

卒業論文

重力波源となる中性子星の
力学的不安定性の検証

東京科学大学理学院物理学系 宗宮研究室

江上大晴

2026年2月12日

概要

2015年に重力波が観測されて以降、多くの重力波イベントが検出されている。しかし、検出される重力波イベントはブラックホール連星、中性子星連星、ブラックホールと中性子星の連星という限られた天体現象にとどまっている。本研究では、重力波源として形成直後の新生中性子星に着目し、その力学的不安定性が重力波放出に寄与するかどうかを検証した。

新生中性子星の起源としては、単一の白色矮星が質量を吸い上げて崩壊する降着誘起崩壊と、白色矮星同士の連星合体を想定する。まず、先行研究で示されている単一の白色矮星が中性子星へ崩壊する数値計算モデルに基づき、その不安定性と重力波放出の可能性について再検証を行った。その結果、先行研究とほぼ同等の物理量を示すモデルの再現に成功し、計算の妥当性を確認した。

続いて、このモデルを白色矮星連星の系へと拡張し、同様の手法で中性子星への進化過程を計算した。検証の結果、白色矮星連星が保持していた質量と角運動量をすべて保存した状態で中性子星を構築することは困難であることが判明した。この結論として、このモデルを連星へ用いることを精査する必要性を示すとともに、白色矮星連星が中性子星へと進化しうる条件があることを示唆する。

目次

第 1 章	はじめに	3
第 2 章	重力波	4
2.1	重力波の線形理論	4
2.2	重力波源	9
第 3 章	白色矮星モデル	11
3.1	崩壊機構	11
3.2	状態方程式 (EOS)	12
3.3	数値的方法	12
第 4 章	中性子星モデル	15
4.1	状態方程式 (EOS)	15
4.2	比角運動量の保存	16
4.3	不安定性	16
4.4	数値的方法	17
第 5 章	連星白色矮星由来の中性子星	20
5.1	連星白色矮星の合体と中性子星形成	20
5.2	解析対象モデル	20
第 6 章	解析結果	22
6.1	白色矮星モデル	22
6.2	中性子星モデル	23
6.3	連星白色矮星由来の中性子星	25
第 7 章	結論	29
	謝辞	30
	参考文献	31

第 1 章

はじめに

重力波とは時空の歪みが光速で伝播する現象であり、一般相対性理論における Einstein 方程式から導かれる波動方程式の解として現れる。1916 年に A.Einstein によって理論的に予言されたが、直接観測に成功するまでには約 100 年の歳月を要した。2015 年 9 月 14 日にアメリカの重力波検出器 LIGO によって初めて直接観測され、その後も多くの重力波イベントが報告されている。

重力波の初観測である GW150914 は、連星ブラックホールの合体によって発生したものである。2026 年現在、連星ブラックホールの合体は重力波検出において数日に 1 回程度観測できるまで検出頻度が向上している。さらに 2017 年には、連星中性子星の合体による重力波 GW170817 が観測され、電磁波観測と組み合わせたマルチメッセンジャー天文学の幕開けとなった。また、2020 年には、中性子星とブラックホールの重力波 GW200105 も観測され、重力波を放出する天体現象の多様性が実証された。

一方で、理論的にはこれら以外にも多様な天体現象が重力波源として予測されているが、それらの直接観測はいまだ達成されていない。

本論文では、白色矮星連星から形成される高速回転する新生中性子星に着目し、新生中性子星が重力波を放出するかどうかを検証する。Liu は 2003 年に単一の白色矮星が降着誘起崩壊を起こす際に力学的不安定性が存在するかどうかを自己無撞着法を用いて解析した。 [4]。本研究では、この先行研究の結果を再検証するとともに、同様の手法を白色矮星連星系へ拡張し、中性子星への進化過程において力学的不安定性が生じるかを検証する。

第 2 章

重力波

本章では、まず Einstein 方程式を線形近似することによって重力波が満たす方程式を導出する。

2.1 重力波の線形理論

2.1.1 Einstein 方程式

4次元座標上での点を $x^\mu = (-ct, x, y, z)$ で表す。ここで、 c は光速である。4次元座標上の異なる2点、 x^μ と $x^\mu + dx^\mu$ の間の間隔 ds は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いて以下の様に表される。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2.1)$$

平坦な時空での計量テンソルは $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ で与えられ、 $\eta_{\mu\nu}$ はミンコフスキー計量テンソルである。 $\eta_{\mu\nu}$ は以下の様に表される。

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

また、重力場のある時空では計量テンソルは以下の Einstein 方程式に従う。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (2.3)$$

ここで、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルであり、Christoffel 記号 $\Gamma^\rho_{\mu\nu}$ 、Riemann テンソル $R^\mu{}_{\nu\rho\sigma}$ 、Ricci テンソル $R_{\mu\nu}$ 、Ricci スカラー R はそれぞれ次のように定義される。

$$\Gamma^\rho_{\mu\nu} := \frac{1}{2}g^{\rho\sigma}(\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}) \quad (2.4)$$

$$R^\mu{}_{\nu\rho\sigma} := \partial_\rho \Gamma^\mu{}_{\nu\sigma} - \partial_\sigma \Gamma^\mu{}_{\nu\rho} + \Gamma^\mu{}_{\alpha\rho} \Gamma^\alpha{}_{\nu\sigma} - \Gamma^\mu{}_{\alpha\sigma} \Gamma^\alpha{}_{\nu\rho} \quad (2.5)$$

$$R_{\mu\nu} := R^\rho{}_{\mu\rho\nu} \quad (2.6)$$

$$R := g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

2.1.2 Einstein 方程式の線形化

弱い重力場を考え、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を平坦な時空の計量テンソル $\eta_{\mu\nu}$ と摂動項 $h_{\mu\nu}$ の線形和で表す。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.8)$$

ここで、 $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ とし、 $h_{\mu\nu}$ の 2 次以上の項は無視する。このとき、Christoffel 記号、Riemann テンソル、Ricci テンソル、Ricci スカラーはそれぞれ以下の様に近似できる。

$$\Gamma^{\rho}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\eta^{\rho\sigma}(\partial_{\mu}h_{\nu\sigma} + \partial_{\nu}h_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}h_{\mu\nu}) \quad (2.9)$$

$$R^{\mu}_{\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}\eta^{\mu\lambda}(\partial_{\rho}\partial_{\nu}h_{\sigma\lambda} + \partial_{\sigma}\partial_{\lambda}h_{\nu\rho} - \partial_{\rho}\partial_{\lambda}h_{\nu\sigma} - \partial_{\sigma}\partial_{\nu}h_{\rho\lambda}) \quad (2.10)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\eta^{\rho\lambda}(\partial_{\rho}\partial_{\mu}h_{\nu\lambda} + \partial_{\nu}\partial_{\lambda}h_{\mu\rho} - \partial_{\rho}\partial_{\lambda}h_{\mu\nu} - \partial_{\nu}\partial_{\mu}h_{\rho\lambda}) \quad (2.11)$$

$$R = \partial_{\mu}\partial_{\nu}h^{\mu\nu} - \square h. \quad (2.12)$$

ただし、

$$\square := \eta^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \quad (2.13)$$

$$h := \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu} \quad (2.14)$$

と定義した。これらを Einstein 方程式 (2.3) に代入すると、以下の様になる。

$$\partial_{\rho}\partial_{\mu}h^{\rho}_{\nu} + \partial_{\nu}\partial_{\rho}h^{\rho}_{\mu} - \square h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}h - \eta_{\mu\nu}(\partial_{\rho}\partial_{\sigma}h^{\rho\sigma} - \square h) = \frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (2.15)$$

