 2\theta} \quad (115)$$

つまり、 θ は

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{A - rC}{B - rD} \quad (116)$$

で求めることができる。 Δn は θ と (107) 式を用いて、

$$\Delta n = \frac{\lambda}{2\pi d} \frac{\Delta\psi_1}{A \cos 2\theta - B \sin 2\theta} \quad (117)$$

ξ_i は、分母がゼロとならないよう

$$A \cos 2\theta - B \sin 2\theta \neq 0$$

を満たすように選ぶ。

上記の方法は複屈折を測定するときには一般的に用いられない手法であり、実験的な妥当性は示されていない。この手法の実験的妥当性を示すために他の手法と比較する必要がある。そこで我々は以下に示す直接測定法とこの手法で得られた結果を比較することで妥当性を検証する。

4.2 直接測定法

本節では直接測定法に用いた機材についてとデータ解析に必要な計算手順について述べる。

4.2.1 セットアップの概要

複屈折を測定するセットアップを (図 22) に示す [22]。試料に任意の直線偏光を入射し、出射光の偏光比を測定する。試料設置前後の偏光比を比較することで複屈折の影響を確認することができる。これを 2 種類の直線偏光に対して行い、比較することで複屈折のパラメータを算出する。

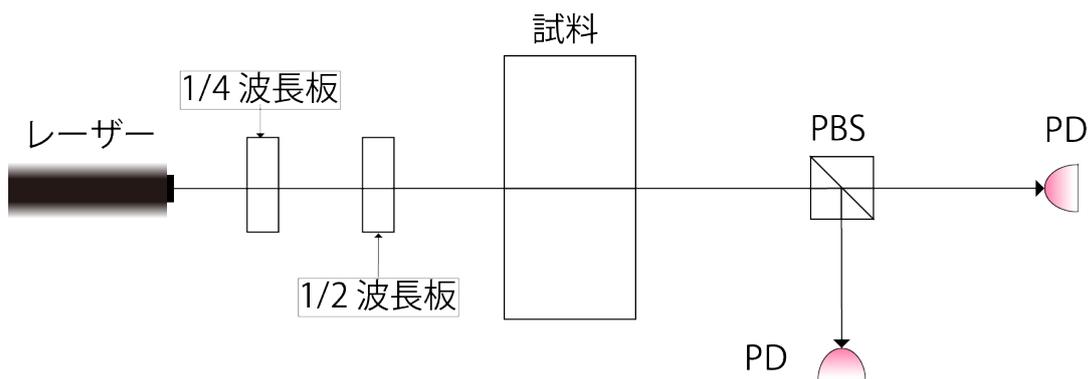


図 22: セットアップの模式図

本論文の目的は鏡全体の複屈折分布を得ることであるため、試料の各点にレーザーを入射する必要がある。本論文では国立天文台にあるトランスレーションステージで測定を行った (図 23)。これはテストマスの熱吸収を測定するため [23] に作成されたものであり、テストマスサイズの鏡を乗せて三次元方向に μm 単位で動かすことができる。

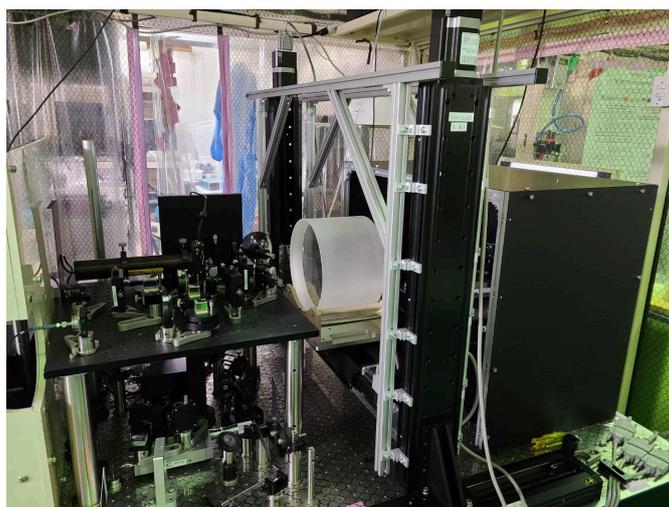


図 23: トランスレーションステージの全景

本測定を行うために KAGRA 鏡サブシステムグループはトランスレーションステージを改良し、熱吸収測定と複屈折測定を切り替えられるようにした (図 24)。元々、熱吸収測定のために二つの PD の信号を入力できるように設計されていたため、配線を入れ替えるだけで複屈折測定に切り替えることができる。

また、入射する直線偏光を安定に制御するため、手動で行っていた半波長板の制御を PC で操作

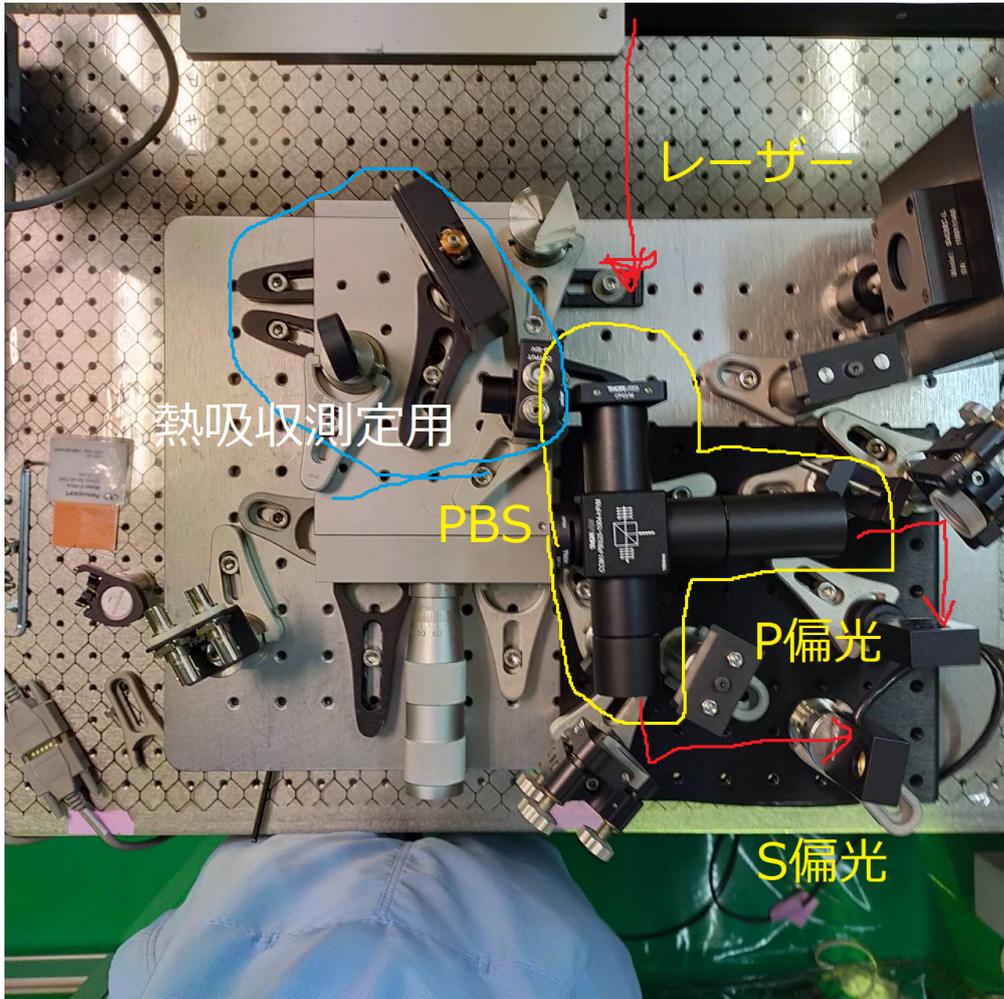


図 24: アウトプット側の光学系。左上部が熱吸収測定部、右部が複屈折測定部。

できるように改良した (図 25)。

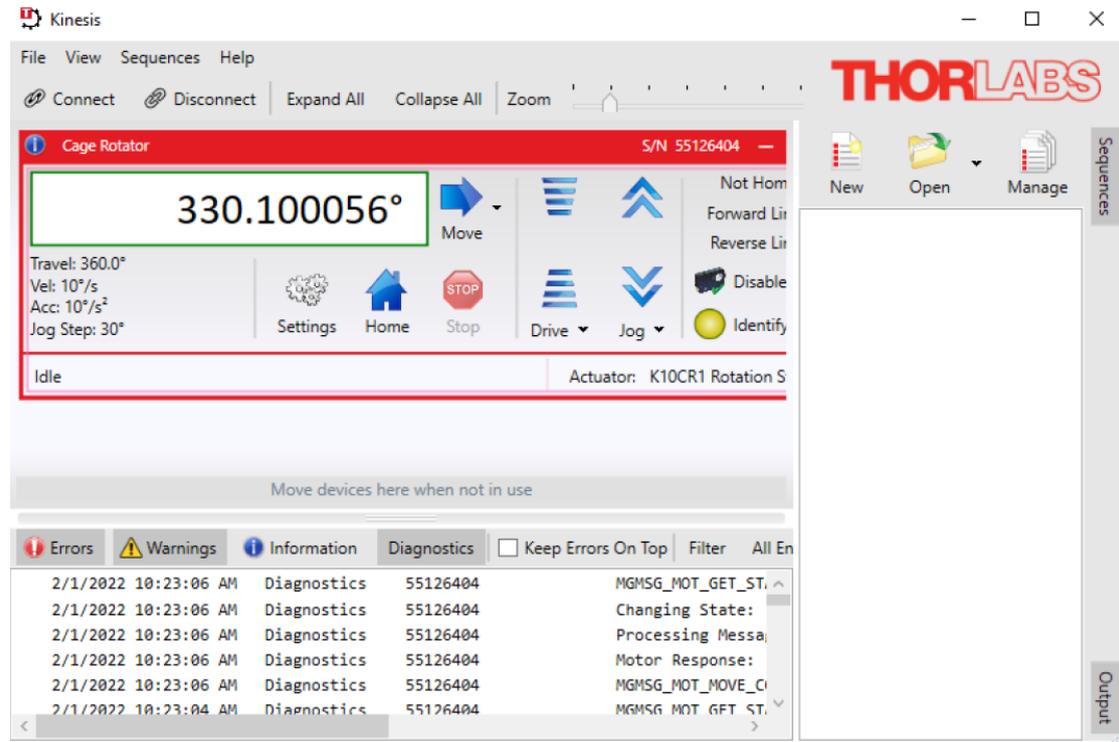


図 25: 半波長板のコントロールパネル。数値を変動させることで直線偏光を回転できる。

4.2.2 直接測定法の解析

試料に対して S 偏光を入射したときのことを考える。4.1.2 小節と同様に

$$\alpha_e \equiv 2\pi \frac{dn_e}{\lambda} \quad (118)$$

$$\alpha_o \equiv 2\pi \frac{dn_o}{\lambda} \quad (119)$$

$$\Delta\alpha \equiv \alpha_e - \alpha_o \quad (120)$$

と置く。直接測定法では光線が試料を一度しか通過しないので、厚さが d となる。このとき、パワー I_0 のレーザーを入射した時に P 偏光側の PD で観測されるパワー I_p^0 は、

$$\frac{I_p^0}{I_0} = \sin^2 \frac{\Delta\alpha}{2} \sin^2 2\theta \quad (121)$$

となる。次に、試料に対して角度 ξ の直線偏光を入射した場合の偏光の変化を計算する。

$$M(\theta, \Delta\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\Delta\alpha}{2} - i \cos 2\theta \sin \frac{\Delta\alpha}{2} & -i \sin 2\theta \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \\ -i \sin 2\theta \sin \frac{\Delta\alpha}{2} & \cos \frac{\Delta\alpha}{2} + i \cos 2\theta \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \end{pmatrix} \quad (122)$$

$$\mathbf{E}_{out} = M(\theta, \Delta\alpha) \begin{pmatrix} \cos \xi \\ \sin \xi \end{pmatrix}$$

S 偏光側の PD で観測されるパワー I_s は

$$\frac{I_s}{I_0} = \cos^2 \xi + \sin^2 \frac{\Delta\alpha}{2} [\cos \xi \sin \xi \sin 4\theta - \sin^2 2\theta \cos 2\xi] \quad (123)$$

となる。(121) 式と (123) 式から θ を求めると

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{\tilde{A} \sin 2\xi}{\frac{I_s}{I_0} - \cos^2 \xi + \tilde{A} \cos 2\xi} \quad (124)$$

ここで

$$\tilde{A} \equiv \frac{I_p^0}{I_0} \quad (125)$$

である。また、 Δn は θ を用いて

$$|\Delta n| = \frac{\lambda}{d\pi} \arcsin \sqrt{\frac{I_p^0}{I_0} \frac{1}{\sin^2 2\theta}} \quad (126)$$

となる。

4.2.3 実験手順

本実験の具体的な手順を以下に示す。

1) 入射偏光の較正

最初の測定を開始する前に半波長板と 1/4 波長板を回転させ、S 偏光、P 偏光にそれぞれ最も近い半波長板の角度を測定する。

2) サファイア鏡のセンタリング

KAGRA でサファイア鏡を用いる際に重要になるのは中心部であるため、複屈折測定や熱吸収測定でも中心部を重点的に測定する。また、データ解析の際に鏡のどこを測定しているかを正確に把握するためにも中心部がトランスレーションステージにおけるどの座標になるかを知るのは重要である。鏡の形状は完全な円筒形ではなく、(図 26) のようになっているため、レーザーが端に当たると PD で観測されるパワーが著しく減少する。これを利用して水平方向と垂直方向にそれぞれ鏡を動かし、測定された端の座標の平均をとることで、垂直、水平方向の軸を求める。これは自動測定ソフトを用いず、コントロールパネルに座標を入力して確認した。

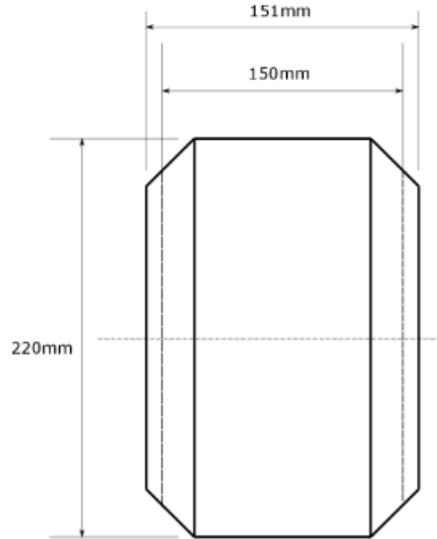


図 26: 鏡を側面から見た場合の形状 [24]

3) 入射光の偏光状態の測定

入射偏光の角度 ξ を測定する。入射偏光は半波長板で制御することができるが、より正確な測定にするために、制御された値ではなく測定された値から求めたものを使用する。レーザーのパワーは不安定であるため、この測定は入射偏光を変えるたびにを行う。

各測定の前に試料をレーザーが当たらない位置に移動させ、S 偏光を入射し、各 PD でのパワーを記録する。それらは S 偏光の最大値 $I_{s,max}$ と P 偏光の最小値 $I_{p,min}$ となる。同様の記録を P 偏光でも行い、 $I_{s,min}$, $I_{p,max}$ を得る。その後、測定に用いる偏光を入射し、各 PD でのパワーを I_s , I_p として記録する。最小値をバックグラウンドとして、最大値と測定する偏光の割合を計算し、規格化されたパワー I'_p , I'_s を得る。

$$I'_s = \frac{I_s - I_{s,min}}{I_{s,max} - I_{s,min}} \quad (127)$$

$$I'_p = \frac{I_p - I_{p,min}}{I_{p,max} - I_{p,min}} \quad (128)$$

このとき、入射偏光の角度を

$$\xi \equiv \arctan \sqrt{\frac{I'_p}{I'_s}} \quad (129)$$

と定義する。

4) 偏光分布の測定

試料をレーザーが入射する位置に移動させ、測定を開始する。試料に対して垂直に入射すると反射光により測定がうまくいかないため、わずかに角度を付けて入射する。試料を通過する際に複屈

折により出射光の位置がズレてしまうため、出射光がPDの中央になるように試料を入れた状態でアライメントを修正したのちに測定を開始する。測定範囲は半径70mmでテストマスを特性評価する際に一般的に用いる範囲である。ステップサイズは1mmで測定に用いるビーム径に合わせている。測定は初期設定を行うと自動で進行し、8時間ほどで終了する(図27)。

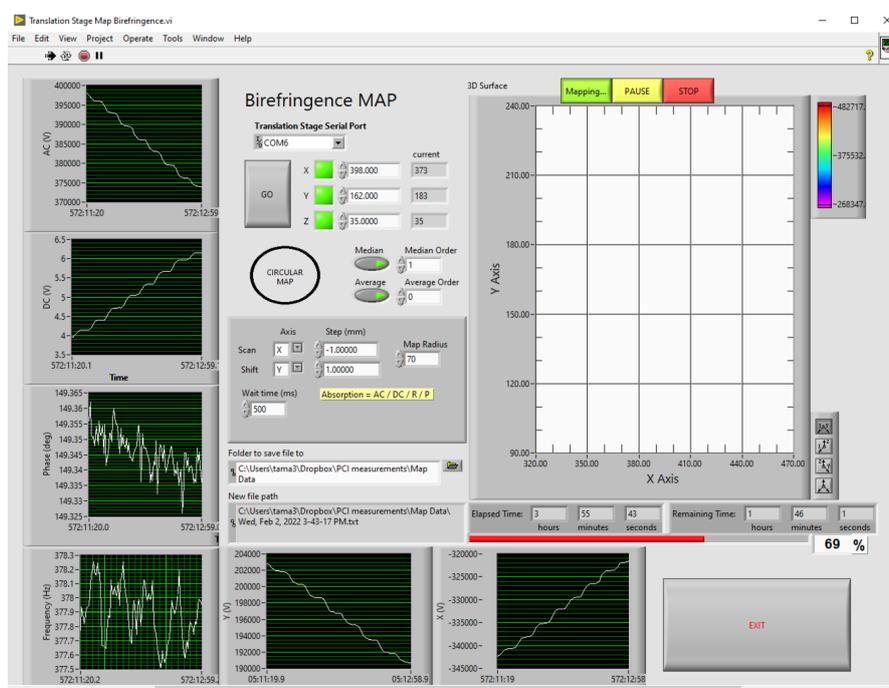


図 27: 複屈折測定のコントロールパネル

5) 偏光分布の作成

角度 ξ の直線偏光が入射した時、複屈折により(122)式のように偏光状態が変化する。それぞれのPDにおける測定されたパワーを(127)式、(128)式のように規格化して、出射光と同じ偏光パワー比を持つ直線偏光に直した場合の偏光の角度 ξ' を記録したマップを作成した。

6) 複屈折分布の作成

測定された偏光分布を組み合わせて(124)式、(126)式より複屈折分布を計算する。

以上の手順で測定を行う。1),2)は全体を通して一度だけ行い、3),4)は入射偏光を変更する度に行う。測定は(図25)において $\xi \sim 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ を示す角度に対して行った⁹。

⁹ 厳密な角度は付録 B 参照

4.3 それぞれの手法の利点について

二つの手法にはそれぞれ利点がある。TWE マップによる類推の利点は、既に測定されているデータのみから複屈折分布を作ることができる点である。KAGRA からテストマスを搬出する必要がないため、KAGRA の測定や調整を続けることができる点や、真空槽から取り外して運び出す際のテストマスの汚染を防ぐことができる。直接測定法の利点は、複屈折の定義に基づいた測定法であるため、確実性が高いと考えられる点である。

KAGRA では、測定スケジュールの遅延を避ける観点からも、TWE マップによる類推を複屈折分布測定法として確立することが望まれている。そのため、直接測定法により得られた複屈折分布との比較を通じて、TWE マップによる類推の妥当性を検証する。

4.4 複屈折分布の比較

TWE マップによる類推結果と直接測定法の結果を比較するにあたり、両者の伝搬条件の違いを揃える必要がある。TWE マップのデータは往復に伴う複屈折の寄与を含む一方、直接測定法は片道の複屈折を測定している。しかし 3.3 節で述べた通り、TWE マップが受ける複屈折は、複屈折パラメータ $(\Delta n, \theta)$ を持つ厚さ d の板を二度通過したものとみなせる。したがって、TWE マップの結果を片道分に換算することで、直接測定法の分布と同一条件で比較できる。

4.5 測定対象について

TWE マップによる類推法と直接測定法を比較するためには二つの条件がある。

- 1) 複数の直線偏光に対する高精度な TWE マップが存在していること。
- 2) 基材がコーティングや研磨などの加工状態になく、直接測定法で測定できること。

KAGRA グループが利用可能な高精度 Fizeau 干渉計は、現状では CALTECH の装置に限られる。さらに、装置・人員・試料を海外へ移動させることは近年容易ではないため、本研究のために TWE マップを新規に測定することは困難である。したがって、既に複数偏光で TWE マップが取得されている基材を探索する必要がある。しかし、複数の直線偏光に対して TWE マップを測定する例は稀であり、上記条件を満たす試料はほとんど存在しない。