ここで新たに

$$\tilde{h}_{\mu\nu} := h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (2.16)$$

$$\tilde{h} := \eta^{\mu\nu}\tilde{h}_{\mu\nu} \quad (2.17)$$

と定義すると、この定義から

$$\tilde{h} = -h \quad (2.18)$$

と、

$$\begin{aligned} h_{\mu\nu} &= \tilde{h}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \\ &= \tilde{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\tilde{h} \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる。これらを用いて (2.15) 式を書き換えると、

$$\square\tilde{h}_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial^{\rho}\tilde{h}_{\rho\nu} - \partial_{\nu}\partial^{\rho}\tilde{h}_{\rho\mu} + \eta_{\mu\nu}\partial^{\rho}\partial^{\sigma}\tilde{h}_{\rho\sigma} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (2.20)$$

となる。ここで、Lorenz ゲージ条件

$$\partial^\rho \tilde{h}_{\rho\nu} = 0 \quad (2.21)$$

を課すと、Einstein 方程式は以下の方程式となる。

$$\square \tilde{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (2.22)$$

2.1.3 座標変換

Einstein 方程式の真空解を考え、さらに解に対して更に条件を課し物理的に意味のある自由度を取り出す。

ローレンツ条件 (2.21) を満たす座標系は複数あるため、更に座標の条件を以下のように定める。

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \xi^{\mu} \quad (2.23)$$

と座標変換を行う。ただし、 $\xi^{\mu} \ll x^{\mu}$ とする。このとき、計量は

$$g'_{\mu\nu}(x'^{\sigma}) = g_{\alpha\beta}(x^{\sigma}) \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} \quad (2.24)$$

$$= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\xi_{\nu} - \partial_{\nu}\xi_{\mu} \quad (2.25)$$

となる。つまり、 $h'_{\mu\nu}$ は

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\xi_{\nu} - \partial_{\nu}\xi_{\mu} \quad (2.26)$$

$$h' = \tilde{h}_{\mu\nu} - 2\partial_{\mu}\xi^{\mu} \quad (2.27)$$

と変換される。 $\partial_{\rho}\tilde{h}'^{\rho}_{\nu}$ を計算すると、

$$\partial_{\rho}\tilde{h}'^{\rho}_{\nu} = \partial_{\rho}\tilde{h}^{\rho}_{\nu} - \square\xi_{\nu} \quad (2.28)$$

となる。Lorenz ゲージ条件 (2.21) を満たすためには、

$$\square\xi_{\mu} = 0 \quad (2.29)$$

を満たす ξ_{μ} を選ばばよい。

2.1.4 平面波解

真空中ではエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu} = 0$ であるため、Einstein 方程式 (2.22) は以下の様になる。

$$\square\tilde{h}_{\mu\nu} = 0. \quad (2.30)$$

この解として単色平面波解

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \text{Re}[A_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha)] \quad (2.31)$$

を考える。 $A_{\mu\nu}$ は対称テンソルである。これを式 (2.30) に代入すると、波数ベクトル k_α は以下の関係を満たす。

$$k_\alpha k^\alpha = 0. \quad (2.32)$$

また、Lorenz ゲージ条件 (2.21) を用いると、

$$k^\rho A_{\rho\nu} = 0. \quad (2.33)$$

が成り立つ。これは重力波が横波であることを表している。この条件によって、対称テンソル $A_{\mu\nu}$ の自由度は 10 から 6 に減少する。さらに、Lorenz 条件は $\square\xi_\mu = 0$ を満たす ξ_μ を加えても成り立つため、 ξ_μ 適切に選ぶことで更に 4 つの自由度が減少する。最終的に、重力波の自由度は 2 つとなる。

重力波の自由度が 2 であることを具体的に確認する。 ξ_μ を

$$\xi_\mu = -\text{Re}[C_\mu \exp(ik_\alpha x^\alpha)] \quad (2.34)$$

とおくと、式 (2.32) より $\square\xi_\mu = 0$ が成り立つ。このゲージ変換に対し、 $A_{\mu\nu}$ は

$$\tilde{h}'_{\mu\nu} = \tilde{h}_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu + \eta_{\mu\nu} \partial^\rho \xi_\rho \quad (2.35)$$

$$A'_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} + C_\mu k_\nu + C_\nu k_\mu - \eta_{\mu\nu} C^\rho k_\rho \quad (2.36)$$

と変換される。ここで、まず $A'_{\mu\nu}$ が空間成分のみであるとする。つまり、

$$A'_{0\nu} = 0 \quad (2.37)$$

という条件を課す。この 4 条件のうち 3 つを仮定すれば横波の条件 $k^\rho A_{\rho\nu} = 0$ を満たすように残りの 1 つが決定されるので 3 つの自由度を用いている。残る 1 つの自由度は $\text{Tr} A'_{\mu\nu} = 0$ 、つまり $\text{Tr} h'_{\mu\nu} = 0$ となるように用いる。

$$\text{Tr} A'_{\mu\nu} = 0 \quad (2.38)$$

$$\eta^{\mu\nu} A'_{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} A_{\mu\nu} - 2C_\rho k^\rho = 0 \quad (2.39)$$

$$C_\rho k^\rho = \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} A_{\mu\nu}. \quad (2.40)$$

以上をまとめると、 $h_{\mu\nu}$ に次の 8 条件を課すことで、重力波の自由度を 2 つに減らすことができる。

$$h_{0\nu} = 0 \quad (2.41)$$

$$\partial^\nu h_{\mu\nu} = 0 \quad (2.42)$$

$$h^\mu{}_\mu = 0. \quad (2.43)$$

これはトランスバース・トレースレスゲージ (TT ゲージ) と呼ばれる。

TT ゲージの下で z 方向に伝播する重力波を考える。このとき式 (2.32) を満たす k^μ は

$$k^\mu = (k, 0, 0, k) \quad (2.44)$$

と表される。また、横波の条件 (2.33) より、

$$kA_{0\nu} + kA_{3\nu} = 0 \quad (2.45)$$

この式と $A_{0\nu} = 0$ より、 $A_{3\nu} = 0$ が得られる。従って、 $A_{\mu\nu}$ の非ゼロ成分は $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ のみである。さらに、トレースレス条件 $A^\mu{}_\mu = 0$ より、

$$A_{11} + A_{22} = 0 \quad (2.46)$$

が成り立つ。以上より、 z 方向に伝播する重力波の TT ゲージにおける対称テンソル $A_{\mu\nu}$ は以下の様に表される。

$$A_{\mu\nu}^{\text{TT}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & A_{12} & -A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

よって、TT ゲージにおける z 方向に伝播する重力波は以下の様に表される。

$$h_{\mu\nu}^{\text{TT}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \quad (2.48)$$

このように、重力波は 2 つの独立な偏波成分 h_+ と h_\times を持つことがわかる。 h_+ 、 h_\times はそれぞれプラスモード、クロスモードと呼ばれる。