これらの条件を満たす試料として、KAGRA スペア ETMY (図 28) を測定対象に選定した。スペア ETMY は iKAGRA において ETMY として使用された後、現在はテストマスのスペアとして保管されている。重力によるひずみの影響を評価する目的で、試料を 45° ずつ回転させた複数の TWE マップが取得されており、本研究に必要なデータが揃っている。また、当該試料は現行 ETMY と交換された後にコーティングが除去され、再研磨を経て東京大学柏キャンパスに保管されていた。

本試料はテストマスとして用いられる高い品質を有し、寸法も現在 KAGRA で使用されている鏡と同一であるため、本研究の測定対象として適切である。一方で、将来的に再びテストマスとして使用される可能性もあるため、微小な傷や汚れであっても感度へ影響を与え得る。したがって測定に際しては、汚染および損傷を避けるため細心の注意を払う必要がある。

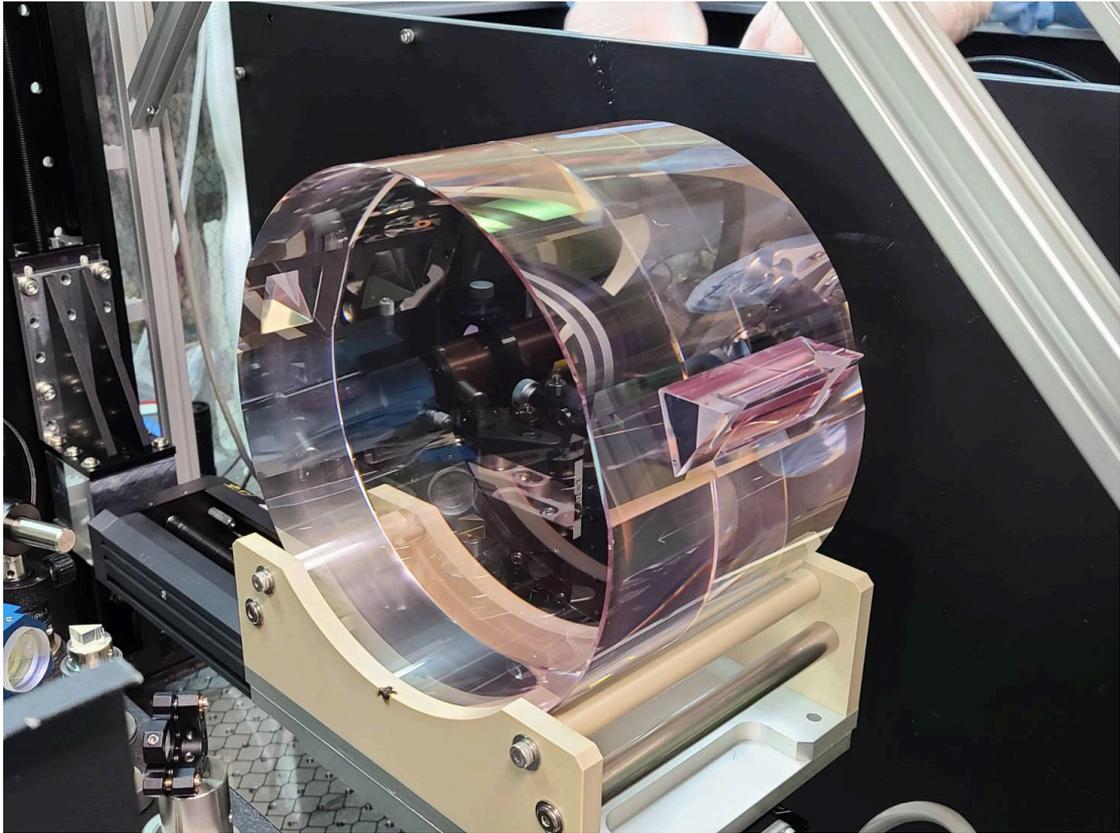


図 28: スペア ETMY

5 実験結果

5.1 TWE マップによる類推法

5.1.1 TWE マップの作成

KAGRA にあるデータベースから Fizeau 干渉計による測定データを取得し、TWE マップを生成する。取得したデータは測定系の定義に基づき片道分の TWE マップに換算して用いる。本論文で使用するデータは、鏡を 45° ずつ回転させて測定したものであり、0° から 315° までの 8 種類のデータが得られる。しかし、0° および 180° のデータが欠損していたため、本研究では 45°、90°、135°、225°、270°、315° の 6 種類を用いる。測定誤差や組み合わせの自由度を考えると全データが揃っていることが望ましいが、本研究で用いる類推法は最低 4 種類の TWE マップがあれば適用可能であるため、6 種類のデータは解析に十分である。以下に作成した TWE マップの例を示す (図 29)。

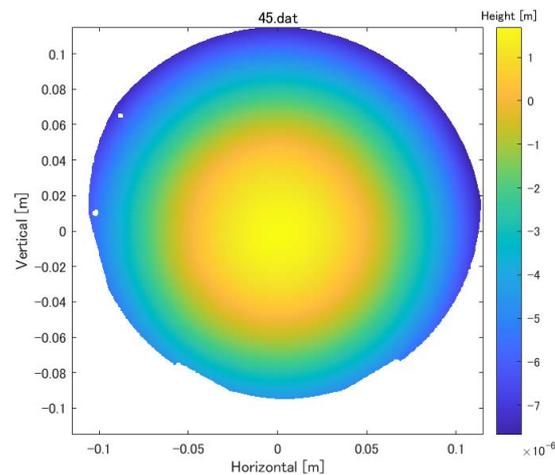


図 29: 作成された透過分布の例
(曲率成分を含む)

TWE マップによる類推法では、回転角の異なる測定データの各点が同一座標上で重なるように整合させる必要がある。そのため本研究では、まずセンタリングを決定し、その中心に基づいて曲率成分を除去した上で、回転角を整合させる処理を行う。次節以降で具体的なデータ処理について解説する。

5.1.2 TWE マップのセンタリングと曲率の除去

本節では、TWE マップによる類推計算に先立ち、マーカーを用いたセンタリングと曲率成分の除去を行う。TWE マップの測定時には、解析時の位置合わせの目印として、鏡中心から 10.5cm

離れた位置に三点のマーカが設けられている。KAGRA の鏡の特性評価ではレーザーが照射される中心部の品質が重要であるため、その領域を避けて外周寄りに配置されている。センタリングでは、鏡の中心を半径 10.5cm の円の中心として定義し、この円周が三点のマーカを通るように TWE マップを平行移動させた (図 30~ 図 35)。

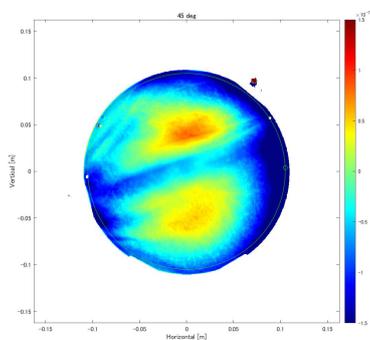


図 30: センタリングされた TWE マップ (45deg) 曲率成分除去後

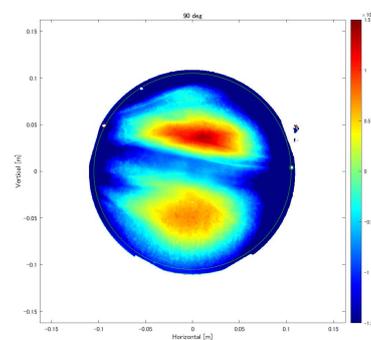


図 31: センタリングされた TWE マップ (90deg) 曲率成分除去後

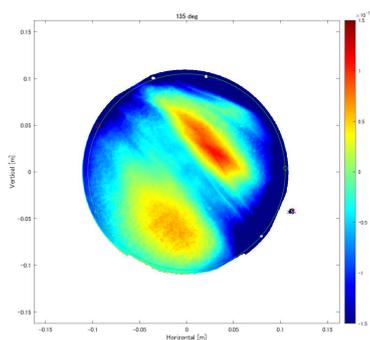


図 32: センタリングされた TWE マップ (135deg) 曲率成分除去後

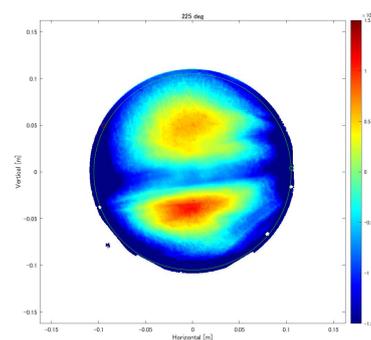


図 33: センタリングされた TWE マップ (225deg) 曲率成分除去後

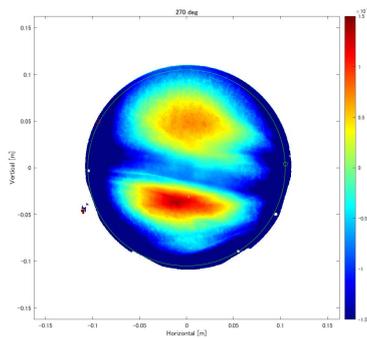


図 34: センタリングされた TWE マップ (270deg) 曲率成分除去後

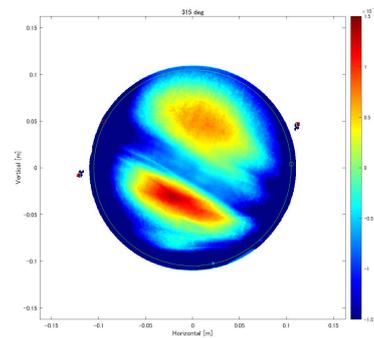


図 35: センタリングされた TWE マップ (315deg) 曲率成分除去後

センタリングにより中心位置が定まったため、以下では曲率成分を除去した TWE マップも併せて示す。曲率成分の除去は、TWE マップに含まれる大域的な厚み変化成分を差し引く処理であり、鏡の物理的な厚みそのものが変化するわけではない。TWE マップによる類推法では曲率に起因する厚み変化も物理的に意味を持つため、最終的な類推計算では曲率成分を含む TWE マップを用いる。一方で、曲率成分は鏡表面の局所的な凹凸よりも振幅が大きく、曲率を含んだままではマーカー以外の特徴を目視で確認しにくい。そこで回転角の決定が完了するまでは、曲率成分を除去した TWE マップを用いて解析を進める。

5.1.3 回転角 ξ の決定

測定が記録されたドキュメント [20] には、鏡を 45° ずつ回転させて TWE マップを取得した旨が記載されている。しかし実際の測定では、回転ステージの再現性や取り付け誤差等により、記録された角度から回転角がわずかにずれる可能性がある。TWE マップによる類推計算では回転角の相対関係を正確に与える必要があるため、各測定に対応する回転角 ξ をマーカー情報から改めて決定した。

具体的には、センタリング済みの各 TWE マップを回転させ、三点のマーカー位置が基準マップのマーカー位置と一致するように回転させた角度を ξ として定義した (図 36~ 図 41)。ここでは各 TWE マップ間の相対角が分かれば十分であるため、便宜的に 90° の TWE マップを基準として $\xi = 0^\circ$ とした。

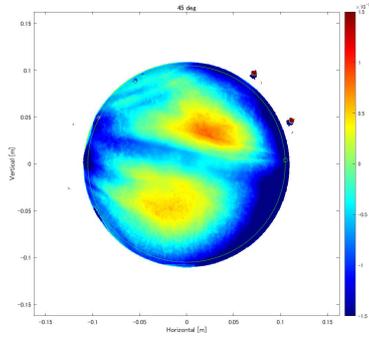


図 36: 回転させた TWE マップ (45deg) = map1 曲率成分除去後

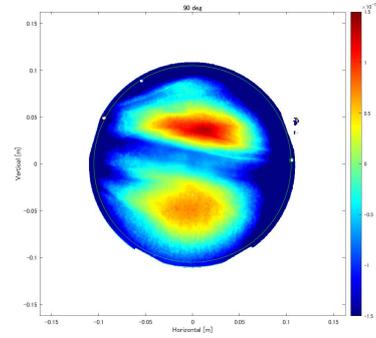


図 37: 回転させた TWE マップ (90deg) = map2 曲率成分除去後

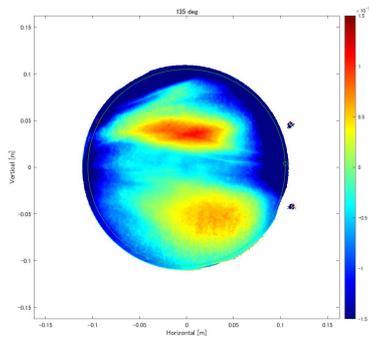


図 38: 回転させた TWE マップ (135deg) = map3 曲率成分除去後

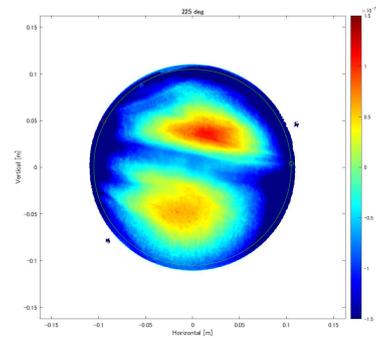


図 39: 回転させた TWE マップ (225deg) = map4 曲率成分除去後

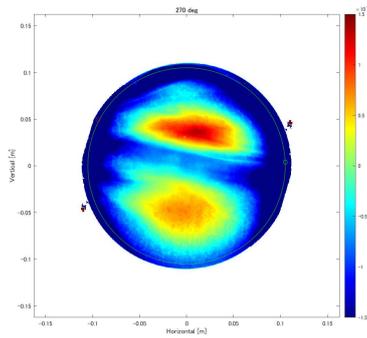


図 40: 回転させた TWE マップ (270deg) = map5 曲率成分除去後

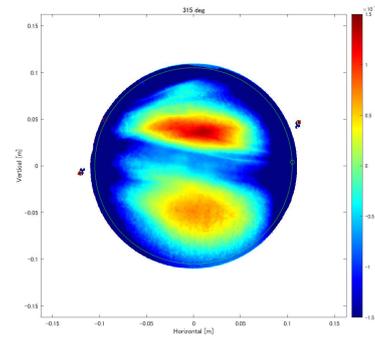


図 41: 回転させた TWE マップ (315deg) = map6 曲率成分除去後

以上により、各 TWE マップの座標系が揃った。ただし 6 種の TWE マップを比較すると、調整後も分布にわずかな差が残ることが分かる。これはファイア鏡に残留する複屈折により、測定ごとに実効的な入射偏光状態が変化したこと起因すると考えられる。

この手順により求めた相対的な回転角 ξ は、それぞれ -31° 、 0° 、 43° 、 161.6° 、 180° 、 199° であった。これまでは記録ドキュメントに基づく回転角で TWE マップを呼称していたが、以降は ξ の昇順に 'map1'、'map2'、...、'map6' と呼ぶ。

5.1.4 複屈折分布の作成

4.1.2 小節の (116) 式、(117) 式に基づき複屈折分布を求めた (図 42、図 43)。この計算法では 4 種類の TWE マップが必要となるため、map1、map2、map3、map4 を使用した。(105) 式、(108) 式における ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 、 ξ_4 にそれぞれ map1、map2、map3、map4 の回転角を対応させた。他の特性評価と同様に半径 7cm の範囲で表示した。複屈折の大きさ Δn と c 軸の大きさ θ については以降、特記しない限り同一のカラースケールを用いる。

2 つの分布を比較すると、 $\Delta n \sim 0$ のときに θ が不連続に変化している (図 44、図 45)。

$\Delta n = 0$ のとき、c 軸は鏡面に対して完全に垂直であり、複屈折軸の方位角 θ を定義することができない¹⁰。

そのため Δn が極めて小さい領域では、わずかなノイズや微小な非ゼロ成分により θ が不安定となり、見かけ上大きく変動 (不連続に変化) して現れると考えられる。一方、 $\Delta n \neq 0$ の領域では、 Δn は空間的にばらつくが、 θ のばらつきは相対的に小さく、特定の方向に集中している。

¹⁰計算式では、 $\Delta n = 0$ より $\Delta \alpha = 0$ 。よって、(107) 式、(110) における $\Delta \psi_1$ 、 $\Delta \psi_2$ が 0 となる。(115) 式において r の値が定まらないことから確認できる。

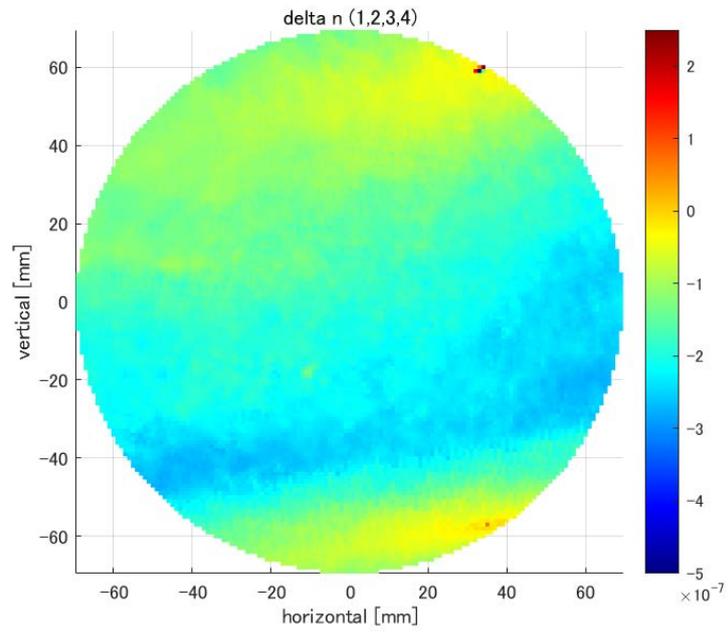


図 42: Δn の分布

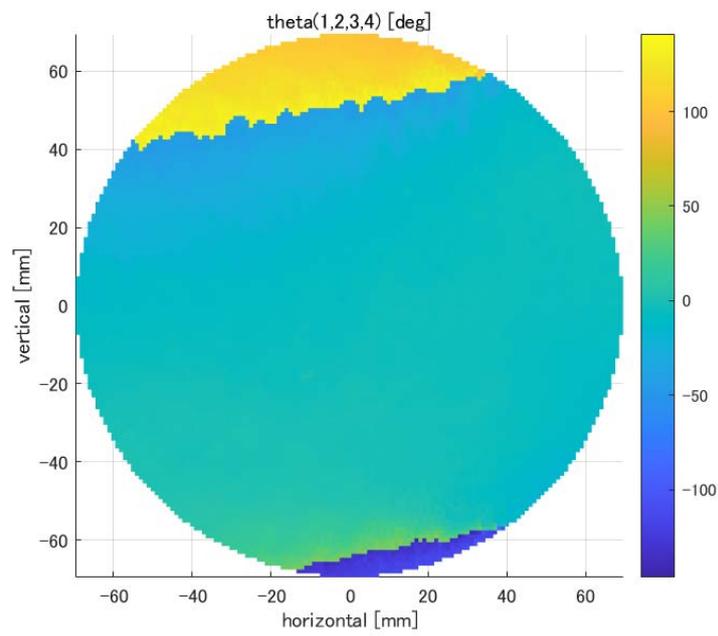


図 43: θ のマップ

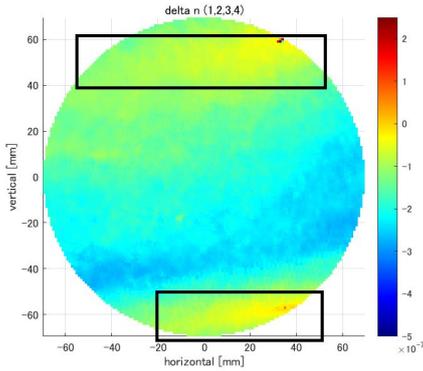


図 44: Δn の分布
 $\Delta n \sim 0$ を強調している

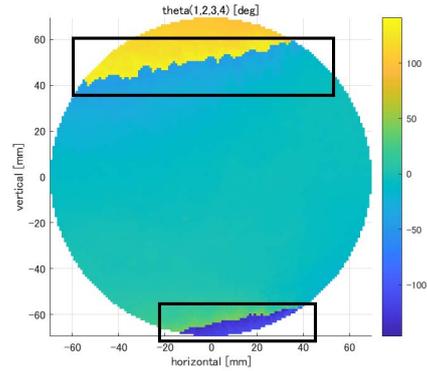


図 45: θ の分布
 $\Delta n \sim 0$ に対応する箇所を強調している

5.1.5 同一のマップを用いた場合の回転角 ξ の組み合わせについて

(図 42) および (図 43) は、 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 、 ξ_4 にそれぞれ ‘map1’、‘map2’、‘map3’、‘map4’ を対応させて計算した結果である。ここで用いる 4 枚の TWE マップはいずれも同一の鏡に対して取得されたデータセットであり、4.1.2 小節の式はマップの割り当て順序 (ξ_i へのラベル付け) に依存しない。したがって理論上は $\xi_1 \sim \xi_4$ への対応関係を入れ替えても、得られる Δn および θ の分布は同一になるはずである。そこで、割り当てを入れ替えた場合にも同一の分布が再現されるかを検証する。以下、 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 、 ξ_4 に map1、map2、map3、map4 と対応させた場合、(1, 2, 3, 4) と表記することとする。(115) 式より、(1, 2, 3, 4) と (3, 4, 1, 2) など同一の分布が得られる。独立に評価する必要があるのは、(1, 2, 3, 4)、(1, 3, 2, 4)、(1, 4, 2, 3) の三種類である。それぞれを計算すると、(図 46~ 図 51) が得られる。