TT ゲージでは線素 ds^2 は以下の様に表される。

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+ \cos(kz - \omega t)) dx^2 + (1 - h_+ \cos(kz - \omega t)) dy^2 \quad (2.49)$$

$$+ 2h_\times \cos(kz - \omega t) dx dy + dz^2 \quad (2.50)$$

となる。ここで、 $h_\times = 0$ のとき、

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+ \cos(kz - \omega t)) dx^2 + (1 - h_+ \cos(kz - \omega t)) dy^2 + dz^2 \quad (2.51)$$

となる。これは x 方向が伸びるとき y 方向が縮み、 x 方向が縮むとき y 方向が伸びることを意味する。同様に、 $h_+ = 0$ のとき、

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + 2h_\times \cos(kz - \omega t) dx dy + dz^2 \quad (2.52)$$

となる。これは x 軸と y 軸が 45 度回転した方向に伸び縮みすることを意味する。

ここで、TT ゲージでの $h_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ を与える射影演算子を導入する。 \hat{n} 方向に伝播する重力波が Lorenz 条件を満たすが、TT 条件を満たしていないとする。このとき演算子

$$P_{ij}(\hat{n}) = \delta_{ij} - n_i n_j \quad (2.53)$$

を用いてラムダ演算子を以下の様に定義する。

$$\Lambda_{ij,kl}(\hat{n}) := P_{ik}P_{jl} - \frac{1}{2}P_{ij}P_{kl}. \quad (2.54)$$

すると、このラムダ演算子は次の性質を満たす。

$$\Lambda_{ij,kl}\Lambda_{kl,mn} = \Lambda_{ij,mn} \quad (2.55)$$

$$n^i \Lambda_{ij,kl} = n^j \Lambda_{ij,kl} = 0 \quad (2.56)$$

$$\Lambda_{ii,kl} = \Lambda_{ij,kk} = 0. \quad (2.57)$$

このとき、TT ゲージでの重力波の空間成分は

$$h_{ij}^{\text{TT}} = \Lambda_{ij,kl} h_{kl} = \Lambda_{ij,kl} \tilde{h}_{kl} \quad (2.58)$$

2.2 重力波源

実際に観測できる重力波源は大きな天体現象に限られる。本節では観測された、または観測が期待されている重力波源について述べる。本研究では、質量を降着している単一の白色矮星、もしくは白色矮星連星から形成される新生中性子星が重力波源となる可能性を検証する。これについては第 3 章、第 4 章、第 5 章で詳述する。

コンパクト連星合体

コンパクト連星とは、中性子星やブラックホールのような質量と密度の大きいコンパクト天体からなる連星系である。これらは互いの周りを回転しながら運動し、最終的には合体して検出可能な振幅を持つ重力波 (GW) を放射する。ブラックホール連星合体、中性子星連星合体、ブラックホール-中性子星連星合体が観測されている。

超新星爆発

コンパクト連星合体以外の有望な重力波源の一つが、超新星爆発である。例えば、Ia 型超新星が典型的な例である。およそ 10 太陽質量以上の質量を持つ大質量星は、恒星進化の最終段階において、電子の縮退圧によって支えられた鉄の核を中心部に形成する。最終的に重力が縮退圧を上回ると、重力崩壊が起こり、外層物質は中心へと落下する。この崩壊は中性子の縮退圧によって停止される。その結果、落下してきた物質が跳ね返され、恒星の外側へと広がる衝撃波が形成される。これが超新星として観測される。

パルサー

パルサーとは、電波を放射しながら回転する中性子星であり、その放射軸と観測者の視線方向が一致したときに、短いパルスとして観測される。このため、パルサーは重力波観測においても有望な候補天体の一つである。中性子星が軸対称に回転している場合には重力波は放射されないが、非軸対称に回転している場合には重力波が放射される。

初期宇宙

重力波天文学にとって、初期宇宙の情報を捉えることは一つの最終目標である。宇宙マイクロ波背景放射（CMB）観測に代表される通常の電磁波観測では、ビッグバンから約 38 万年後に起こった再結合期までしか観測することができない。これは、電磁波が放射場との相互作用を避けることができず、それ以前の時代の情報を失ってしまうためである。

一方、重力は非常に弱いため、重力波は物質や放射との相互作用をほとんど受けずに伝播することができる。そのため、重力波はインフレーションのエネルギースケールのような初期宇宙の情報を探るための観測手段である。

第 3 章

白色矮星モデル

3.1 崩壊機構

白色矮星に質量が降着すると、内部物質はより高密度に圧縮される。圧縮で重力エネルギーが解放され、その一部が熱になる。

炭素と酸素からなる白色矮星 (C-O 白色矮星) では、中心密度または温度が十分高くなり炭素燃焼が暴走的に着火すると不安定になる。そのような白色矮星は Ia 型超新星として爆発する場合と、中性子星へ崩壊する場合がある。どちらかになるかは、核エネルギー放出と電子捕獲の競争で決まる。もし炭素が着火する密度が臨界密度 $9 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ より高ければ、電子捕獲が勝り、白色矮星は中性子星へ崩壊する。一方、着火密度が臨界密度より低ければ、星全体が爆発し Ia 型超新星となる。EOS のクーロン補正を考慮するとこの臨界密度はやや低く、 $6 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ 程度になる。ゼロ温度の C-O 白色矮星では、炭素は臨界密度より高い 10^{10}g cm^{-3} で着火する。したがって、降着の全期間で中心温度が十分低く保たれれば、白色矮星は中性子星へ崩壊する。

酸素とネオンとマグネシウムからなる白色矮星 (O-Ne-Mg 白色矮星) も、条件次第で中性子星へ崩壊しうる。ここでは Mg^{24} と Ne^{20} の電子捕獲が $4 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ で崩壊を誘発する。電子捕獲は状態方程式 (EOS) を軟化させ、崩壊を促すだけでなく、この高密度では電子捕獲の方が酸素燃焼より速く進むため白色矮星は最終的に中性子星へと崩壊する

本節では、中心密度をモデル I で $\rho_c = 10^{10} \text{g cm}^{-3}$ とした C-O 白色矮星モデル、モデル II で $\rho_c = 6 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ とした C-O 白色矮星モデル、モデル III で $\rho_c = 4 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ とした O-Ne-Mg 白色矮星モデルの 3 種類の白色矮星モデルを考え、可能な崩壊前白色矮星モデルの範囲を探る。

3.2 状態方程式 (EOS)

このモデルでは Salpeter によるゼロ温度縮退電子ガスの EOS を用いる。[7]。よって圧力 P と密度 ρ は次式で与えられる。

$$P = a \left[x(2x^2 - 3)(x^2 + 1)^{1/2} + 3 \sinh^{-1} x \right] \quad (3.1)$$

$$\rho = bx^3 \quad (3.2)$$

で与えられる。ここで、

$$a = 6.00 \times 10^{22} \text{ dynes cm}^{-2} \quad (3.3)$$

$$b = 9.82 \times 10^5 \mu_e \text{ g cm}^{-3} \quad (3.4)$$

$$\mu_e = \frac{A}{Z} \quad (3.5)$$

である。今回は 3 つのモデルにおいて密度が非常に高いため、 $\mu_e = 2$ とこの密度領域では、理想縮退電子フェルミ気体が支配する。

ここで、Liu は EOS にクーロン補正を加えているが、本研究ではクーロン補正を無視する。なぜなら、クーロン補正は圧力を数パーセント程度減少させるだけであり、白色矮星の質量半径関係に与える影響は小さいからである。

3.3 数値的方法

平衡状態の回転白色矮星を、剛体回転・軸対称・回転以外の内部運動がないと仮定する。従って、円筒座標系 (ϖ, ϕ, z) で角速度は一定 Ω であり、密度 ρ 、圧力 P 、重力ポテンシャル Φ は ϖ, z の関数として表される。

$$\rho = \rho(\varpi, z), \quad P = P(\varpi, z), \quad \Phi = \Phi(\varpi, z) \quad (3.6)$$

これは磁場が差動回転を抑える時間尺度 τ_B が降着時間より短いためであるということに由来する。

剛体回転の星は赤道面に対して鏡映対称であるとする。つまり、

$$\rho(\varpi, z) = \rho(\varpi, -z), \quad P(\varpi, z) = P(\varpi, -z), \quad \Phi(\varpi, z) = \Phi(\varpi, -z) \quad (3.7)$$

で表される。また、粘性と一般相対論の効果は無視し、ニュートン力学で考える。この中で、平衡状態は以下の静的オイラー方程式で記述される。

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi \quad (3.8)$$

ここで重力ポテンシャルはポアソン方程式

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (3.9)$$

を満たす。流速 v は剛体回転のため、

$$\mathbf{v} = \Omega \varpi \hat{e}_\phi \quad (3.10)$$

と表される。ここで、(3.8) 式の左辺は

$$\nabla \left(\frac{1}{2} \Omega^2 \varpi^2 \right) = \Omega^2 \varpi \hat{e}_\varpi \quad (3.11)$$

を用いて、

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \Omega \varpi \hat{e}_\phi \cdot \nabla (\Omega \varpi \hat{e}_\phi) \quad (3.12)$$

$$= \Omega^2 \varpi \frac{1}{\varpi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\varpi \hat{e}_\phi) \quad (3.13)$$

$$= -\Omega^2 \varpi \hat{e}_\varpi \quad (3.14)$$

$$= -\nabla \left(\frac{1}{2} \Omega^2 \varpi^2 \right) \quad (3.15)$$

と書き換えられる。

ここで状態方程式はバロトロープとして仮定し、 $P = P(\rho)$ と表されるので、単位質量当たりのエンタルピー h を以下の様に星の内部のみ定義する。星の表面において $h = 0$ になる。

$$h = \int_0^P \frac{dP}{\rho(P)} \quad (3.16)$$

これは微分すると以下の様に表される。

$$\nabla h = \frac{1}{\rho} \nabla P \quad (3.17)$$

これらを用いて、静的オイラー方程式は

$$\nabla \left(h + \Phi - \frac{1}{2} \Omega^2 \varpi^2 \right) = 0 \quad (3.18)$$

$$h + \Phi - \frac{1}{2} \Omega^2 \varpi^2 = C \quad (3.19)$$

と表すことができた。

平衡解は Hachisu の自己無撞着場法 (Self-Consistent Field 法 ; SCF 法) で求める。[2] まず、与えたエンタルピー分布 h_i から密度分布 ρ_i を求める。(3.1) 式を用いて (3.16) 式を計算すると、 h_i から ρ_i を求めることができる。

$$\rho_i = b \left[\left(\frac{bh_i}{8a} \right)^2 + 1 \right]^{3/2} \quad (3.20)$$

次に、ポアソン方程式 (3.9) を解いて重力ポテンシャル Φ_i を求める。

次に境界条件を用いて、定数 C_{i+1} と角速度 Ω_{i+1} を決定する。自己無撞着場法では 2 つの境界条件が必要である。ここでは、中心エンタルピー h_c が変化しないことと、赤道面上の任意の点

($\varpi = R_e, z = 0$) でエンタルピーが 0 になることを用いる。これは、言い換えると中心密度と赤道半径を決定することでモデルを一意に定めることができることを意味する。これらの境界条件を用いると、以下の 2 式が得られる。

$$C_{i+1} = h_c + \Phi_i(0, 0) \quad (3.21)$$

$$\Omega_{i+1}^2 = -\frac{2}{R_e^2}(C_{i+1} - \Phi_i(R_e, 0)) \quad (3.22)$$

最後に、エンタルピー分布を更新する。以下の式で新しいエンタルピー分布 h_{i+1} を求める。

$$h_{i+1}(\varpi, z) = C_{i+1} - \Phi_i(\varpi, z) + \frac{1}{2}\Omega_{i+1}^2\varpi^2 \quad (3.23)$$

この一連の手順をエンタルピー分布が収束するまで繰り返す。

使用する格子は、球座標格子を用いる。角度方向は第一象限に放射状スポークを L 本取る。取る θ は Legendre 多項式の零点を用いる。半径方向は中心から等間隔に N 点取る。本研究では $L = 20, N = 5000$ を用いた。

収束した平衡解にビリアル定理に基づく収束判定を行う。ビリアル定理は以下の式で表される。

$$2T + W + 3\Pi = 0 \quad (3.24)$$

ここで、 T は運動エネルギー、 W は重力ポテンシャルエネルギー、 $\Pi = \int PdV$ である。収束判定には以下の無次元量を用いる。

$$\epsilon = \frac{|2T + W + 3\Pi|}{|W|} \quad (3.25)$$

この ϵ が十分小さくなったとき、平衡解が収束したと判断する。本研究では $\epsilon < 10^{-4}$ を収束条件とした。

さらに、円筒 ϖ に囲まれたそれぞれ無次元の円筒質量分率 m_ϖ と比角運動量 j_ϖ を以下の式で定義する。

$$m_\varpi = \frac{2\pi}{M} \int_0^\varpi \varpi' d\varpi' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\varpi', z') dz' \quad (3.26)$$

$$j_\varpi = \frac{M}{J} \Omega \varpi^2 \quad (3.27)$$

ここで、 M は星の全質量、 J は星の全角運動量である。ここで、 m_ϖ は円筒 ϖ に囲まれた質量の全質量に対する割合を表す無次元量である。 j_ϖ は円筒 ϖ に存在する物質の比角運動量を全角運動量で規格化した無次元量である。この 2 つの物理量を用いて $j(m_\varpi)$ を求め中性子星モデルの構築に用いる。

第 4 章

中性子星モデル

4.1 状態方程式 (EOS)

$\rho < 10^{10} \text{g cm}^{-3}$ の領域では白色矮星で用いた EOS と同様の縮退電子ガスの EOS を用いる。 $10^{10} \text{g cm}^{-3} < \rho < 10^{14} \text{g cm}^{-3}$ の領域では、Baym の EOS を用いる。[1] $\rho > 10^{14} \text{g cm}^{-3}$ の領域では、Bethe–Johnson の EOS を用いる。[3] 図 4.1 に各種 EOS の比較図を示す。