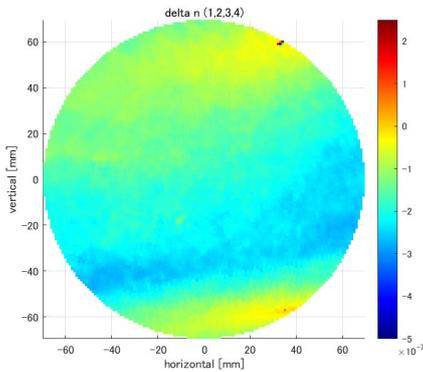


図 46: $\Delta n(1, 2, 3, 4)$

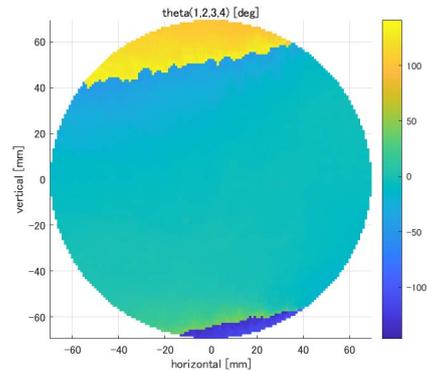


図 47: $\theta(1, 2, 3, 4)$

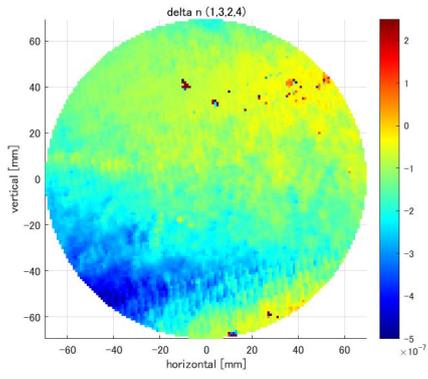


图 48: $\Delta n(1, 3, 2, 4)$

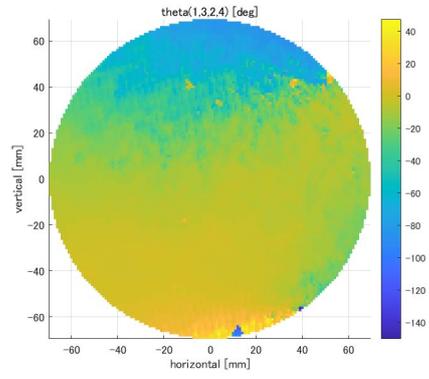


图 49: $\theta(1, 3, 2, 4)$

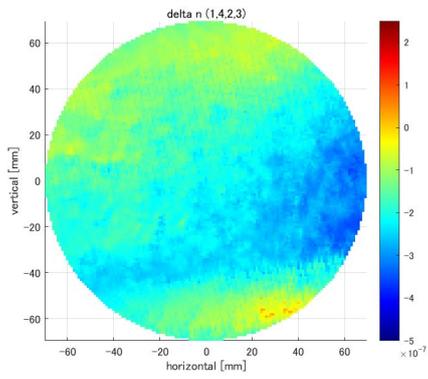


图 50: $\Delta n(1, 4, 2, 3)$

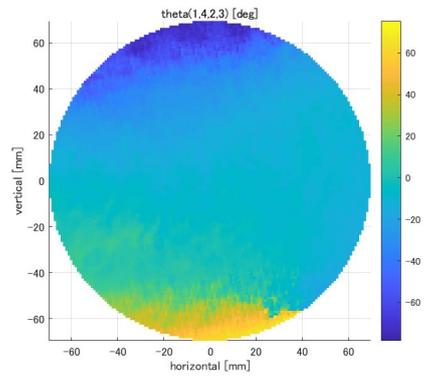


图 51: $\theta(1, 4, 2, 3)$

map1、map2、map3、map4 の組み合わせでは、式の当てはめる位置を入れ替えても Δn および θ の分布は概ね一致し、理論上の予想と整合する。一方で、図 48 において、 Δn の分布にわずかに点欠陥が見られる。複屈折分布の点欠陥はサファイア結晶の軸が一部だけズレている場合、結晶内に空洞がある場合、結晶中に不純物が入り込んでいる場合などがあるが、今回見られた点欠陥は特定の組み合わせにのみ見られる。そのため、結晶欠陥を直接反映したものというよりは、回転・補間や差分計算などの数値処理に起因して生じた可能性が高い。

5.1.7 小節で、他の組み合わせで得られる分布についても議論するが、同種の TWE マップから複屈折分布を算出する場合はその組み合わせが問題にならないことが多い。

5.1.6 Δn の導出方法についての確認

(117) 式は (107) 式に基づいて導出しているが、同様に (110) 式からも Δn を導出できる。すなわち

$$\Delta n = \frac{\Delta\psi_1}{A \cos 2\theta - B \sin 2\theta} \frac{\lambda}{2\pi d} \quad (130)$$

である。そこで (107) 式と (110) 式の整合性を検証した。(107) 式から求めた Δn を Δn_1 (図 52、図 55、図 58)、(110) 式から求めたものを Δn_2 (図 53、図 56、図 59) とし、 $\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}$ を求めた (図 54、図 57、図 60)。

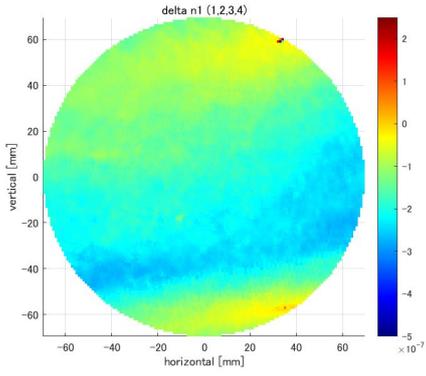


图 52: $\Delta n_1(1, 2, 3, 4)$

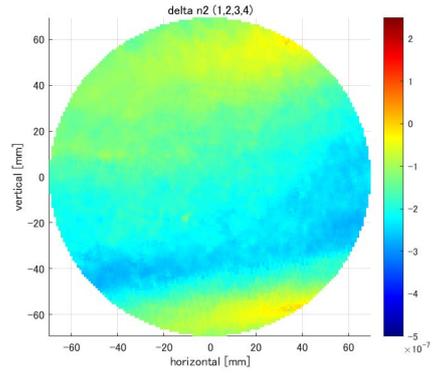


图 53: $\Delta n_2(1, 2, 3, 4)$

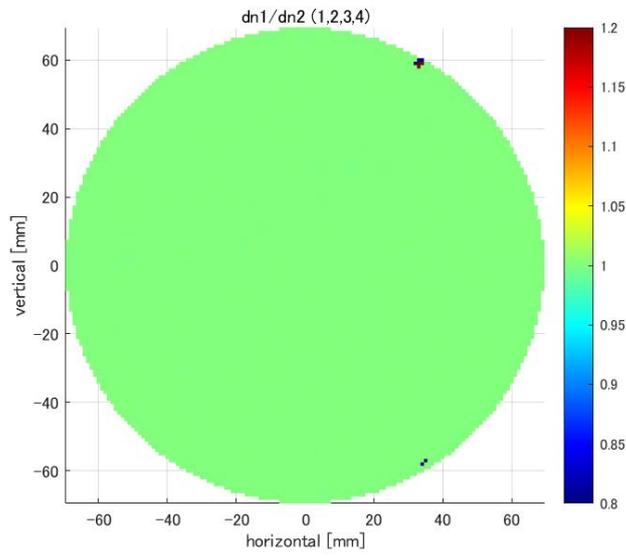


图 54: $\Delta n_1/\Delta n_2(1, 2, 3, 4)$

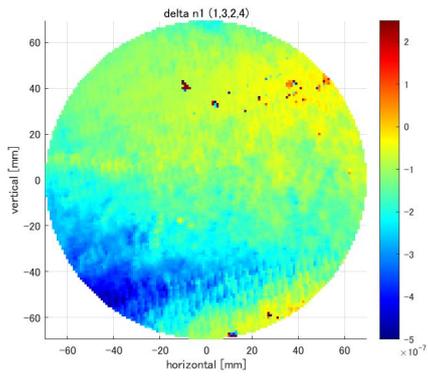


图 55: $\Delta n_1(1, 3, 2, 4)$

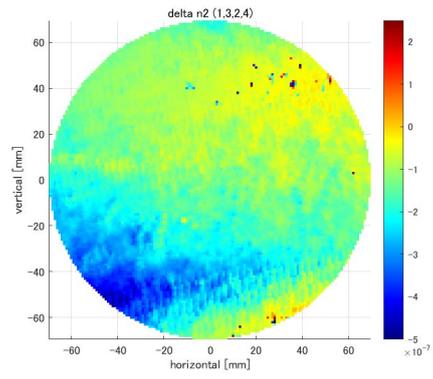


图 56: $\Delta n_2(1, 3, 2, 4)$

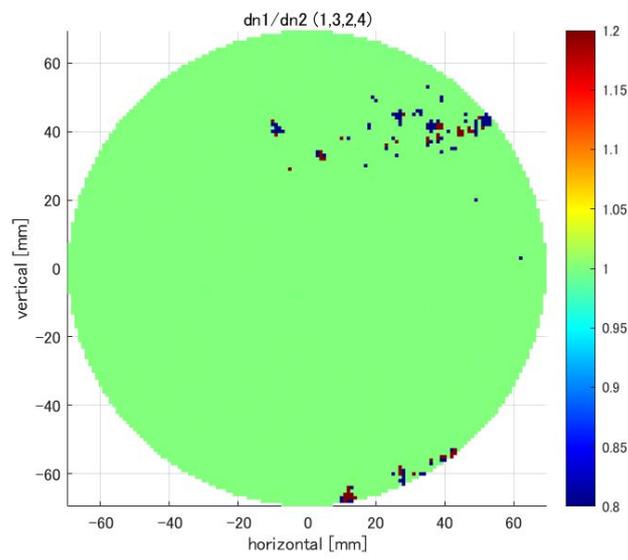


图 57: $\Delta n_1/\Delta n_2(1, 3, 2, 4)$

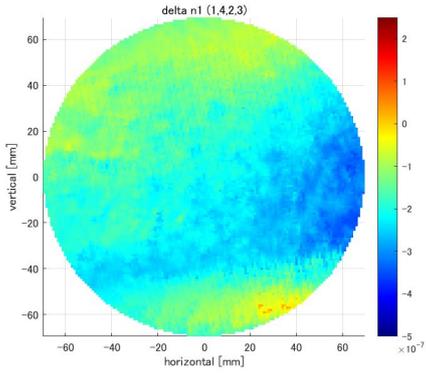


图 58: $\Delta n_1(1, 4, 2, 3)$

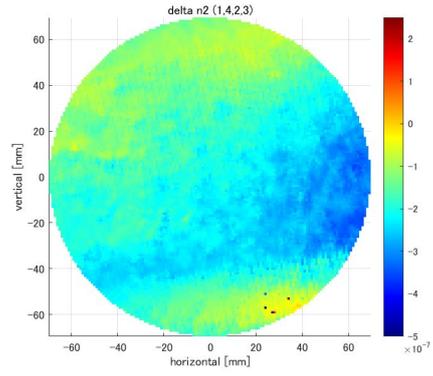


图 59: $\Delta n_2(1, 4, 2, 3)$

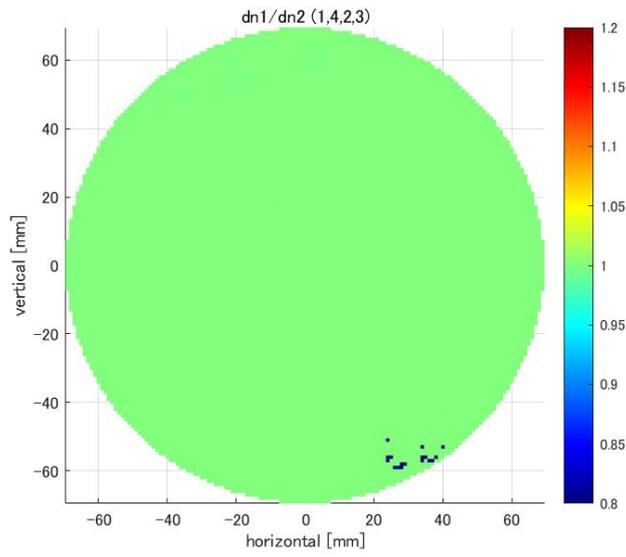


图 60: $\Delta n_1/\Delta n_2(1, 4, 2, 3)$

(図 54、図 57、図 60) より、点欠陥周辺を除けば大部分で $\Delta n_1/\Delta n_2 \simeq 1$ が成り立つ。また、各図に見られる点欠陥の位置は Δn_1 および Δn_2 の分布で点欠陥が現れた位置と一致しており、(107) 式と (110) 式のいずれを採用するかという選択に直接起因するものではないと考えられる。以上より、本データに対しては (107) 式と (110) 式は実質的に同等であり、どちらを用いても Δn を同様に評価できる。

本論文では以降 (107) 式を用いて Δn を計算する。

5.1.7 異なる TWE マップの組み合わせについて

5.1.4 小節以降、(1, 2, 3, 4) の組み合わせもしくはその入れ替えについて論じてきたが、スベア ETMY に対して本研究では 6 種類の TWE マップを所持している。そのため、map5 や map6 を利用した組み合わせについても考えることができる。本節ではそれらの組み合わせについて論じていく。

ここで 5.1.3 小節の回転角を見ると、‘map2’ と ‘map5’ の回転角は 180° だけ異なる。直線偏光は 180° 回転させても同一の偏光状態であるため、TWE マップを用いた類推法においては、‘map2’ と ‘map5’ は等価であるとみなせる。そのため、本論文では ‘map5’ を除き、‘map1’、‘map2’、‘map3’、‘map4’、‘map6’ の組み合わせを主に検討する。

また、(106) 式、(109) 式、(115) 式から $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ の組み合わせのうち、 ξ_2 と ξ_4 もしくは ξ_1 と ξ_3 は同じものを用いても複屈折を計算できることが分かる。よって、本節では従来通りの 4 種類を用いた場合と、 $\xi_2 = \xi_4$ とした 3 種類の TWE マップを用いた場合の類推についても議論する。

類推の前に、3 種類の TWE マップを用いた場合の式と表記を定義する。使用する 3 種類の TWE マップの回転角を ξ_1, ξ_2, ξ_3 と置き、(105) 式と (108) 式における回転角を

$$\Delta\psi_1 = \psi(\xi_1) - \psi(\xi_3) \quad (131)$$

$$\Delta\psi_2 = \psi(\xi_2) - \psi(\xi_3) \quad (132)$$

とする。また、map1、map2、map3 を用いて $\xi_1 = -31^\circ, \xi_2 = 0^\circ, \xi_3 = 43^\circ$ としたときに得られた複屈折分布を (1, 2, 3) と表記することとする。3 種類の TWE マップを用いる場合でも同じ 3 種類の TWE マップの組み合わせから得られる複屈折分布は 3 通り考えられ、map1、map2、map3 を用いる場合だと (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3) の 3 通りが考えられる。

付録 A で、map1、map2、map3、map4、map6 を用いることで得られる全ての複屈折分布を示す。4 種類の TWE マップを用いる場合も 3 種類の TWE マップを用いる場合もそれぞれ 3 通りの組み合わせが得られる。5 種類のマップから 4 種類選ぶ組み合わせは ${}_5C_4 = 5$ 通り、5 種類のマップから 3 種類選ぶ組み合わせは ${}_5C_3 = 10$ 通りであり、4 種類のマップを用いる場合も 3 種類のマップを用いる場合も、各組合せに対して 3 種類の並び替えが存在するため、全体で 45 通りの組み合わせについて確認した。

全組み合わせについて計算を行ったところ、 Δn が正となる部分の特徴に基づき 3 種類のパターン A、B、C に大別することができた。それぞれのパターンにおける典型的な分布を以下に示す。

パターン A：正の複屈折分布を持たない分布 (図 61、図 62)

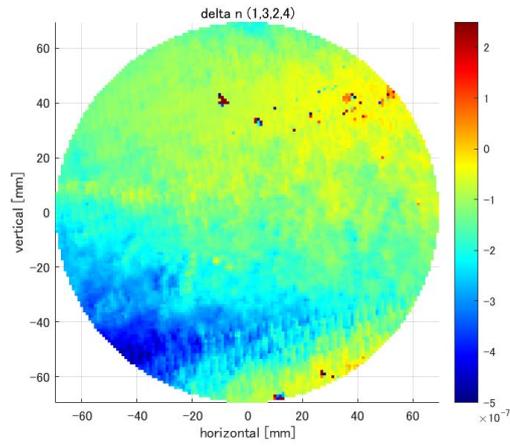


図 61: $\Delta n(1, 3, 2, 4)$

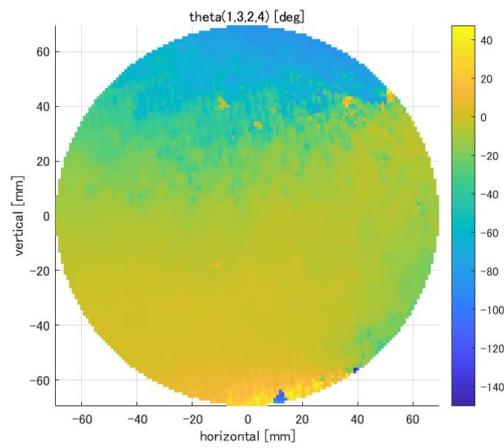


図 62: $\theta(1, 3, 2, 4)$

このパターンはほとんどの分布で $\Delta n \leq 0$ を示し、 $\Delta n > 0$ となるのはわずかな点欠陥のみである。また、左下から右下にかけて大きな負の複屈折が帯状に分布する。27通りの複屈折分布がこのパターンに当てはまった。

パターン B: Δn の分布の上部または下部に正の複屈折が現れる分布 (図 63、図 64)

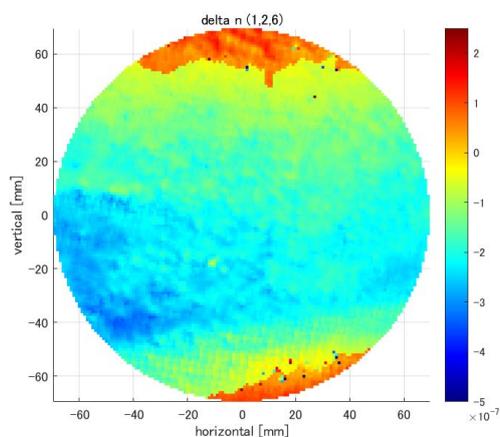


図 63: $\Delta n(1, 2, 6)$

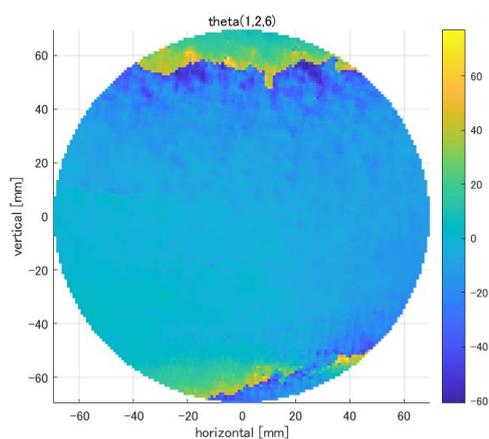


図 64: $\theta(1, 2, 6)$

このパターンでは、上下、もしくはその片方が正の複屈折を示す。残りの部分はパターン A に類似していて、左下から右下にかけて負の複屈折が帯状に分布する。正の分布と負の分布があるため、その境界では θ が大きく変化する。

12 通りの複屈折分布がこのパターンに当てはまった。

パターン C：左右に大きく分かれる分布 (図 65、図 66)