間の密度領域で EOS が不連続になるので、対数線形補完を用いて傾きが連続になるように補完をおこなう。補完をおこなったものが図 4.2 である。

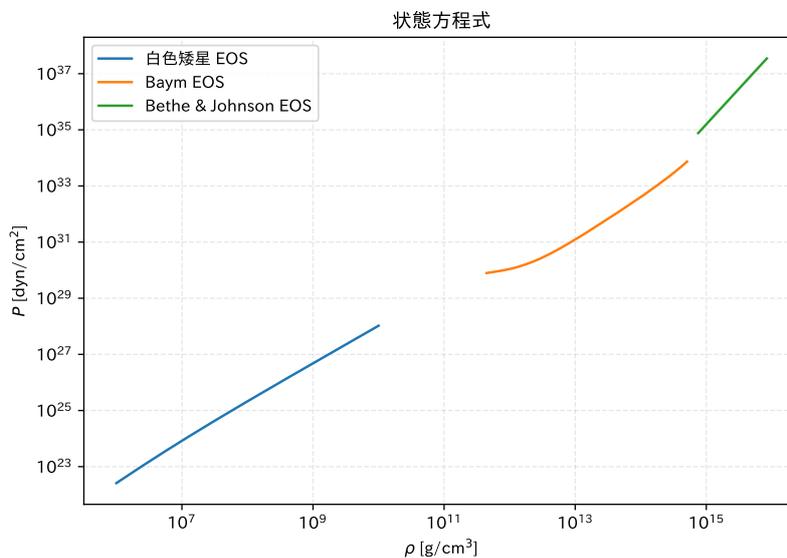


図 4.1 横軸に密度、縦軸に圧力をとった両対数グラフによる各種 EOS の比較図。青線が縮退電子ガスの EOS、オレンジ線が Baym の EOS、緑線が Bethe–Johnson の EOS。

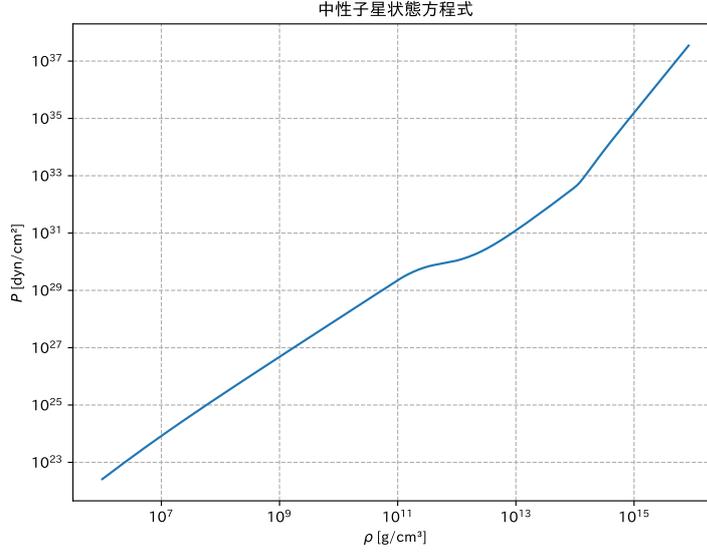


図 4.2 横軸に密度、縦軸に圧力をとった各種 EOS に加え、補完をおこなったもの。

4.2 比角運動量の保存

本研究では角運動量混合が起きないと仮定する。このとき軸より ϖ 表面上の角運動量 j_{ϖ} の保存と崩壊前後で j が ϖ のみの関数であるという事実から、回転軸から半径 ϖ_1 の円筒面上に最初に存在していた全ての粒子は、最終的に ϖ_2 の新たな円筒面上に到達することが分かる。つまり、 $j(\varpi_1) = j(\varpi_2)$ 、 $m(\varpi_1) = m(\varpi_2)$ が成り立つため

$$j_{\text{白色矮星}}(m_{\varpi}) = j_{\text{中性子星}}(m_{\varpi}) \quad (4.1)$$

が成り立つことが分かる。

4.3 不安定性

回転星の不安定性は、方位角方向の非軸対称摂動 $\propto e^{im\varphi}$ により成長する。特に $m = 2$ のモードはバー (bar) モードとして知られ、最も成長が速いモードである。回転不安定性には大きく 2 種類あり、流体力学と重力で駆動される力学的不安定性と、粘性や重力放射反作用などの散逸過程で駆動される永年不安定性がある。力学的不安定性の成長時間は音速で星を横切る時間程度の力学的時間尺度であり、永年不安定性はそれより長い散逸時間尺度で成長する。

回転の指標として、回転運動エネルギー T と重力ポテンシャルエネルギー W の比

$$\beta = \frac{T}{|W|} \quad (4.2)$$

を用いることが多い。均一回転・等密度・非圧縮のマクローリン楕円体では、力学的不安定性と永年不安定性の臨界値はそれぞれ

$$\beta_d \simeq 0.27, \quad \beta_s \simeq 0.14 \quad (4.3)$$

であることが知られている。しかし差動回転や異なる角運動量分布を持つ星では臨界値が低下する可能性があり、一般相対論の効果も臨界値を下げる傾向が示唆されている。

本研究のモデルでは、前章の白色矮星の比角運動量分布を保存したまま新生中性子星の平衡解を構築するため、差動回転が強い場合がある。従って、 β を評価し、 β_d や β_s を超えるかどうかで非軸対称不安定性の可能性を議論する。軸対称の平衡解しか構成していないため、不安定性が実際に成長するかどうかは時間発展計算が必要だが、 β は不安定性の指標として有用である。

4.4 数値的方法

前章で形成した白色矮星が崩壊して生じる新生中性子星の平衡モデルを構築する。流体力学シミュレーションを実行する代わりに、より単純な方法を採用する。

平衡状態の回転中性子星を、軸対称、回転以外の内部運動がないとする。そして、Hachisu の SCF 法を $j(m_\varpi)$ に合わせて拡張すると積分形のオイラー方程式は以下の様に表される。

$$h(\varpi, z) = C - \Phi(\varpi, z) + \left(\frac{J}{M}\right)^2 \int_0^\varpi d\varpi' \frac{j(m_{\varpi'})^2}{\varpi'^3} \quad (4.4)$$

ここで、 C は定数、 J は全角運動量、 M は全質量である。その他の記号は前章と同じ意味を持つ。

実際の計算では、白色矮星と同様にまず与えた h_i から ρ_i を逆に求める。白色矮星のときは解析的に求められたが、中性子星 EOS は数値的に与えられるため、積分も数値的におこなう。ここで密度 ρ_i とエンタルピー h_i の関係を図 4.3 に示す。

次に、質量 M_i と円筒質量分率 $m_{\varpi,i}$ を

$$M_i = 2\pi \int_0^\infty d\varpi' \varpi' \int_{-\infty}^\infty dz' \rho_i(\varpi', z') \quad (4.5)$$

$$m_{\varpi,i} = \frac{2\pi}{M_i} \int_0^\varpi d\varpi' \varpi' \int_{-\infty}^\infty dz' \rho_i(\varpi', z') \quad (4.6)$$

で求め、ポアソン方程式

$$\nabla^2 \Phi_i = 4\pi G \rho_i \quad (4.7)$$

を解いて重力ポテンシャル Φ_i を得る。最後に、以下の式でエンタルピーを更新する。

$$h_{i+1}(\varpi, z) = C_{i+1} - \Phi_i(\varpi, z) + \left(\frac{J_{i+1}}{M_{i+1}}\right)^2 \int_0^\varpi d\varpi' \frac{j(m_{\varpi',i})^2}{\varpi'^3} \quad (4.8)$$

ここで、 C_{i+1} と $(J_{i+1}/M_{i+1})^2$ は中心密度 ρ_c と赤道半径 R_e を指定することで決定する。エンタルピーと密度分布が所望の精度で収束するまで、この手順を繰り返す。

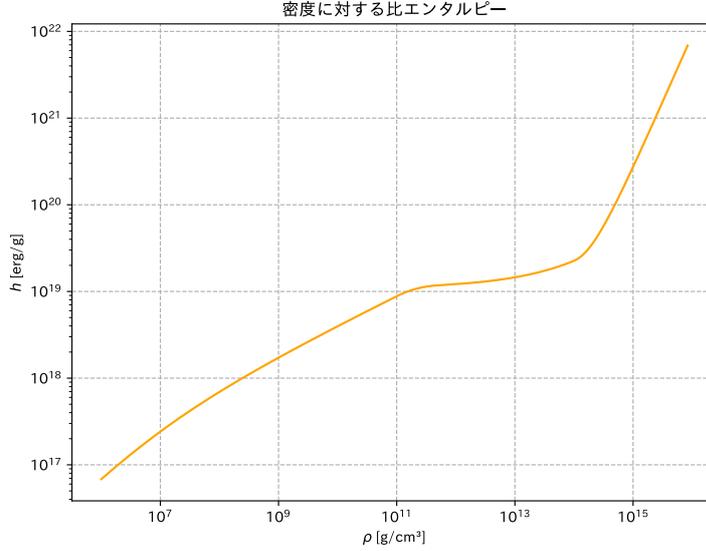


図 4.3 横軸に密度、縦軸にエンタルピー。EOS に基づき数値的に求めたエンタルピーと密度の関係。

崩壊前の白色矮星と同じ全質量・全角運動量を持つ平衡配置を得るため、まず非回転の球対称中性子星モデルを計算し、そのエンタルピー分布を初期値として、 ρ_c や R_e をわずかに変えたモデルを構築する。その後、全質量と全角運動量が所望の値になるように ρ_c と R_e を調整する。

この反復手順では、2つの数値的問題が現れる。1つ目は、角運動量 J が増加すると星が扁平になり、反復が2つ以上の状態の間で振動して収束しないことである。この問題は、Pickett, Durisen, Davis による改良反復法を用いることで解決できる。具体的には、更新後のエンタルピー h_{i+1} をそのまま用いず、

$$h'_{i+1} = (1 - \delta)h_{i+1} + \delta h_i \quad (4.9)$$

とした h'_{i+1} を次の反復に用いる。ここで $\delta < 1$ はエンタルピー変化を制御するパラメータであり、非常に扁平な配置では $\delta > 0.95$ が必要である。収束にはおよそ 100–200 回の反復を要する。

2つ目の問題は、 $m_\infty \simeq 1$ 付近の $j(m_\infty)$ 曲線に鋭い尖りがあり、傾きが急すぎて反復を不安定にすることである。この領域には質量・角運動量が非常に少ないため、 $j(m_\infty)$ 曲線の最終部分を切り詰めても誤差は小さい。そこで、 $j_c < j(m_\infty = 1)$ を満たすパラメータ j_c を導入し、 $j(m_c) = j_c$ を満たす m_c を求める。以後、比角運動量分布は

$$j(m_\infty) = \begin{cases} j(m_\infty) & (m_\infty < m_c) \\ j_c & (m_\infty \geq m_c) \end{cases} \quad (4.10)$$

として用いる。本研究では $j_c/j(1) = 0.81$ を選び、このとき $1 - m_c = 10^{-5}$ である。 $j(m_\infty)$ とこの修正分布の違いは星の最外層に限られ、内部構造や動力学的不安定性への影響は小さい。

本節のモデルは円筒座標格子上で評価し、上式の積分を計算する。重力ポテンシャルのポアソン方程式は、Ipser と Lindblom の方法に従って球座標格子で解く。球座標格子ソルバで得られたポ

テンシャルは、円筒座標のマルチグリッドソルバの結果と 0.5% 以内で一致するうえ、必要な座標変換を含めても球座標格子ソルバの方が高速である。平衡解の精度は前章で導入した無次元量 ϵ で評価し、本節のモデルでは ϵ は数 $\times 10^{-4}$ である。

第 5 章

連星白色矮星由来の中性子星

5.1 連星白色矮星の合体と中性子星形成

連星白色矮星の合体は、その進化の帰結として中性子星形成や Ia 型超新星爆発が起こりうる。本章では、白色矮星連星がどのような条件で中性子星へ崩壊するか、あるいは Ia 型超新星として爆発するかを概説し、以降の解析結果と結びつける枠組みを整理する。

白色矮星連星は重力波放射によって軌道が縮退し、最終的に合体へ至る。合体後の運命は、合体系の総質量や回転、組成 (C-O か O-Ne-Mg か) および角運動量輸送の効率に依存する。合体後に中心密度が十分に高くなり、電子捕獲が進行して状態方程式が軟化すれば、重力崩壊によって中性子星が形成される降着誘起崩 (accretion-induced collapse; AIC)。一方で、炭素燃焼が暴走的に進行する条件に達すれば、Ia 型超新星として爆発する。この二つの経路は競合的であり、合体条件の違いが最終的な天体の種類を決定する。[6]

本研究では、白色矮星連星が保持する質量・角運動量を保存したまま中性子星の平衡配置を構成できるかに着目し、前章までの単一白色矮星モデルを基準として、連星合体後に中性子星が形成される可能性とその物理量を評価する。

5.2 解析対象モデル

モデルの対象として、銀河系内にある白色矮星連星 WDJ181058.67+311940.94 を考える。この白色矮星連星は質量が合計でチャンドラセカール質量を超えるとされている。[5] この白色矮星連星から半径と質量を採用し、第 3 章の方法を用いて単一白色矮星モデルを構築する。このときに、公転運動に由来する角運動量の寄与を明確にするため、白色矮星自身の自転は $\Omega = 0$ としてモデルを作成する。

このモデルから、合計質量、公転の角運動量、 $j(m_{\infty})$ の 3 つのパラメータを取り出す。この 3 つのパラメータを保存したまま 4 章の方法で中性子星モデルを構築する。角運動量と $j(m_{\infty})$ を求めるためには連星の崩壊前の公転半径と公転の周波数が必要である。ここでは Marcono らの方法を

採用し、以下の 2 式を用いる。

$$f_{RL} = \frac{2^{3/2} G^{1/2} M_{\min}^{1/2}}{9\pi R(M_{\min})^{3/2}} \quad (5.1)$$

$$r_{RL} = \left(\frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2 f_{RL}^2} \right)^{1/3} \quad (5.2)$$

f_{RL} は降着誘起崩壊が起こるときの公転周波数、 r_{RL} はそのときの公転半径である。ここで、 M_{\min} は 2 つの白色矮星のうち質量が小さい方の質量、 $R(M_{\min})$ はその白色矮星の半径である。これらを用いて、角運動量と $j(m_{\varpi})$ を求めることができる。

この $j(m_{\varpi})$ を用いて、第 4 章の方法で中性子星モデルを構築する。合計質量、公転の角運動量が等しくなるように、中心密度 ρ_c と赤道半径 R_e を調整する。