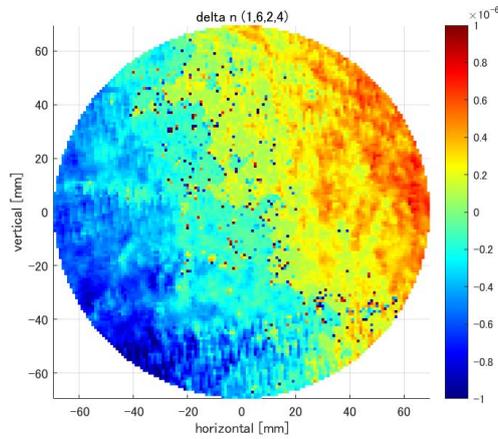


図 65: $\Delta n(1, 6, 2, 4)$ カラースケールを調整している

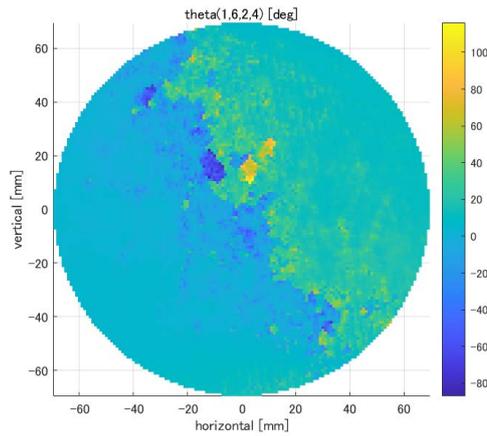


図 66: $\theta(1, 6, 2, 4)$

左右に正負の領域が分かれており、このパターンのみ Δn の絶対値が約 2 倍大きい。左右に領域が分かれているが、右側が正となる場合と負となる場合の両方が見られる。 θ は他のパターンにおける分布と同じように、 $\Delta n \sim 0$ の部分で大きく変動する以外は大きな変化はない。

6 通りの複屈折分布がこのパターンに当てはまった。

5.1.8 TWE マップの回転角ミスマッチについて

5.1.7 小節では複屈折分布を 3 種類のパターンに分類できたが、同じ鏡についての解析なので理論上は一致することが期待される。このような結果になったのは、5.1.3 小節における回転角の決定を目視に基づいており、回転角 ξ に誤差があるからではないだろうかと考えた。これを検証するために 5.1.7 小節で挙げた各パターンの典型的な例を構成する TWE マップの回転角 ξ を \pm 数度変更することで複屈折分布に変化があるか調べた。

パターン A (図 61、図 62) を構成する 4 枚の TWE マップのうち、‘map1’の回転角 ξ は -31° であったが、これを -34° に変更すると、パターン B に類似した特徴が現れた (図 67、図 68)。

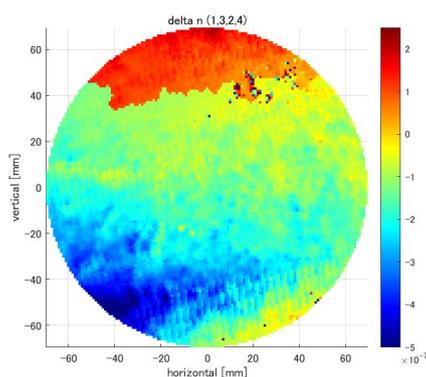


図 67: (図 61) の回転角を変更して得られた分布

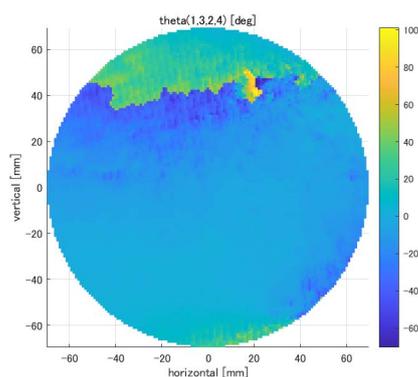


図 68: (図 62) の回転角を変更して得られた分布

パターン B (図 63、図 64) を構成する 3 枚の TWE マップについても、‘map1’の回転角 ξ を -31° から -30° に変更すると、パターン A に類似した特徴が現れた (図 69、図 70)。

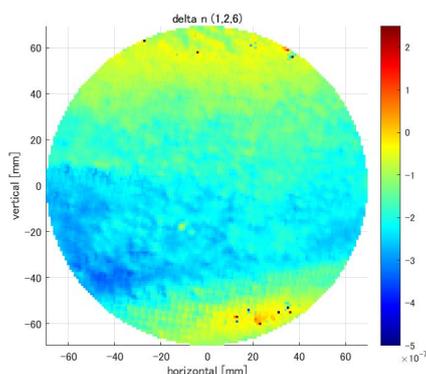


図 69: (図 63) の回転角を変更して得られた分布

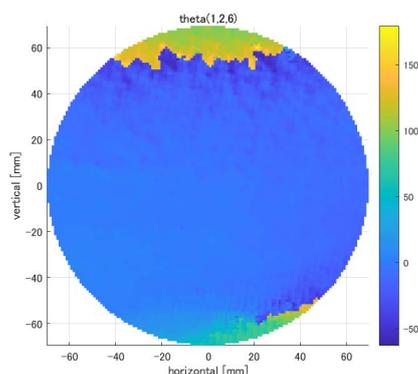


図 70: (図 64) の回転角を変更して得られた分布

一方、パターン C (図 65、66) を構成する 4 枚の TWE マップでは、‘map1’の回転角 ξ を変更

しても分布の特徴は大きく変化しなかった。例として、 ξ を 5° 変更した結果を (図 71、図 72) に示す。

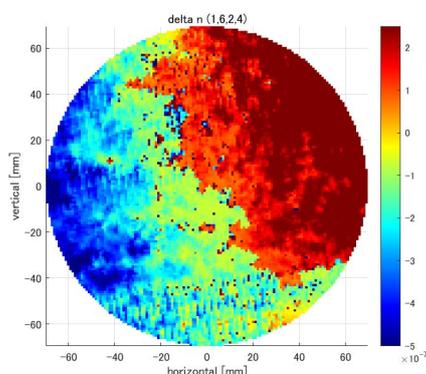


図 71: (図 65) の回転角を変更して得られた分布

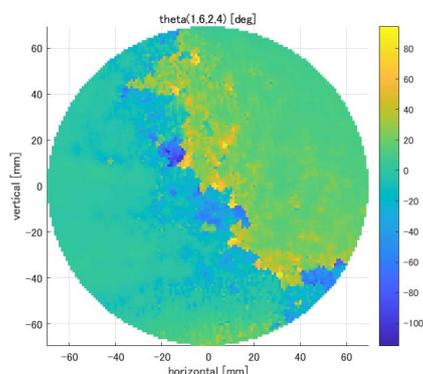


図 72: (図 66) の回転角を変更して得られた分布

以上のことからパターン A とパターン B は回転角のミスマッチによって変化したと考えられる。また、パターン C は回転角に起因するものではないことも分かる。これらのうち、いずれが実際の複屈折分布を表すかは次小節で議論する。

5.1.9 物性を踏まえた複屈折分布の妥当性

この節ではパターン A、B、C のうち、どれが実際の複屈折分布として妥当かを議論する。

サファイアは $n_e < n_o$ つまり、 $\Delta n \leq 0$ である物質として知られている。つまり、結晶が全てサファイアでできている場合は、分布の全域で $\Delta n \leq 0$ であることが期待される。結晶中の欠陥により正の複屈折を示す可能性も考えられるが、本実験で用いられたスベア ETMY は HEM 法を用いて作成された単結晶であり、結晶の大部分で正の複屈折性を示すことは考えにくい。

よって、分布のほぼ全域で負の複屈折を示すパターン A が物性的に最も整合的であると考えられる。本論文では、これ以降 TWE マップを用いた類推法から得られた複屈折分布はパターン A (図 61、62) を採用して議論を進める。

パターン A を採用すると、5.1.8 小節の議論からパターン B は回転角のミスマッチによって生じた可能性が高い。その一方でパターン C は回転角の微小な変更では特徴が変化せず、現時点ではその発生要因は特定できていない。

5.2 直接測定法

5.2.1 半波長板、1/4 波長板の調整

結果を (図 73) に示す。

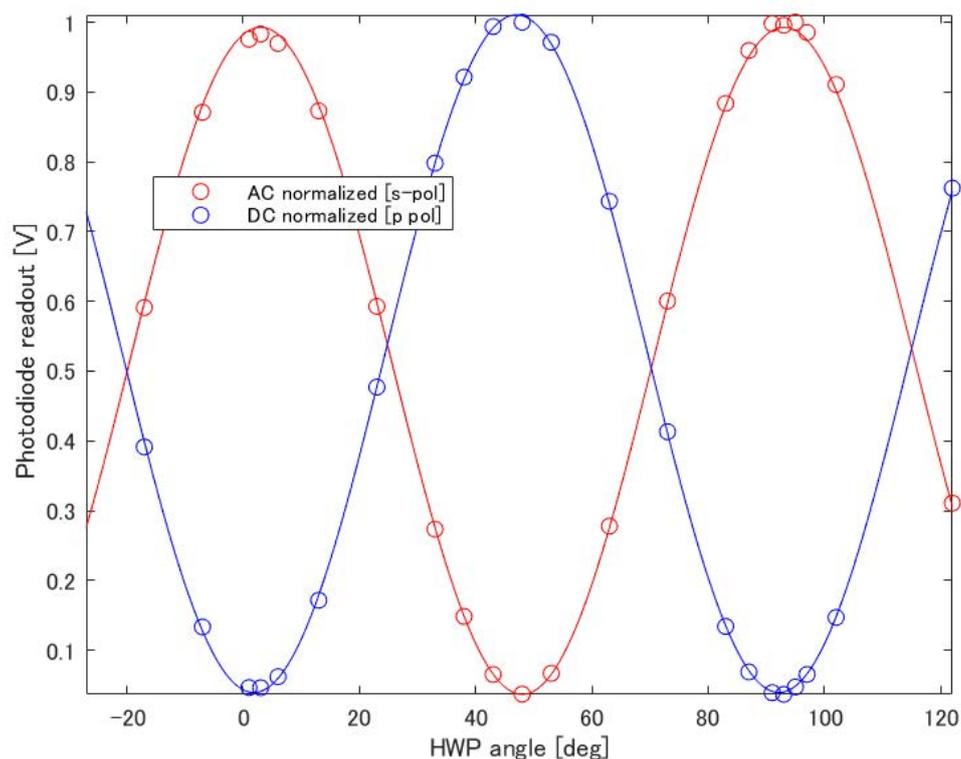


図 73: 半波長板の較正結果

理想的な半波長板であれば、入射直線偏光に対して 90° 周期で同一のピークが現れる。しかし実際には、波長板の位相遅れの誤差や取り付け角のずれ等により、ピーク高さや形状に差が生じる。そこで測定精度を高めるため、消光が最も深くなる角度（直線偏光性が最も高い状態）を S 偏光および P 偏光の設定角として選定した。

(図 73) の測定結果より、 92° 付近が S 偏光、 47° 付近が P 偏光に対応することが分かった。 120° 以降を測定していないのは、別試料での事前測定により、S 偏光ピーク角よりも P 偏光ピーク角の方が小さい範囲に現れることが分かっていたためである。次に、1/4 波長板を手動で調整して偏光の楕円性を最小化した後、半波長板角を 0.1° 刻みで掃引し、図 73 と同様の測定を 92° 付近および 47° 付近で再度行った。その結果、S 偏光は 92.2° 、P 偏光は 47.2° に設定した。

5.2.2 偏光分布の作成

(129) 式に従い偏光分布を作成した (図 74~ 図 79)。

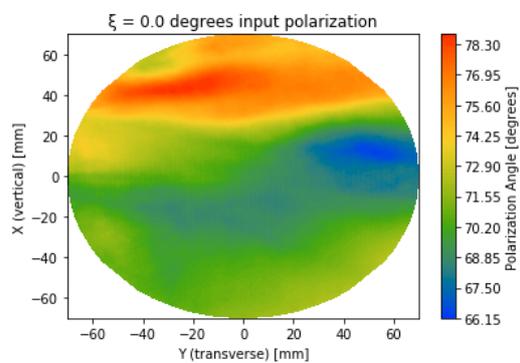


図 74: $\xi = 0^\circ$ (S 偏光) における偏光分布

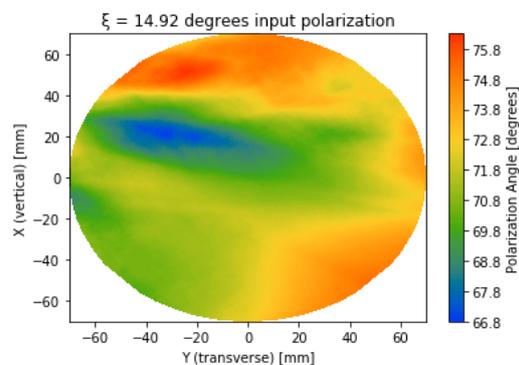


図 75: $\xi = 15^\circ$ における偏光分布

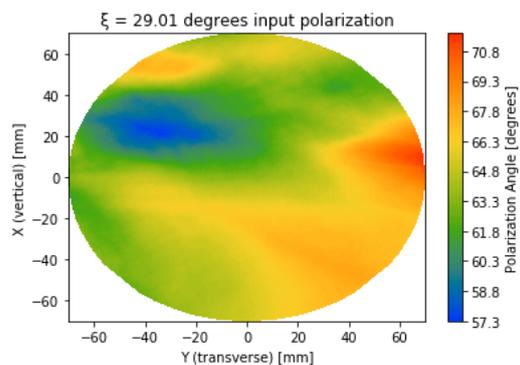


図 76: $\xi = 30^\circ$ における偏光分布

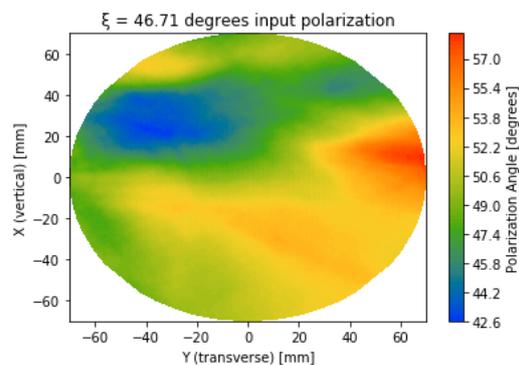


図 77: $\xi = 45^\circ$ における偏光分布

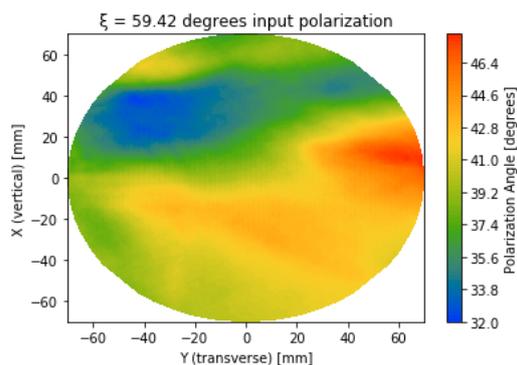


図 78: $\xi = 60^\circ$ における偏光分布

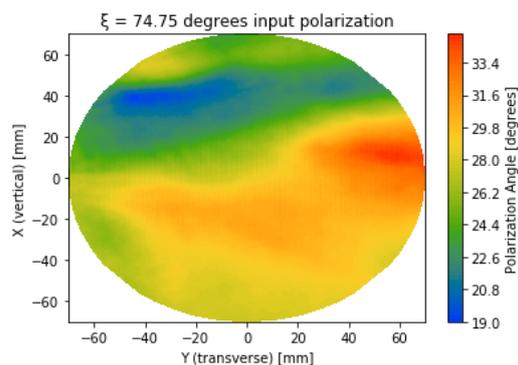


図 79: $\xi = 75^\circ$ における偏光分布

5.2.3 複屈折分布の作成

(124) 式と (126) 式より複屈折分布を算出する。

S 偏光入射時の偏光分布 (図 74) と、 $\xi \sim 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ を入射偏光とした場合の偏光分布 (図 75~ 図 79) を組み合わせることで、5 通りの複屈折分布が得られる。以下には 5 通りの分布から得られた $|\Delta n|$ と θ の平均を示す (図 80、81)。

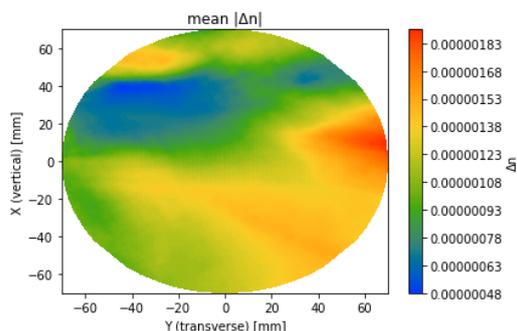


図 80: $|\Delta n|$ の平均

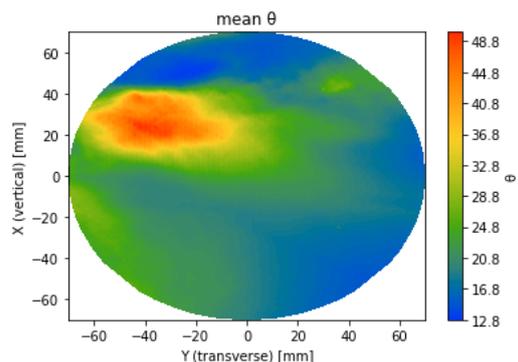


図 81: θ の平均

それぞれの組み合わせから得られた分布は付録 B に記載したが、全ての測定に対して極めて近いパターンを得ることができた。また、2つの図を見比べると $|\Delta n|$ と θ に強い相関が見られる。

直接測定法で得られる複屈折の大きさ Δn は絶対値であるため、符号の吟味が必要である。サファイアの複屈折は $\Delta n \leq 0$ である点、 $|\Delta n|$ の最小値が 0 より十分に離れている点から分布の全体で負であると考えられる。

6 TWE マップによる類推法と直接測定法の比較

5章では、TWE マップによる類推法および直接測定法それぞれについて複屈折分布を得た。結果を図 82～図 85 に示す。

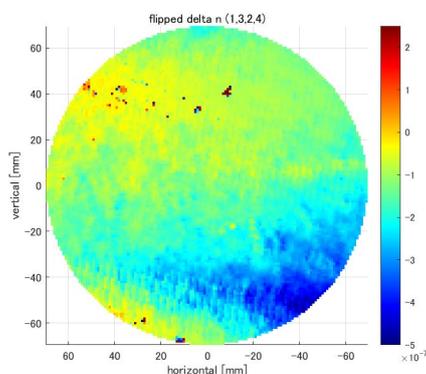


図 82: 類推法によって得られた Δn の分布 (左右反転)

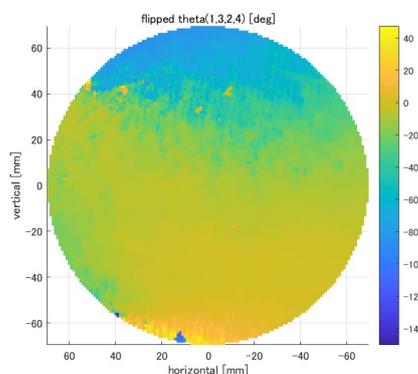


図 83: 類推法によって得られた θ の分布 (左右反転)

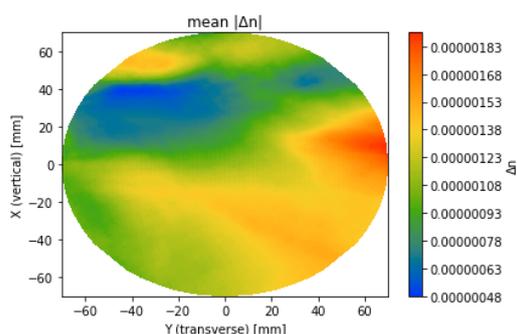


図 84: 直接測定法によって得られた $|\Delta n|$ の分布

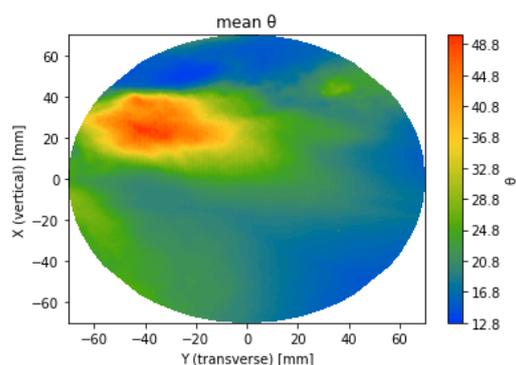


図 85: 直接測定法によって得られた θ の分布

本章ではそれぞれの測定法を比較しそれぞれの妥当性について論じる。また、測定系の関係で、TWE マップによる類推法で作成された分布と直接測定法によって作成された分布の水平方向が逆であることが判明した。比較しやすくするために、以降では TWE マップによる類推法の水平方向を入れ替えて議論を進める。

6.1 Δn の分布の比較

両手法で得られた Δn の分布を図 86 および図 87 に示す。なお、5.2.3 小節で述べた通り、直接測定法で得られる Δn は符号が決まらず $|\Delta n|$ として評価される点に注意する。