第 6 章

解析結果

6.1 白色矮星モデル

モデル I($\rho_c = 10^{10} \text{g cm}^{-3}$ の C-O 白色矮星モデル)、モデル II($\rho_c = 6 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ の C-O 白色矮星モデル)、モデル III($\rho_c = 4 \times 10^9 \text{g cm}^{-3}$ の O-Ne-Mg 白色矮星モデル) の 3 種類の白色矮星モデルについて、中心密度 ρ_c と赤道半径 R_e を変化させて回転モデルを構築した。それぞれのモデルについて、半径 R_e を変化させたときの質量-半径関係を図 6.1 に示す。図の赤点線は最大角速度になった点を示したものである。グラフのように、最大角速度を超えると質量が減少していくことが見て取れる。これは、回転による遠心力が増大することで平衡条件が変化し、赤道半径をさらに大きくすると全質量が減少するためである。

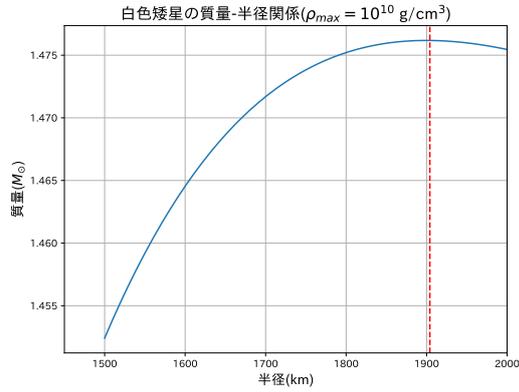
それぞれのモデルの最大角速度の半径は、 $R_e = 1899 \text{km}$ 、 $R_e = 2195 \text{km}$ 、 $R_e = 2456 \text{km}$ である。最大角速度 (Maximum Omega point) における各モデルの物理量を表 6.1 に示す。この 3 つのモデルでは質量が非常によく似ていて、中心密度が小さいほど赤道半径が大きく角運動量が大きいの。また、3 つのモデルいずれも β が十分小さく白色矮星の時点では非軸対称不安定性は起こらないことが分かる。

図 6.2 に最大角速度点における白色矮星モデルの無次元密度分布を示す。無次元密度は ρ/ρ_c で定義される。図 6.2 から、3 つのモデルとともに密度が中心に集中していることが分かる。

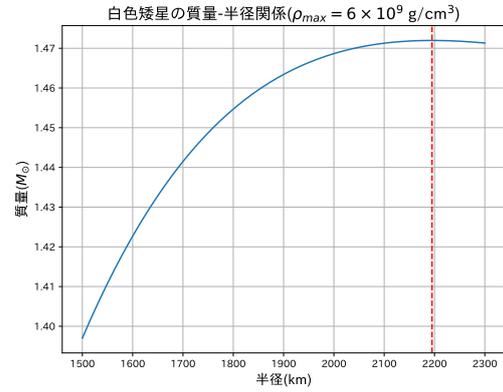
図 6.3 に最大角速度点における白色矮星モデルの比角運動量分布を示す。図 6.3 から、3 つのモデルともに右側でピークを持っている。

表 6.1 最大角速度点における白色矮星モデルの物理量。 ρ_c は中心密度、 R_{eq} は赤道半径、 M は質量、 Ω は角速度、 J は角運動量、 β は (回転運動エネルギー)/(重力ポテンシャルエネルギー)、 ϵ はピリアル定理に基づく収束判定量。

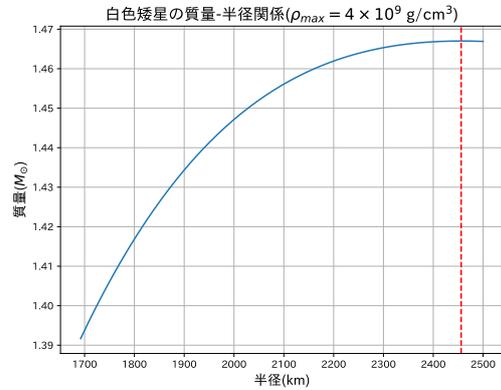
ρ_c [g cm^{-3}]	R_{max} [km]	M [M_{\odot}]	Ω [rad s^{-1}]	J [$\text{g cm}^2 \text{s}^{-1}$]	β	ϵ
1.0×10^{10}	1904	1.476	5.350	3.120×10^{49}	1.525×10^{-2}	1.719×10^{-7}
6.0×10^9	2195	1.472	4.302	3.497×10^{49}	1.635×10^{-2}	1.629×10^{-7}
4.0×10^9	2456	1.467	3.629	3.827×10^{49}	1.734×10^{-2}	1.561×10^{-7}



(a) モデル I ($\rho_c = 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$)



(b) モデル II ($\rho_c = 6 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$)

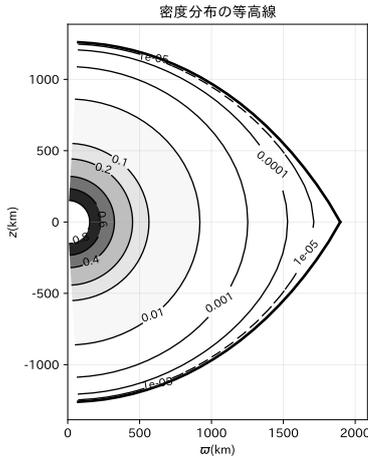


(c) モデル III ($\rho_c = 4 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$)

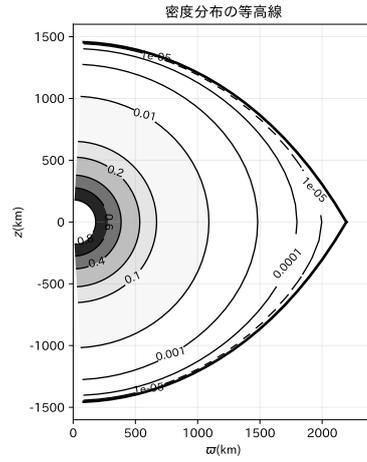
図 6.1 半径を変化させたときの質量-半径関係。

6.2 中性子星モデル

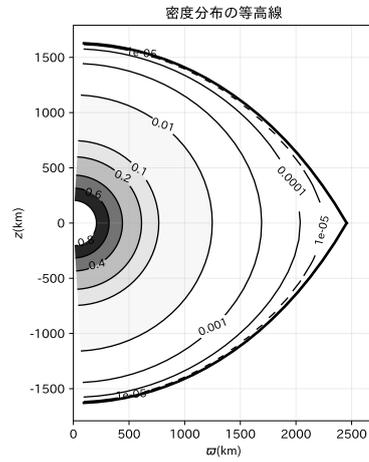
崩壊前白色矮星が最大角速度であるとき、つまり表 6.1 のモデルであるときの崩壊後中性子星モデルの物理量を表 6.2 に示す。モデル I では中心密度 $\rho_c = 3.63 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ 、半径 $R_e = 1534 \text{ km}$ のとき、中性子星の質量と角運動量が崩壊前白色矮星に最も近づいた。同様に、モデル II では $\rho_c = 3.49 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ 、 $R_e = 1610 \text{ km}$ 、モデル III では $\rho_c = 3.30 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ 、 $R_e = 1710 \text{ km}$ のとき質量と角運動量が最も近づいた。表 6.2 より、中心密度が低いモデルほど赤道半径 R_e と角運動量 J が大きく、回転エネルギー比 β も増加していることが分かる。一方で質量 M は 3 モデルで大きくは変化しない。これは、崩壊後中性子星の質量が主として高密度コアに支配されるためである。モデル I、モデル II では β は 0.27 を下回ったが、モデル III においてはモデル III と 0.27 を上回った。これは Liu の全て 0.27 を下回った結果とは異なるが、Liu のモデル III の β も 0.27 に匹敵する程度の大きさなため、計算方法の誤差の範囲と思われる。0.27 を上回っているので、こ