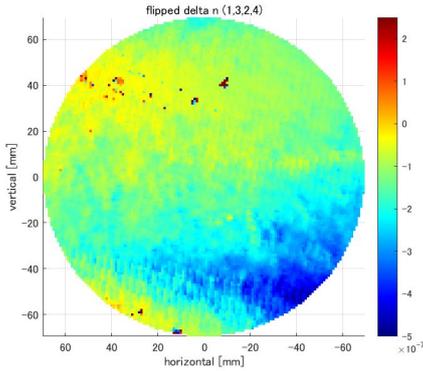


図 86: 類推法によって得られた Δn

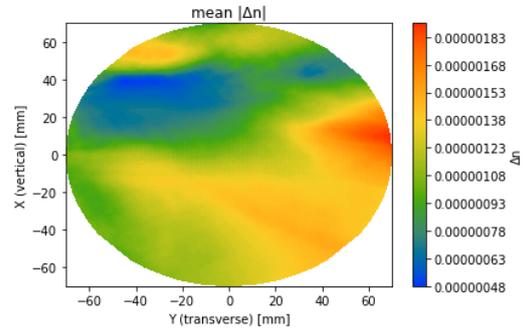


図 87: 直接測定法によって得られた $|\Delta n|$

これらを見比べると、絶対値に相関が見られる (図 88、図 89)。

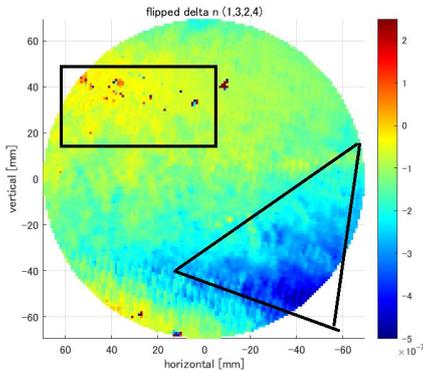


図 88: 類推法によって得られた Δn

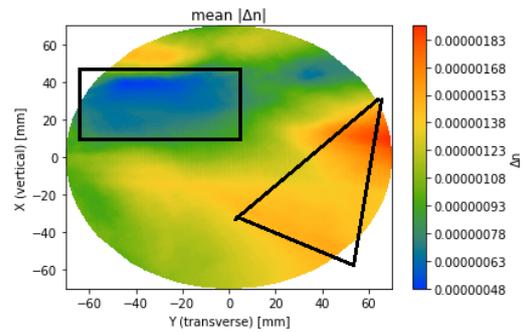


図 89: 直接測定法によって得られた $|\Delta n|$

Δn は複屈折の大きさを示しており、これは c 軸と鏡面のなす角 ϕ の関数である。この結晶は c 軸結晶として作成されたため、 $\Delta n = 0$ になることが期待されている。つまり、 $|\Delta n|$ が大きい部分は結晶軸が乱れている場合や不純物が混ざっている場合などが考えられる。このように Δn は複屈折のパラメーターから結晶の精度を言及する際の重要な指標となる。(図 88、図 89) では、TWE マップによる類推法と直接測定法で得られた Δn の絶対値の分布がよく一致している。以上から、両手法はサファイア結晶における不均一性の大きい領域を同定する点で整合した結果を与えると考えられる。

6.2 Δn の値について

両手法で得られた Δn の値の範囲を図 90、図 91 に示す。類推法では Δn は概ね $-5.0 \times 10^{-7} \lesssim \Delta n \leq 0$ の範囲に分布する。一方、直接測定法では $|\Delta n|$ は概ね $|\Delta n| \lesssim 1.8 \times 10^{-6}$ の範囲に分布し、類推法に比べて大きい値を与える。

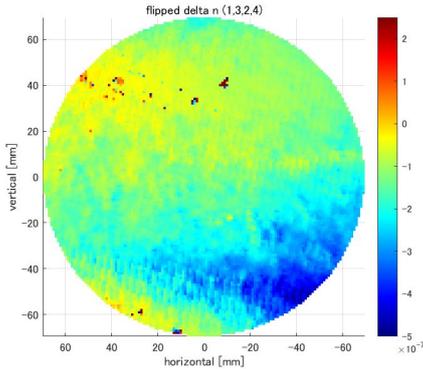


図 90: 類推法によって得られた Δn の分布

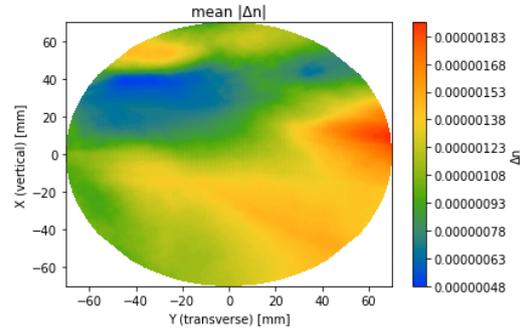


図 91: 直接測定法によって得られた $|\Delta n|$ の分布

この結果から、TWE マップによる類推法が $|\Delta n|$ を過小評価する、もしくは直接測定法が $|\Delta n|$ を過大評価する、あるいはその両方の可能性が考えられる。解析法と実験のセットアップの両方を確認したところ、直接測定法における入射光が垂直でないことが原因として考えられることが一因であると考えられる。直接測定法のセットアップは 4.2.1 小節で触れた通り、熱吸収測定に用いた装置をそのまま用いており、入射光が垂直でないのはその名残である。熱吸収測定において、入射光を垂直にしてしまうと、鏡の内部で幾度も反射してしまう問題や戻り光が発生してしまう問題があり、入射角をつけて使用していた。測定対象は c 軸結晶を目指して作成されており、鏡面と c 軸が垂直になるよう作られている。これに対して光軸を垂直ではない角度で入射すると、 c 軸と光軸をなす角 ϕ が増加し、(84) 式より n'_e の減少、すなわち $|\Delta n|$ の増加につながる。このことが原因で直接測定法で $|\Delta n|$ を過大評価してしまっている可能性がある。

6.3 それぞれの手法における θ の相関の相違について

本節では、TWE マップによる類推法と直接測定法で得られた θ の空間分布を比較し、両者における相関（同じ θ を示す領域の広がりや境界構造）の相違について議論する。特に、直接測定法では $|\Delta n|$ と θ の間に強い相関が見られる一方、類推法では $\Delta n \simeq 0$ 近傍で θ が不連続に変化し得るなど、推定過程の性質由来する特徴が現れる可能性がある。以下では、両手法の代表的な θ 分布を同一の座標系で並べて示し、以降の議論の基準とする。

図 92 および図 93 を比較すると、両手法で得られる θ の空間分布は大きく異なる。直接測定法では θ が概ね $12^\circ \sim 48^\circ$ の範囲に集中しているのに対し、類推法ではほぼ全角度にわたって値が混在しており、空間的な相関はほとんど確認できない。

まず直接測定法について考える。直接測定法では、入射偏光の回転に対する検出信号から式 (124) および式 (126) を用いて $|\Delta n|$ と θ を算出しているが、この導出は入射光が鏡面に対してほぼ垂直であることを仮定している。実際には 4.2.1 小節で述べた通り、本測定では熱吸収測定装置を流用したため入射角が付いており、偏光状態が理想的な直線偏光からずれることが起こり得る。結果として、試料内部の複屈折による偏光回転よりも測定系由来の偏光変換が支配的になり、 θ が特定の

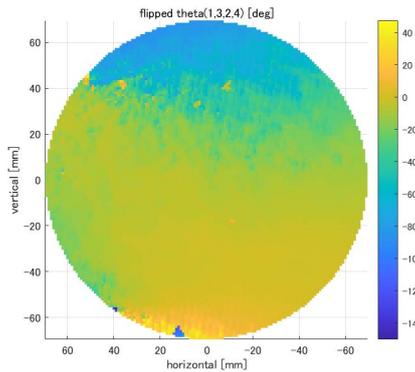


図 92: 類推法によって得られた θ の分布 (左右反転)

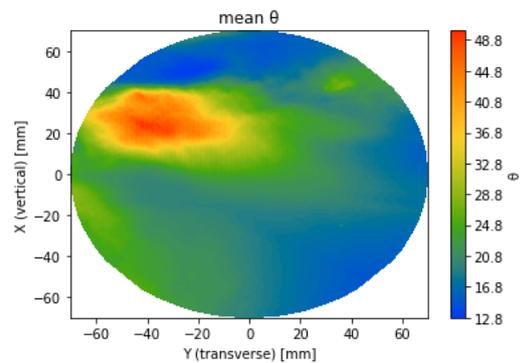


図 93: 直接測定法によって得られた θ の分布

範囲へ偏った可能性がある。これは前小節で議論した $|\Delta n|$ の過大評価と同様に、レーザーの入射角が直接測定法の推定量へ誤差を与える点で整合する。

一方、類推法では TWE マップの組み合わせから θ を復元するため、測定系の入射角に由来する偏光変換は直接的には入りにくい。 θ が全角度に混在して見えることは、類推法側の推定が θ に対して不安定になり得る条件が存在することを示唆する。具体的には、 $\Delta n \simeq 0$ 近傍では θ の定義自体が不定となり、わずかなノイズによって θ が大きく変化することがあり得る。したがって、 θ は必ずしも結晶方位が実際にランダムであることを意味せず、 Δn の小さい領域での推定の不安定性が可視化されている可能性が高い。

以上より、 θ について両手法が一致しない主因としては、(A) 直接測定法では斜入射による系統誤差が θ を狭い範囲へ偏らせている可能性、(B) 類推法では Δn が小さい領域における推定の不安定性が θ の混在として現れている可能性、の両方が考えられる。特に本研究の直接測定法は入射角がゼロではないため、 θ の定量比較には入射角を含む偏光伝搬モデルによる補正、あるいは入射角を十分小さくした再測定が必要である。

7 結論

本論文では、第3章で複屈折の基本原理と、現在KAGRAで問題となっている複屈折に関する課題を整理した。

第4章では、本研究で対象とした2種類の測定法について、測定原理および実験装置を概説し、本研究の方針を示した。

第5章では、5.1節においてTWEマップによる類推法の解析結果を整理した。本手法では得られる分布が3種類の典型的なパターンに分類されたが、サファイアの物性と整合するパターンを採用して以降の議論を進めた。また、複数パターンが現れる要因として回転角ミスマッチの影響を検証し、数度程度の回転角のずれが分布に影響し得ることを示した。5.2節では直接測定法により複屈折分布を取得した。直接測定法では入射偏光を変えても極めて近い分布が再現されたことから、本研究の条件下では再現性の高い測定手法であると考えられる。

第6章では、TWEマップによる類推法で得られた複屈折分布と、直接測定法で得られた複屈折分布を比較し議論した(図94~図97)。

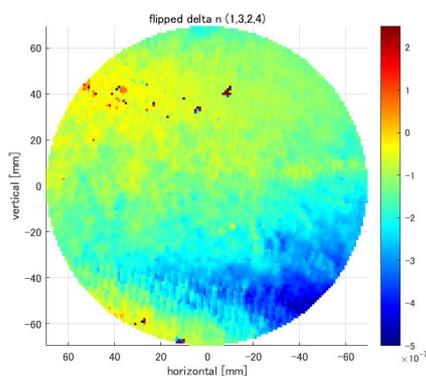


図 94: 類推法によって得られた Δn の分布

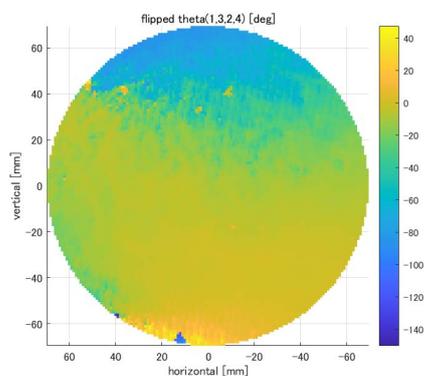


図 95: 類推法によって得られた θ の分布

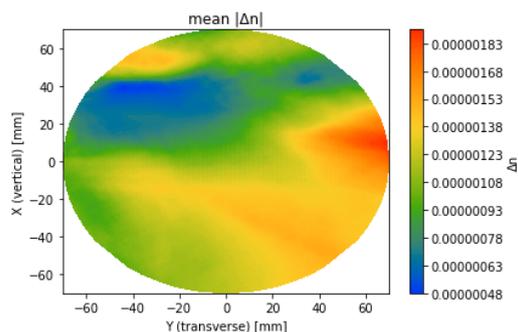


図 96: 直接測定法によって得られた $|\Delta n|$ の分布

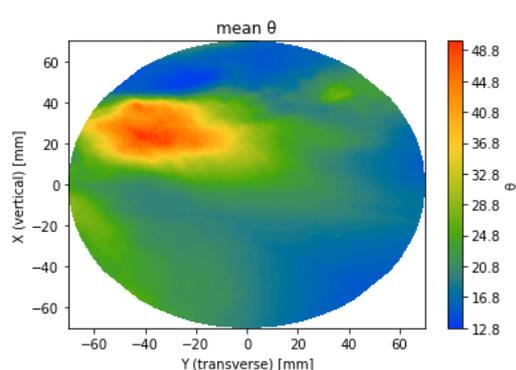


図 97: 直接測定法によって得られた θ の分布

本研究で扱ったデータに対しては、 Δn の空間分布（絶対値）の形状に一定の相関が見られた。一方で、 Δn の絶対値のスケールが両手法で一致しないこと、ならびに θ の空間分布に明確な相関が見られないことが相違点として挙げられ、実験セットアップ（特に直接測定法における入射角など）に起因する系統誤差の可能性が示唆された。

本論文の段階では、両手法に改善点が残されており、本研究の目的である TWE マップによる類推法の妥当性を定量的に評価するには至らず、主として定性的な議論にとどまった。しかし現段階でも、結晶構造の不均一性（欠陥に起因する可能性のある領域）を捉えている可能性が高く、KAGRA 反射鏡の複屈折分布を TWE マップから推定する上で前向きな示唆が得られた。

今後の課題として、(i) 実験セットアップおよび解析手順の改善（回転角決定の高精度化、直接測定法における入射角の影響の補正等）を行った上で、(ii) 複数サンプルに対して測定を実施し統計的に検証することが挙げられる。また、両手法の比較をより定量化するため、 Δn および θ の空間分布に対する相関係数を評価指標として導入し、領域分割や重み付け（例えば $|\Delta n|$ が十分大きい領域に限定する等）も併せて検討する予定である。

さらに本研究では、TWE マップを容易に取得できない現状からスペア ETMY に対する議論に限定された。しかし、2022 年 3 月から国立天文台に本研究で用いた Fizeau 干渉計と同等の干渉計が導入される予定であり、本研究に必要な透過位相誤差分布の測定が従来より容易になる見通しである。これにより、より多くの試料でデータを取得し、改善点を反映した上で本手法の妥当性を検証できると期待される。

付録

A TWE マップを用いた複屈折分布

以下に map1,map2,map3.map4,map6 から得られる全ての分布を示す (図 98~187)。

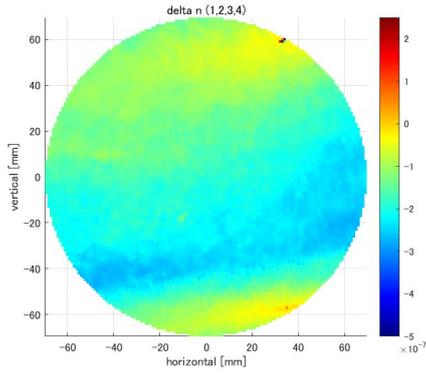


图 98: $\Delta n(1, 2, 3, 4)$

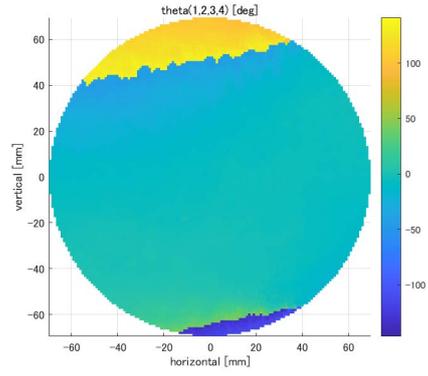


图 99: $\theta(1, 2, 3, 4)$

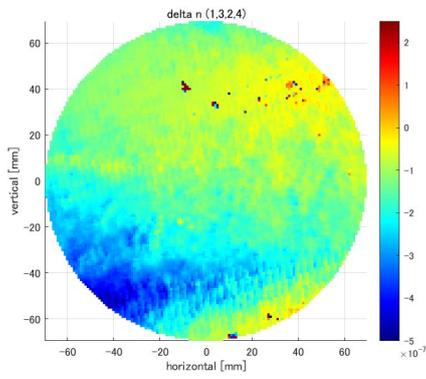


图 100: $\Delta n(1, 3, 2, 4)$

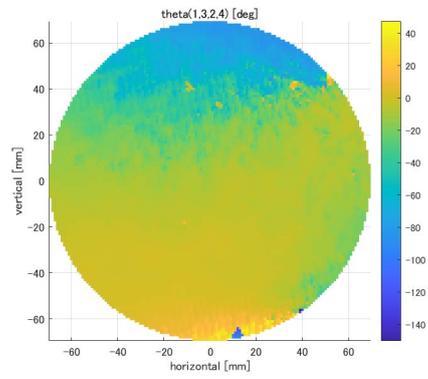


图 101: $\theta(1, 3, 2, 4)$

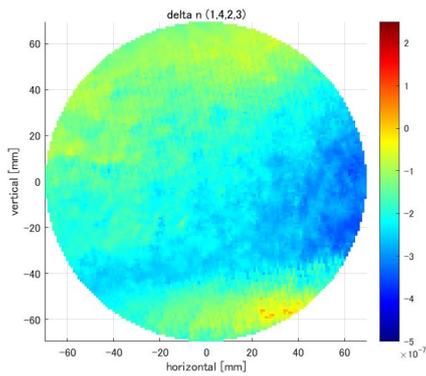


图 102: $\Delta n(1, 4, 2, 3)$

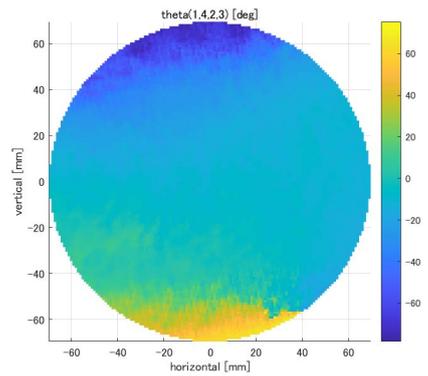


图 103: $\theta(1, 4, 2, 3)$

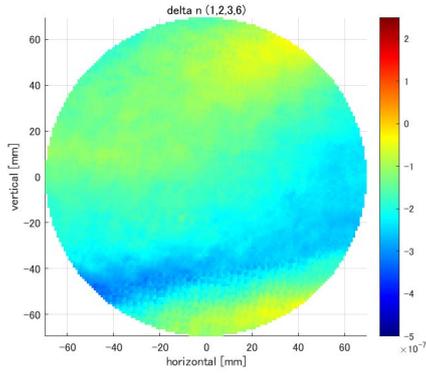


図 104: $\Delta n(1, 2, 3, 6)$

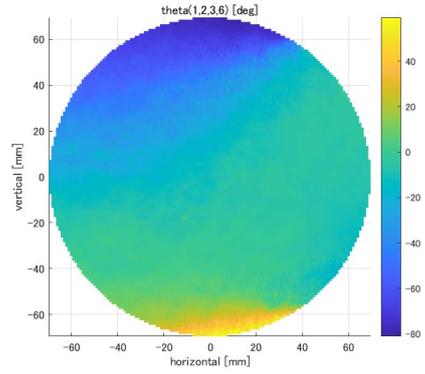


図 105: $\theta(1, 2, 3, 6)$

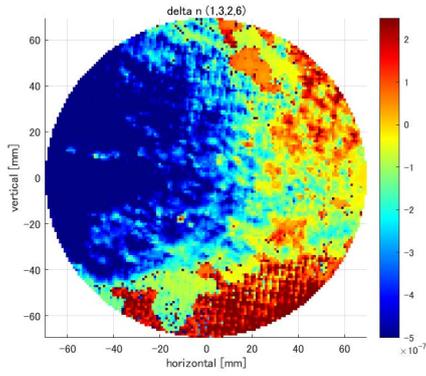


図 106: $\Delta n(1, 3, 2, 6)$

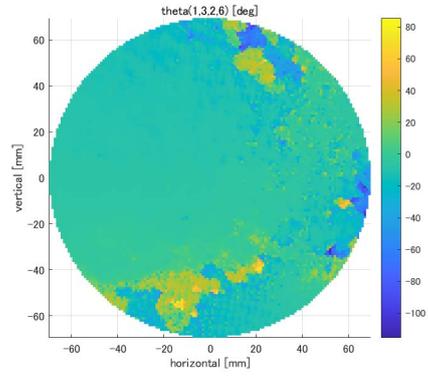


図 107: $\theta(1, 3, 2, 6)$

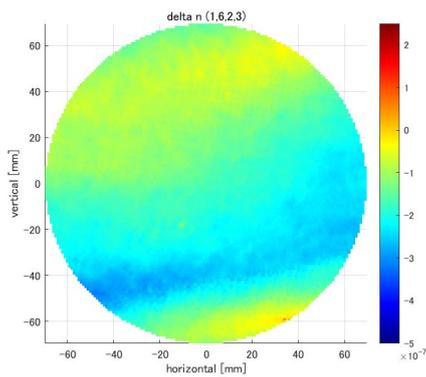


図 108: $\Delta n(1, 6, 2, 3)$

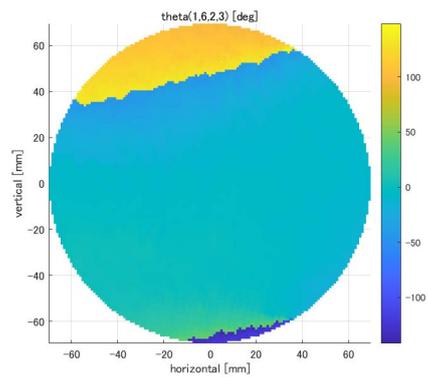


図 109: $\theta(1, 6, 2, 3)$

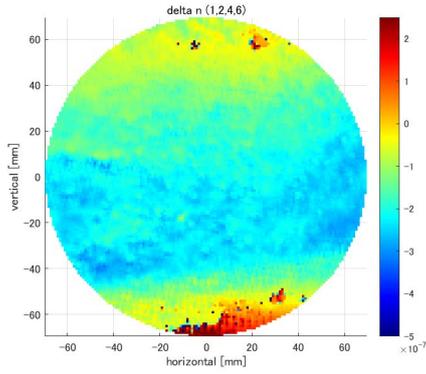


図 110: $\Delta n(1, 2, 4, 6)$

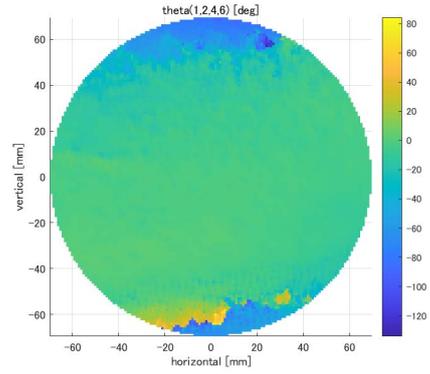


図 111: $\theta(1, 2, 4, 6)$

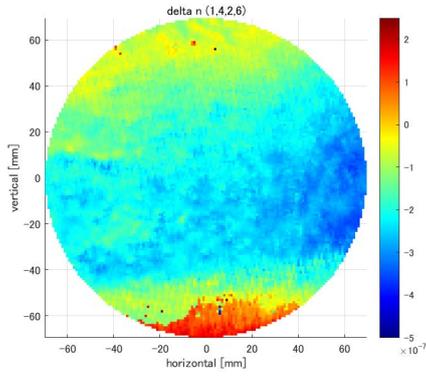


図 112: $\Delta n(1, 4, 2, 6)$

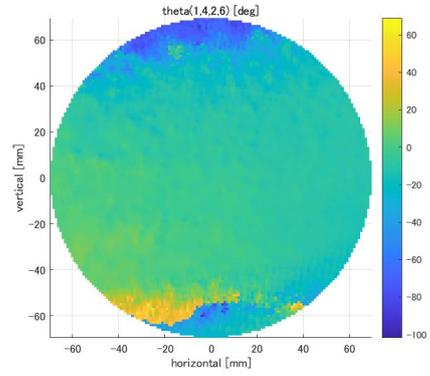


図 113: $\theta(1, 4, 2, 6)$

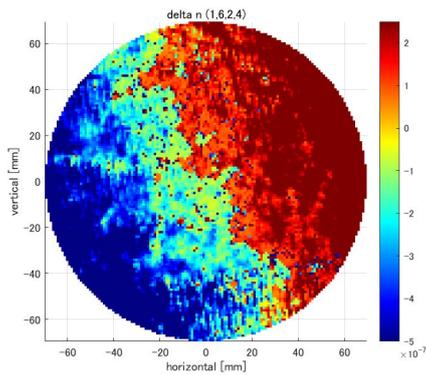


図 114: $\Delta n(1, 6, 2, 4)$

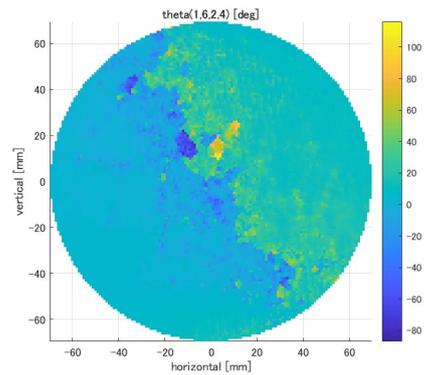


図 115: $\theta(1, 6, 2, 4)$

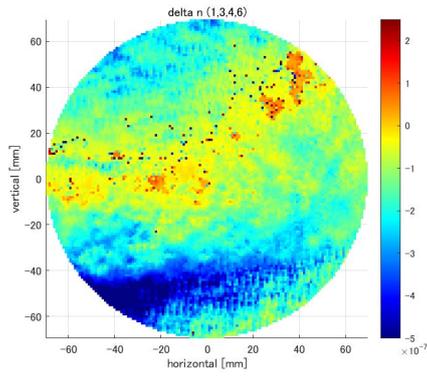


図 116: $\Delta n(1, 3, 4, 6)$

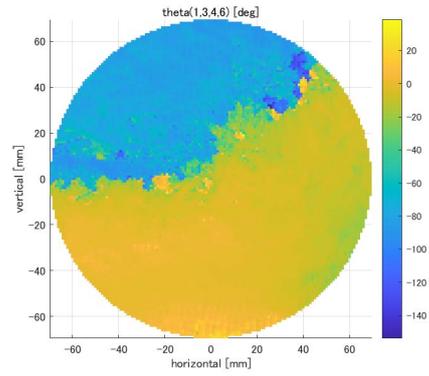


図 117: $\theta(1, 3, 4, 6)$

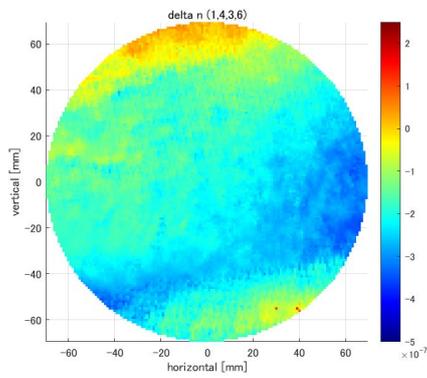


図 118: $\Delta n(1, 4, 3, 6)$

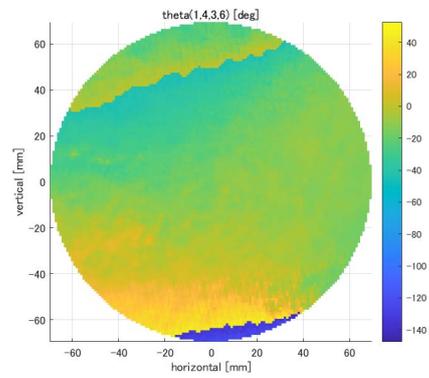


図 119: $\theta(1, 4, 3, 6)$

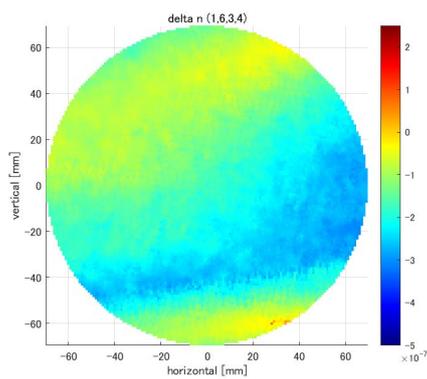


図 120: $\Delta n(1, 6, 3, 4)$

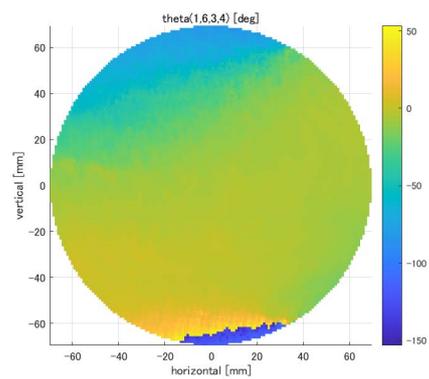


図 121: $\theta(1, 6, 3, 4)$

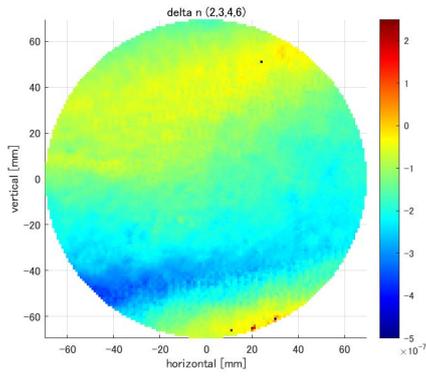


図 122: $\Delta n(2, 3, 4, 6)$

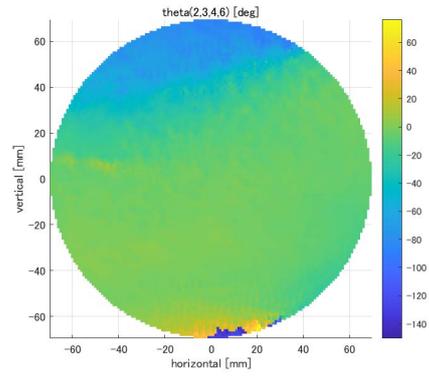


図 123: $\theta(2, 3, 4, 6)$

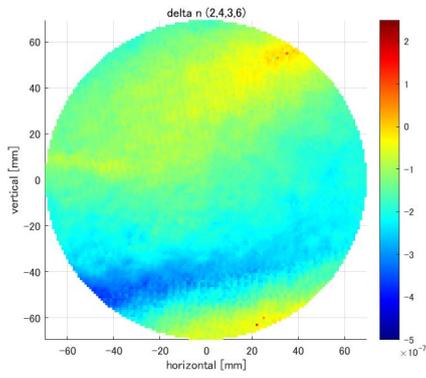


図 124: $\Delta n(2, 4, 3, 6)$

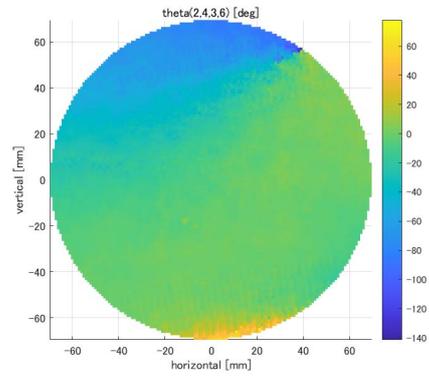


図 125: $\theta(2, 4, 3, 6)$

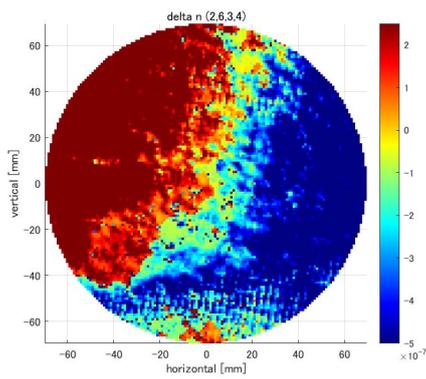


図 126: $\Delta n(2, 6, 3, 4)$

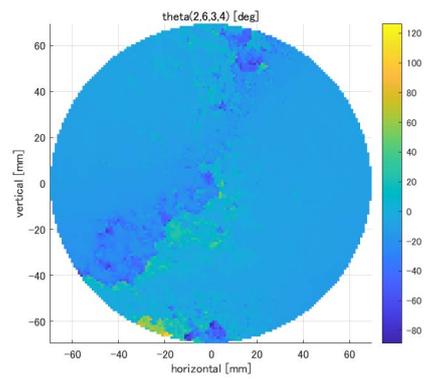


図 127: $\theta(2, 6, 3, 4)$

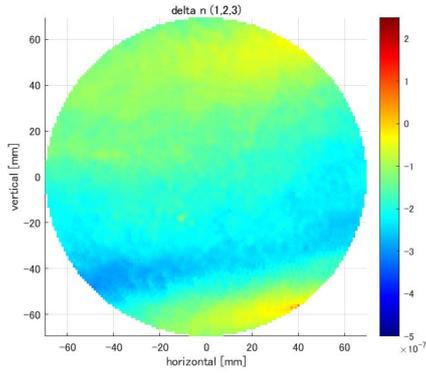


图 128: $\Delta n(1, 2, 3)$

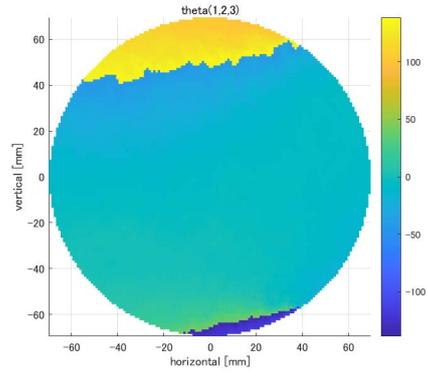


图 129: $\theta(1, 2, 3)$

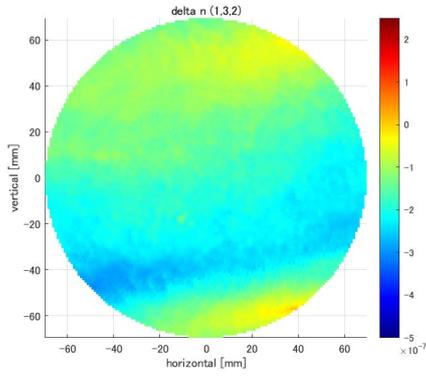


图 130: $\Delta n(1, 3, 2)$

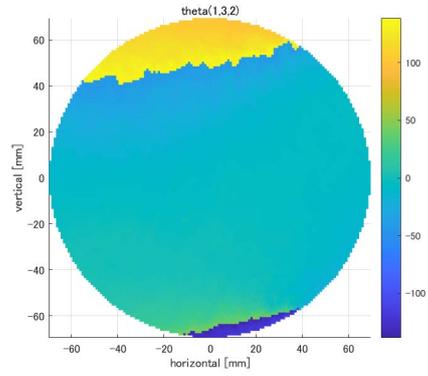


图 131: $\theta(1, 3, 2)$

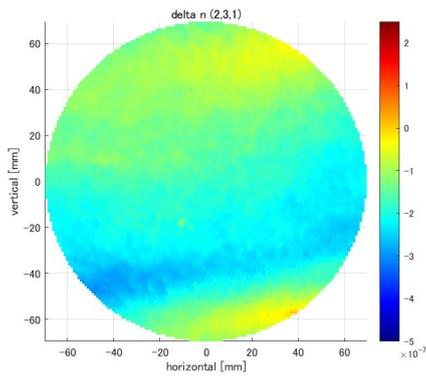


图 132: $\Delta n(2, 3, 1)$

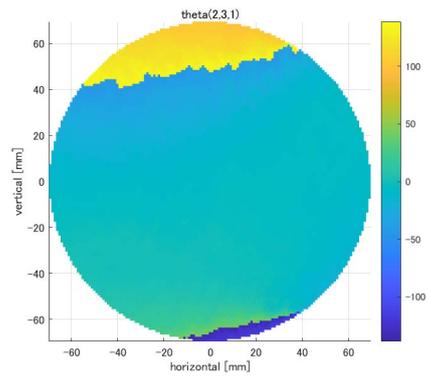


图 133: $\theta(2, 3, 1)$

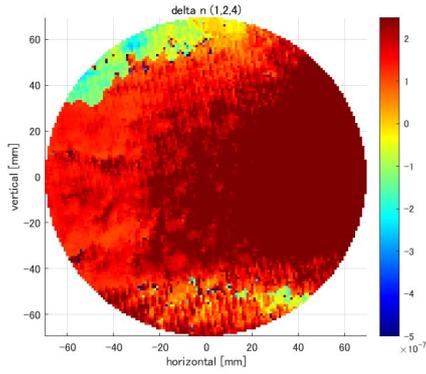


图 134: $\Delta n(1, 2, 4)$

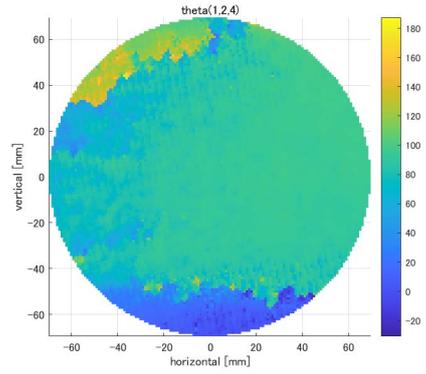


图 135: $\theta(1, 2, 4)$

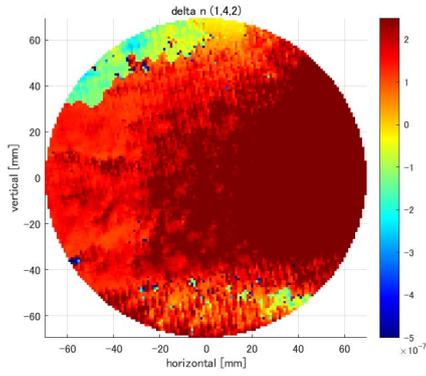


图 136: $\Delta n(1, 4, 2)$

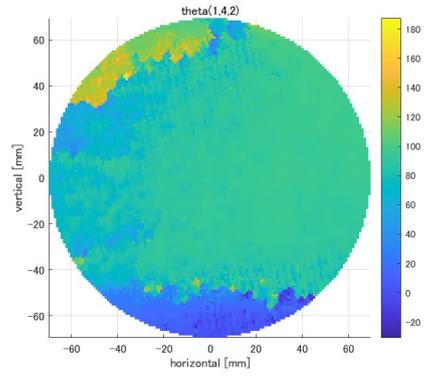


图 137: $\theta(1, 4, 2)$

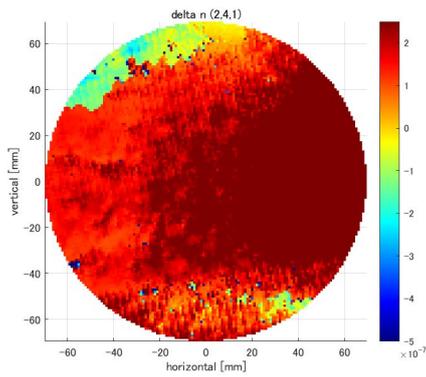


图 138: $\Delta n(2, 4, 1)$

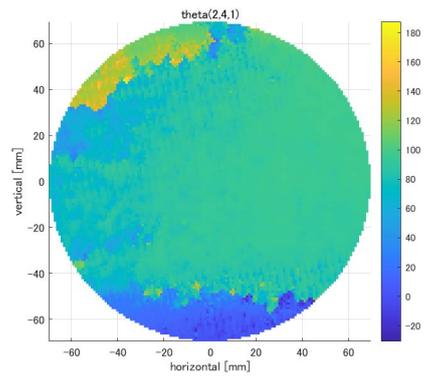


图 139: $\theta(2, 4, 1)$

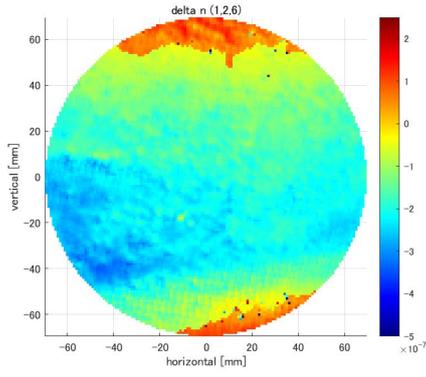


图 140: $\Delta n(1, 2, 6)$

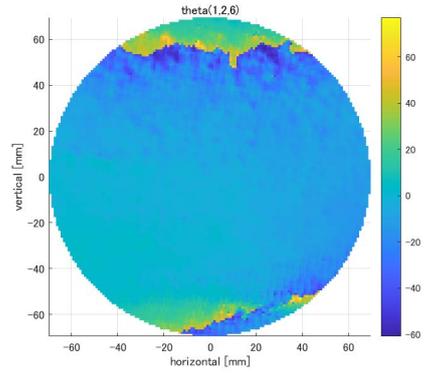


图 141: $\theta(1, 2, 6)$

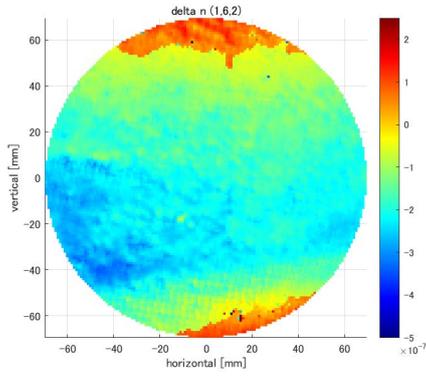


图 142: $\Delta n(1, 6, 2)$

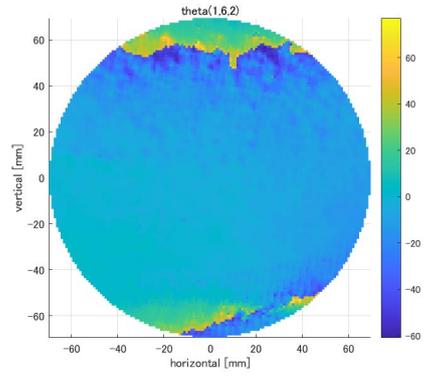


图 143: $\theta(1, 6, 2)$

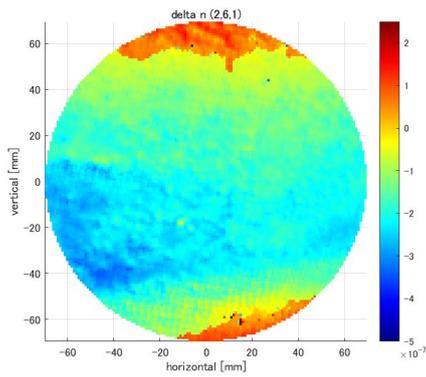


图 144: $\Delta n(2, 6, 1)$

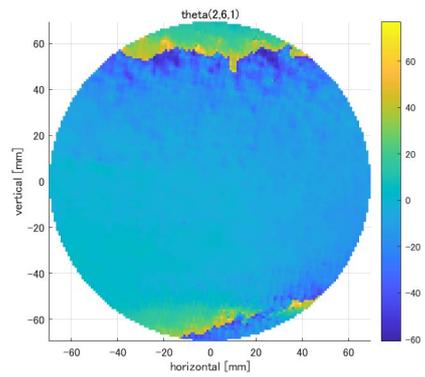


图 145: $\theta(2, 6, 1)$

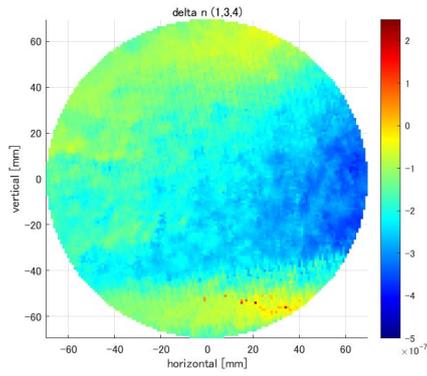


图 146: $\Delta n(1, 3, 4)$

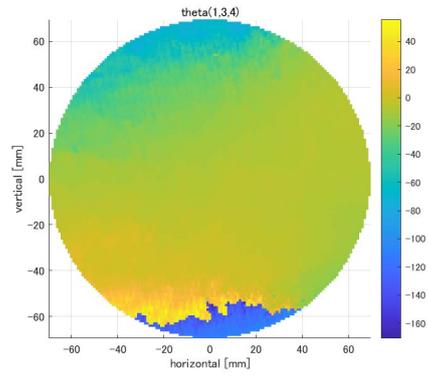


图 147: $\theta(1, 3, 4)$

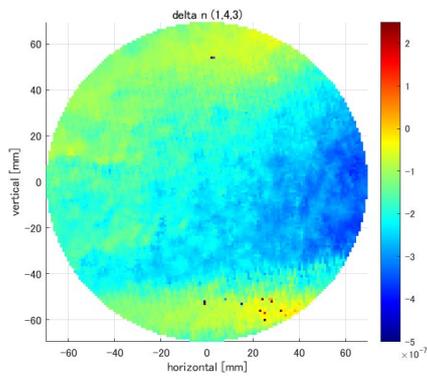


图 148: $\Delta n(1, 4, 3)$

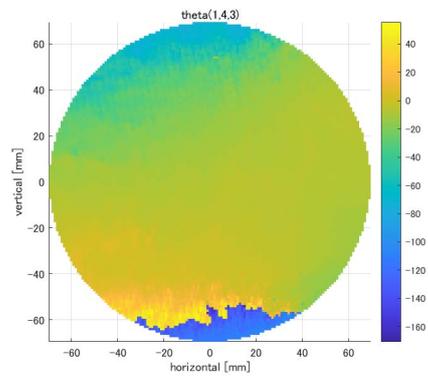


图 149: $\theta(1, 4, 3)$

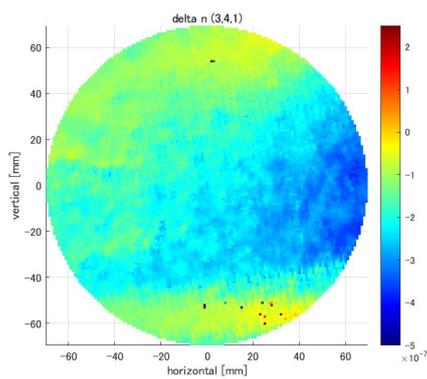


图 150: $\Delta n(3, 4, 1)$

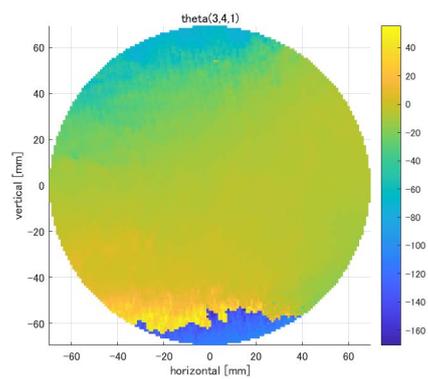


图 151: $\theta(3, 4, 1)$

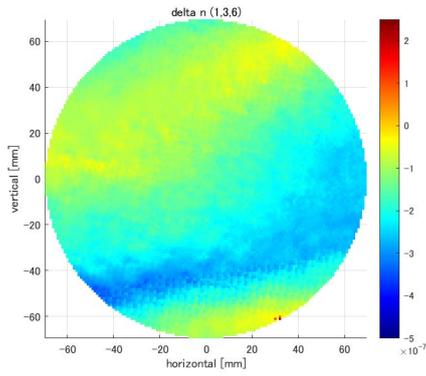


图 152: $\Delta n(1, 3, 6)$

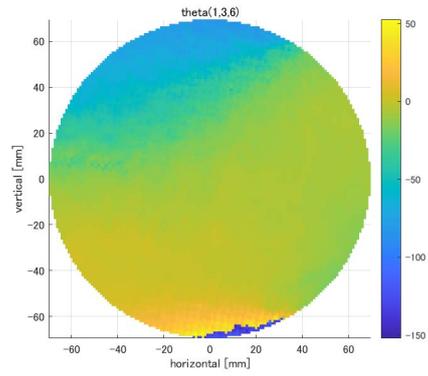


图 153: $\theta(1, 3, 6)$

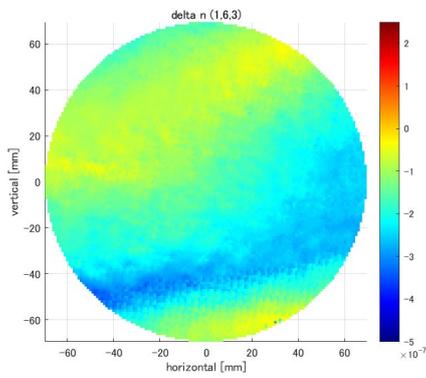


图 154: $\Delta n(1, 6, 3)$

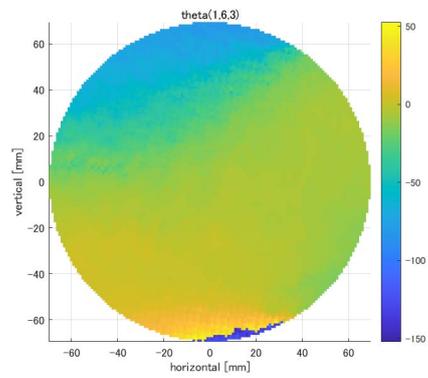


图 155: $\theta(1, 6, 3)$

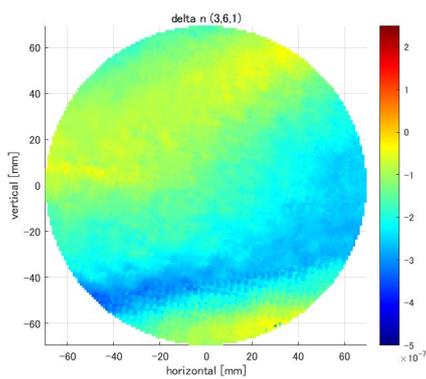


图 156: $\Delta n(3, 6, 1)$

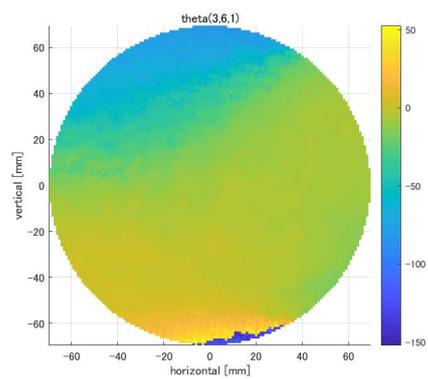


图 157: $\theta(3, 6, 1)$

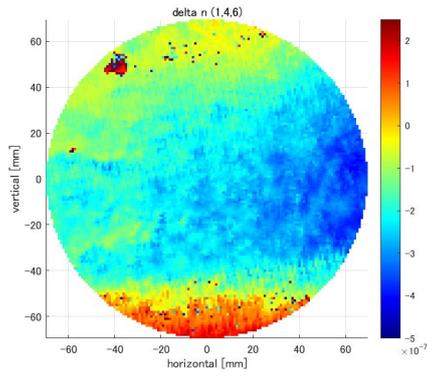


图 158: $\Delta n(1, 4, 6)$

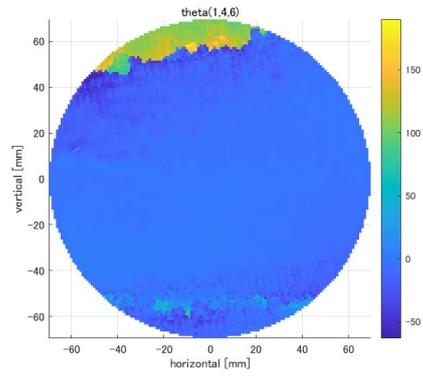


图 159: $\theta(1, 4, 6)$

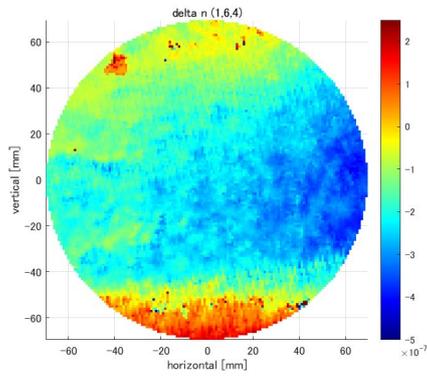


图 160: $\Delta n(1, 6, 4)$

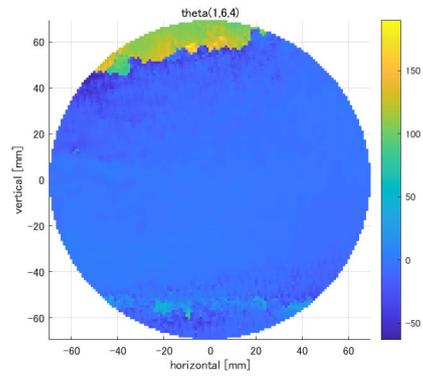


图 161: $\theta(1, 6, 4)$

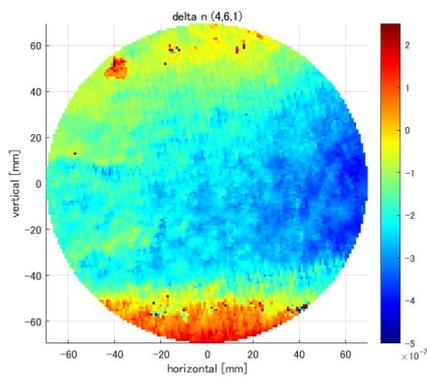


图 162: $\Delta n(4, 6, 1)$

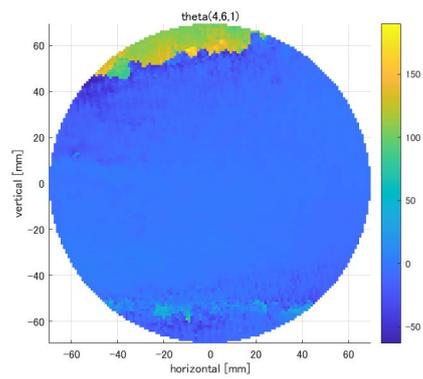


图 163: $\theta(4, 6, 1)$

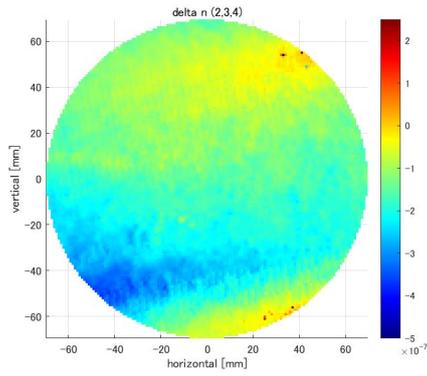


图 164: $\Delta n(2, 3, 4)$

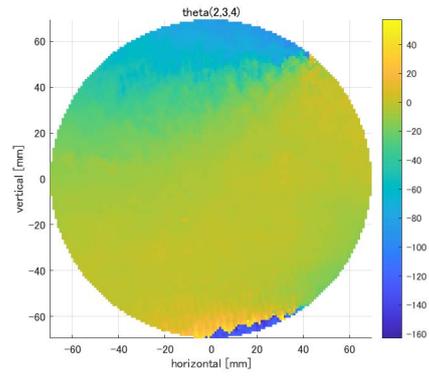


图 165: $\theta(2, 3, 4)$

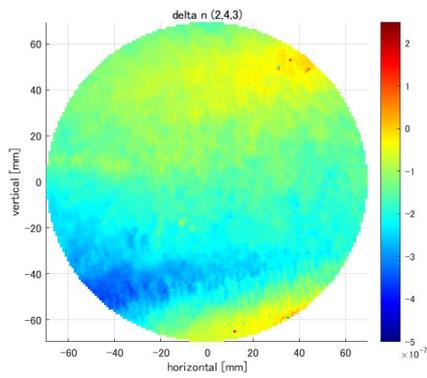


图 166: $\Delta n(2, 4, 3)$

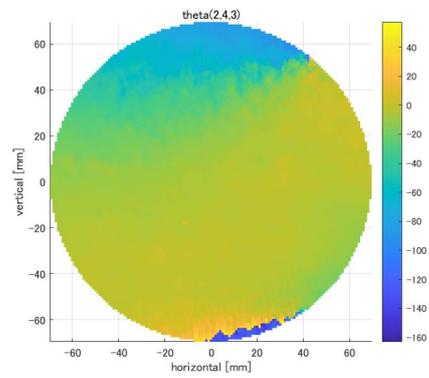


图 167: $\theta(2, 4, 3)$

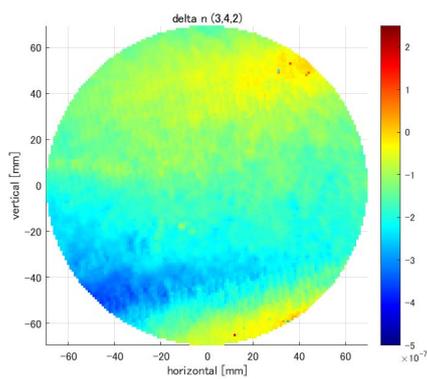


图 168: $\Delta n(3, 4, 2)$

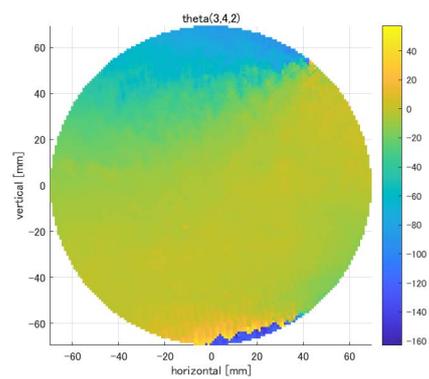


图 169: $\theta(3, 4, 2)$

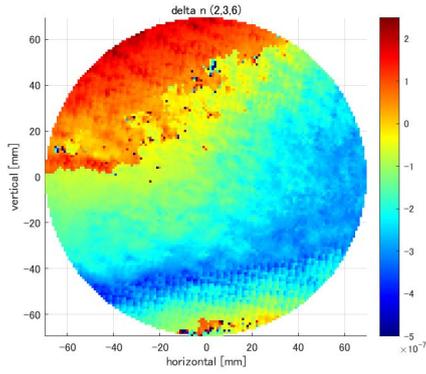


图 170: $\Delta n(2, 3, 6)$

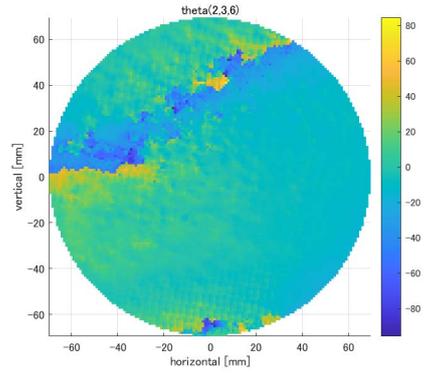


图 171: $\theta(2, 3, 6)$

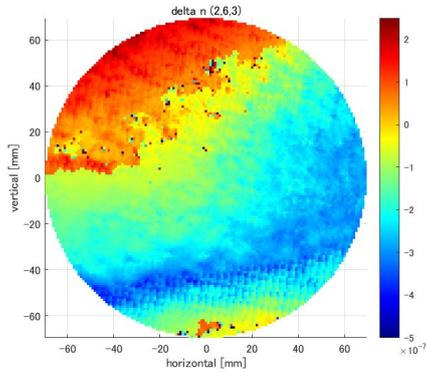


图 172: $\Delta n(2, 6, 3)$

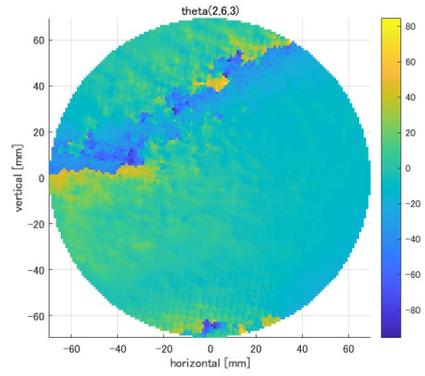


图 173: $\theta(2, 6, 3)$

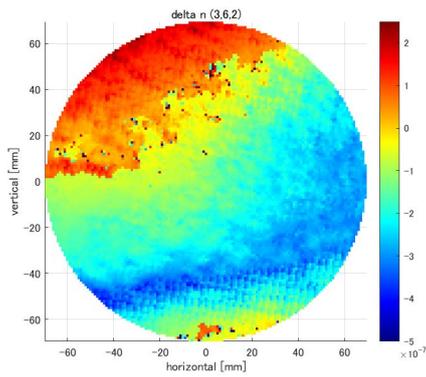


图 174: $\Delta n(3, 6, 2)$

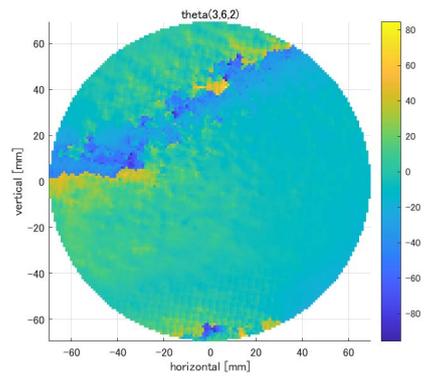


图 175: $\theta(3, 6, 2)$

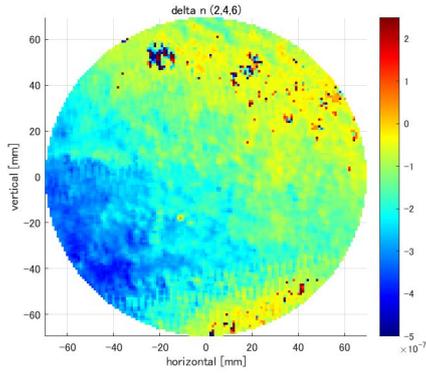


图 176: $\Delta n(2, 4, 6)$

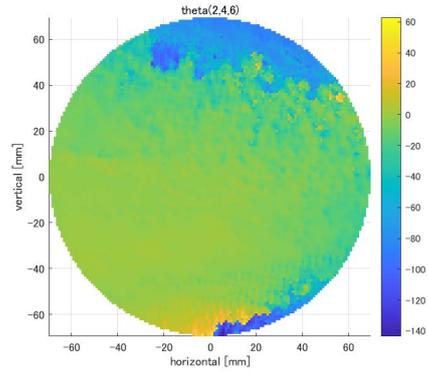


图 177: $\theta(2, 4, 6)$

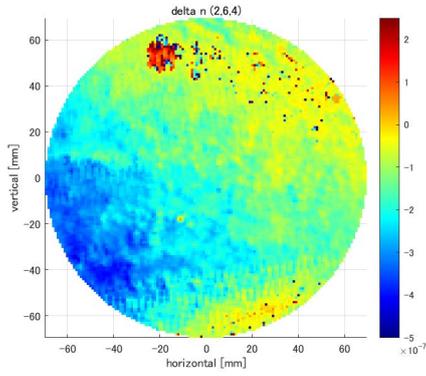


图 178: $\Delta n(2, 6, 4)$

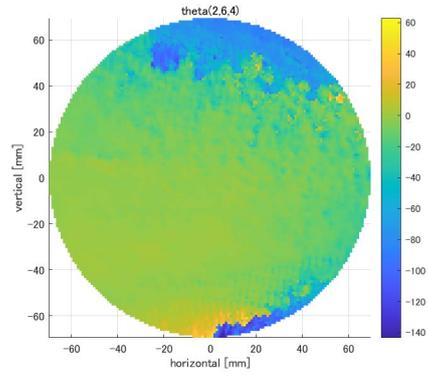


图 179: $\theta(2, 6, 4)$

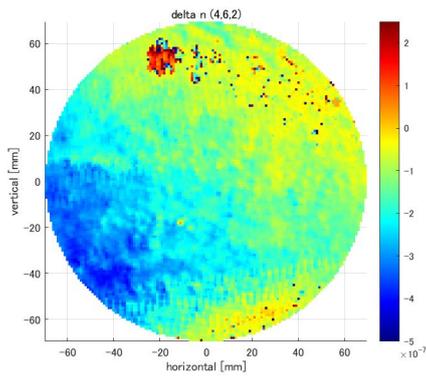


图 180: $\Delta n(4, 6, 2)$

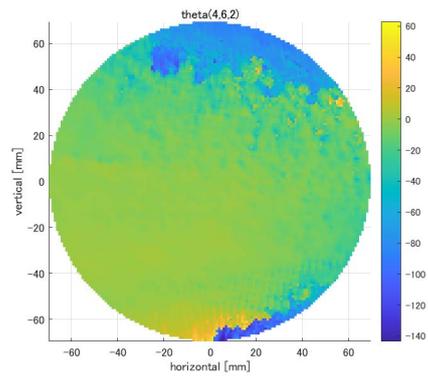


图 181: $\theta(4, 6, 2)$

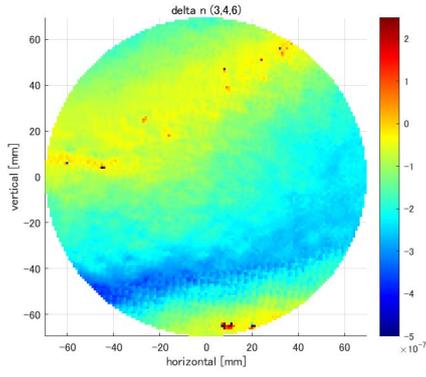


图 182: $\Delta n(3, 4, 6)$

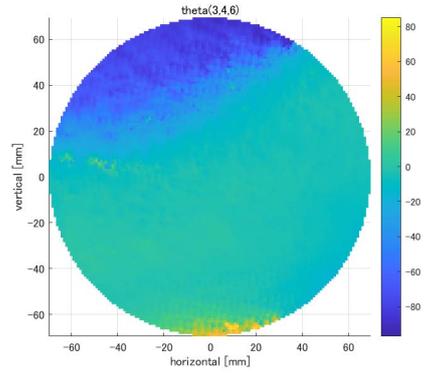


图 183: $\theta(3, 4, 6)$

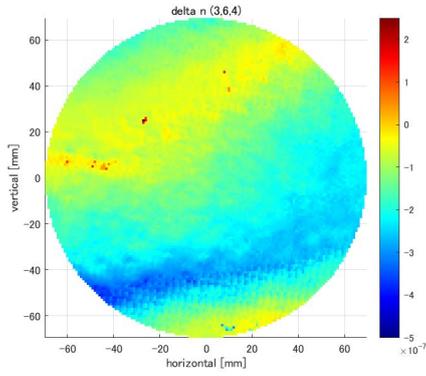


图 184: $\Delta n(3, 6, 4)$

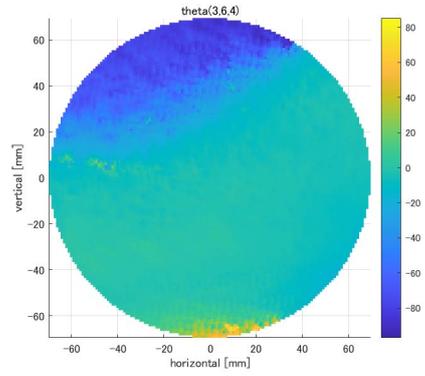


图 185: $\theta(3, 6, 4)$

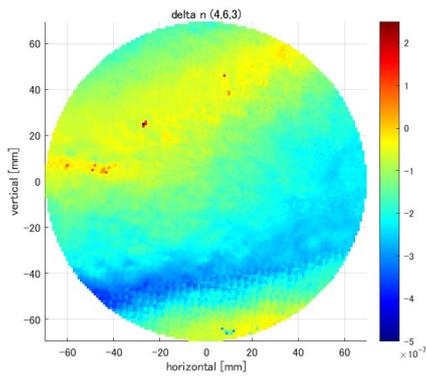


图 186: $\Delta n(4, 6, 3)$

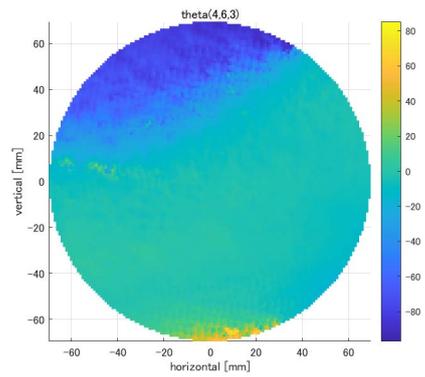


图 187: $\theta(4, 6, 3)$

B 直接測定法による複屈折分布

S 偏光と $\xi \sim 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ の偏光分布から得られた複屈折分布を以下に示す (図 188~図 197)。

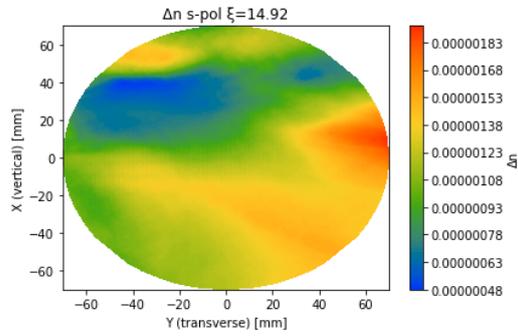


図 188: S 偏光と $\xi = 14.92^\circ$ から求められた Δn の分布

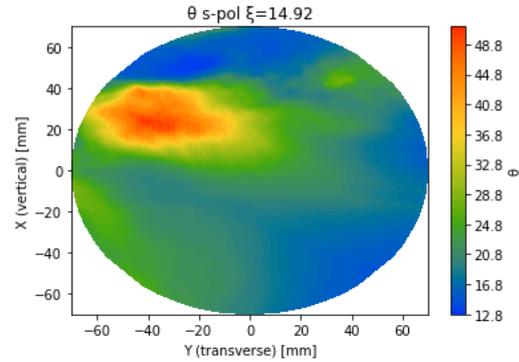


図 189: S 偏光と $\xi = 14.92^\circ$ から求められた θ の分布

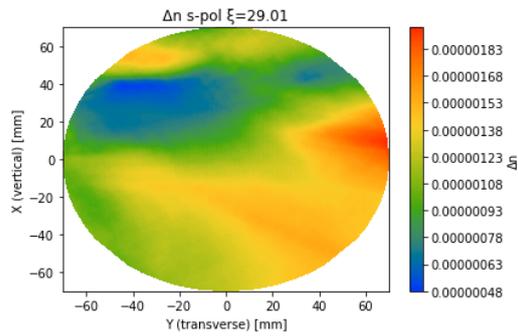


図 190: S 偏光と $\xi = 29.01^\circ$ から求められた Δn の分布

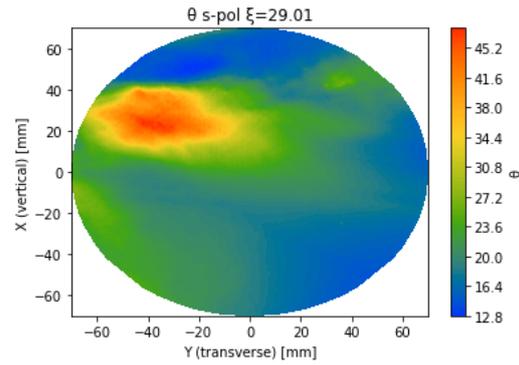


図 191: S 偏光と $\xi = 29.01^\circ$ から求められた θ の分布

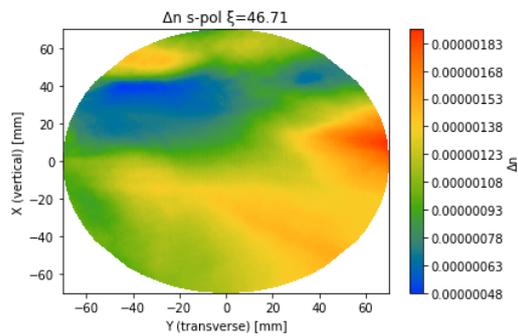


図 192: S 偏光と $\xi = 46.71^\circ$ から求められた Δn の分布

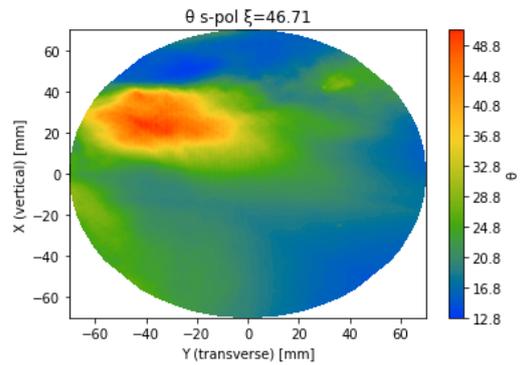


図 193: S 偏光と $\xi = 46.71^\circ$ から求められた θ の分布

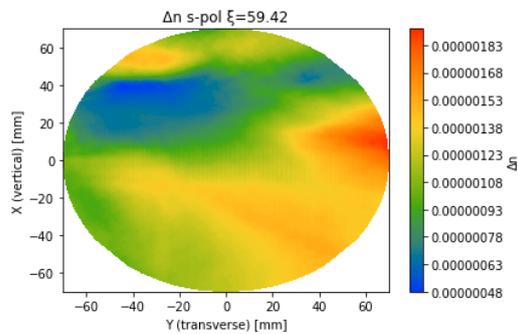


図 194: S 偏光と $\xi = 59.42^\circ$ から求められた Δn の分布

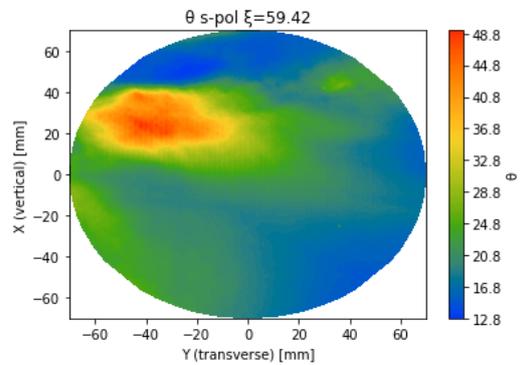


図 195: S 偏光と $\xi = 59.42^\circ$ から求められた θ の分布

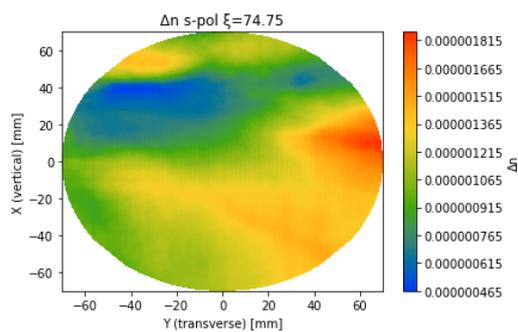


図 196: S 偏光と $\xi = 74.75^\circ$ から求められた Δn の分布

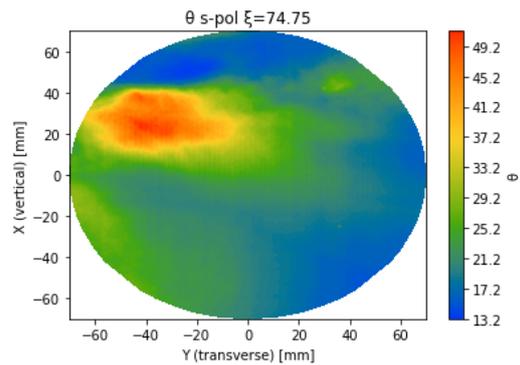


図 197: S 偏光と $\xi = 74.75^\circ$ から求められた θ の分布

全ての分布で極めて近い結果が得られた。5.2.3 小節で触れたように、 $\Delta n \sim 0$ となる点が見られないため、複屈折の符号が反転する箇所がなく、全ての箇所では $\Delta n < 0$ と考えられる。

参考文献

- [1] A. Einstein, "Naherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation"
- [2] R. A. Hulse, J. H. Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system", *Astrophys.J.* Vol. 195 L51-L53 (1975).
- [3] B. P. Abbott et al., "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger", *Phys.Rev.Lett.*, Vol. 116, p. 061102, (2016).
- [4] B. P. Abbott et al., "GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral", *Phys.Rev.Lett.*, Vol. 119, p. 161101, (2017).
- [5] G. M. Harry et al., "Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors", *Class.QuantumGrav.*, Vol. 27, p. 084006, (2010).
- [6] F. Acernese et al., "Advanced Virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector", *Class.QuantumGrav.*, Vol. 32, p. 024001, (2014).
- [7] K. Somiya et al., "Detector configuration of KAGRA—the Japanese cryogenic gravitational-wave detector", *Class.QuantumGrav.*, Vol. 29, p.124007, (2012).
- [8] J. Weber, "Evidence for Discovery of Gravitational Radiation ", *Phys.Rev.Lett.*, Vol. 22, pp. 1320–1324, (1969).
- [9] G. E. Moss et al., "Photon-Noise-Limited Laser Transducer for Gravitational Antenna", *Appl.Opt.*, Vol. 10, pp. 2495–2498, (1971).
- [10] M. Tokunari et al., "Development of an automatic birefringence measuring device of mirror substrates for gravitational wave detectors", *J.Phys. : ConferenceSeries*, Vol 32, p. 432 (2006).
- [11] M. Tokunari et al., "Optical properties measurement of an Al₂O₃ mirror substrate for the Large-Scale Cryogenic Gravitational Wave Telescope (LCGT)", *Class.QuantumGrav.* Vol. 27, p 185015, (2010).
- [12] D. Viechnicki et al., "CRYSTAL GROWTH USING THE HEAT EXCHANGER METHOD (HEM)", *JournalofCrustalGrowth*, Vol. 26, pp. 162-164, (1974).
- [13] S. Kawaminami et al., "Crystal growth of large sapphire and its optical properties", *JournaloftheCeramicSocietyofJapan* Vol. 122, pp. 695-700, (2014).
- [14] Y.Zhao et al., "Frequency Dependent Squeezed Vacuum Source for Broadband Quantum Noise Reduction in Advanced Gravitational-Wave Detectors", *Phys.Rev.Lett.* Vol. 124, (2020).

- [15] Y.Enomoto et al., "Latest estimated sensitivity of KAGRA (v201708) *APPROVED*", *JGW – T1707038 – v9*, (2019).
- [16] 国立天文台編「理科年表 2021」, 丸善出版 (2021).
- [17] Y. Aso, "How to generate a birefringence map from TWE maps taken with linearly polarized light ?", *JGW – T2113368 – v2*, (2021).
- [18] E. Hirose, "Characterization of Core Optics in Gravitational-Wave Detectors: Case Study of KAGRA Sapphire Mirrors", *Phys.Rev.Applied*, Vol. 14, p. 014021, (2020).
- [19] E.Hirose, "重力波望遠鏡 KAGRA のサファイアミラー", *JGW – G1809520 – v1*, (2018).
- [20] E. Hirose, "Update of MIR subgroup", *JGW – G1808288 – v1*, (2018).
- [21] Y. Aso, "How to compute birefringence map from TWE maps", *JGW – T1910380 – v6*, (2019).
- [22] P. Li et al., "Mapping Birefringence in Large-Size Sapphire Substrates for Gravitational-Wave Interferometer", in preparation, (2022).
- [23] M. Marchió, "Development of an optical absorption measurement system to characterize KAGRA sapphire mirrors and new high-reflectivity crystalline coatings.", 博士論文, 東京大学理学系研究科天文学専攻, (2018).
- [24] E. Hirose, "Spare ETM ' s fabrication process / schedule", *JGW – G1605822 – v1*, (2016).
- [25] Y. Enomoto, "Polarization issue in the central IFO", *JGW – G1910388 – v1*, (2019).
- [26] E. Hirose, "Status of MIR for PAB meeting", *JGW – G1301956 – v1*, (2013).
- [27] H. Wang, "Finesse simulation for birefringence", *JGW – T2011792 – v7*, (2020).

謝辞

本修士論文は、多くの方のご支援のおかげで完成させることができました。この場にて簡単ではありますが、感謝を述べさせていただきます。

指導教官である宗宮健太郎准教授には、修士から所属した右も左も分からない私に対して、基本的なことから指導していただきました。新型コロナウイルスが流行し対面でのコミュニケーションや実験が難しい中、私の希望通りのテーマを紹介していただき、更には国立天文台での委託研究という最高の環境を整えて頂きました。また、毎週の報告会やゼミの発表で鋭いアドバイスで研究を導いてくださいました。

原田健一特任講師と小田部荘達さんは研究テーマが離れていることから、交流は多くありませんでしたが、私の的外れな質問に対しても丁寧に教えて頂きました。国立天文台の藤本眞克名誉教授はゼミで大変お世話になりました。長く重力波分野に携わっている経験から幅広いアドバイスをいただくことができました。

同期である立原浩輝君と栗林誠君は気の置けない仲で、学業以外のことも含めて相談しながら互いに高めあうことができました。新型コロナウイルスの影響で他研究室の学生との交流が減ってしまった私にとって彼らとの会話は精神的な支えになりました。修士1年の鈴木海堂君、鈴木孝典君は修士過程から所属した私にとって同期のような存在でした。輪講などの機会でも多くの議論を交わし、重力波の理論について理解を深めました。修士1年の Hou Yilun 君、学部4年生の笹岡聖也君と竹口浩太郎君は私自身の体調や天文台への委託の関係で直接関わることが出来ませんでした。ゼミにおいて積極的に質問していただき、議論することができました。

また、OBの方々にもお世話になりました。佐々木開さん、Liu Yuting さん、小川潤さんには私が修士1年次のゼミにおいて魅力的な内容のプレゼンをしていただき、私の研究内容以外の分野の知見を深めることができました。

宗宮研究室の方々だけでなく、委託研究先の国立天文台の職員の方々にも大変お世話になりました。

私を依託学生として受け入れてくださり、本研究の大元となる理論を構築した麻生洋一准教授には、本修士論文の理論面で特にお世話になりました。

実質的な指導を受け持ってくださいました Matteo Leonardi 助教にはいつでも質問や議論を受け入れてくださり、英語が拙い私との議論でも根気強く付き合ってください、論文の内容を深めることができました。

また、共同で実験を行うこととなった Marc Eisenmann 博士には、実験の装置やデータ解析のいろはを教えてくださいました。また、天文台に来て日が浅い私を気遣い、食事などにも多く誘っていただきました。

MIR グループ以外の天文台の方々にも、様々な面で気にかけて頂き感謝しております。

修士課程在学中においても家族には多くの点でお世話になりました。両親には、私の進路に対して理解を示して頂き、学費のことは言わずもがな、研究のための引っ越しなどにもご協力していただきました。また、弟には研究の内容や進路についても相談に乗ってもらいました。

最後に改めて皆様に感謝を申し上げます。ありがとうございました。