(a) $\rho_c = 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 1904 \text{ km}$



(b) $\rho_c = 6 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 2195 \text{ km}$



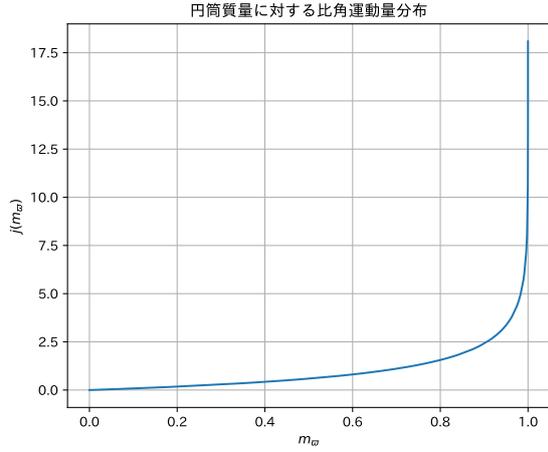
(c) $\rho_c = 4 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 2456 \text{ km}$

図 6.2 最大角速度点における白色矮星モデルの密度分布。中心密度で密度を規格化した無次元密度を用いている。横軸は円筒座標上の半径 ϖ 、縦軸は軸方向の座標 z 。

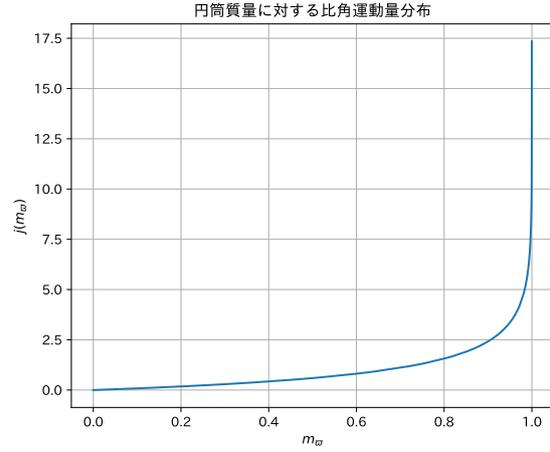
のモデル III の場合は力学的不安定性を持ち、重力波を放出すると考えられる。図 6.4-6.6 に示した密度等高線から、コア領域はほぼ球対称に保たれている一方で、外層領域では回転により等高線が扁平になっていることが分かる。特に中心密度が低いモデルほど外層の扁平化が顕著であり、回転の影響が外層に強く現れる。

表 6.2 最大角速度点における中性子星モデルの物理量。パラメータは表 6.1 と同じ意味を持つ。 r_{99} は質量の 99% が内包される半径。

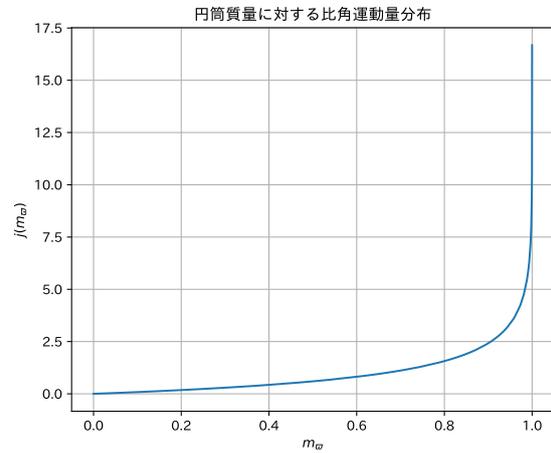
モデル	$\rho_c [\text{g cm}^{-3}]$	$R_e [\text{km}]$	$M [M_\odot]$	$J [\text{g cm}^2 \text{s}^{-1}]$	β	ϵ	$r_{99} [\text{km}]$
モデル I	3.63×10^{14}	1534	1.460719	3.147×10^{49}	0.245428	8.4×10^{-5}	321.149
モデル II	3.49×10^{14}	1610	1.477307	3.474×10^{49}	0.258327	2.1×10^{-5}	376.131
モデル III	3.30×10^{14}	1710	1.473483	3.804×10^{49}	0.273638	6.1×10^{-5}	479.671



(a) $\rho_c = 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 1904 \text{ km}$



(b) $\rho_c = 6 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 2195 \text{ km}$



(c) $\rho_c = 4 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$, $R_e = 2456 \text{ km}$

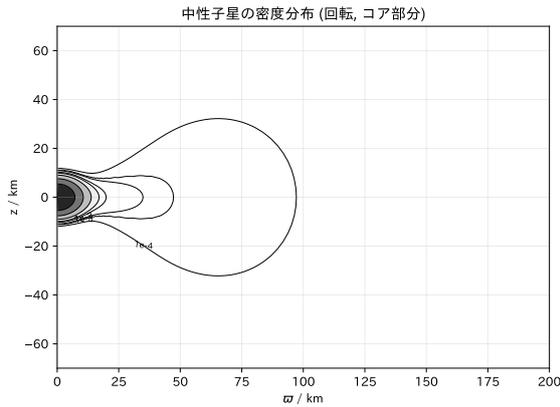
図 6.3 最大角速度点における比角運動量分布 $j(m_\omega)$ 。横軸は円筒質量分率 m_ω 、縦軸は比角運動量 j 。

6.3 連星白色矮星由来の中性子星

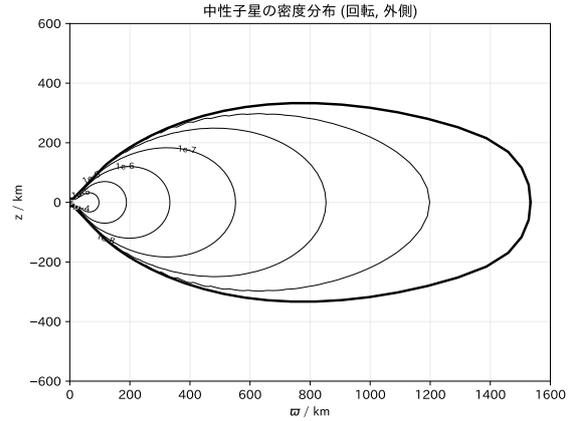
連星白色矮星モデルで用いた 2 つの白色矮星の物理量を表 6.3 に示す。これらは連星の公転角運動量の寄与を明確に扱うため、白色矮星自身の自転を $\Omega = 0$ として構築した平衡解である。そのため、回転に由来する量 J と β はともに 0 となる。

崩壊直前の公転周波数は 0.0444 Hz であり、連星の公転半径は $1.09 \times 10^4 \text{ km}$ になった。このときの連星全体の角運動量は $3.26 \times 10^{50} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-1}$ である。この角運動量は白色矮星を質点としてではなく、密度分布を考慮して計算したものである。

$j(m_\omega)$ は公転半径を円筒座標系の中心とし、計算した。その結果が図 6.7 である。これは自転している単体の白色矮星モデルとは異なり比較的 m_ω が小さい部分が比較的大きい値を取って

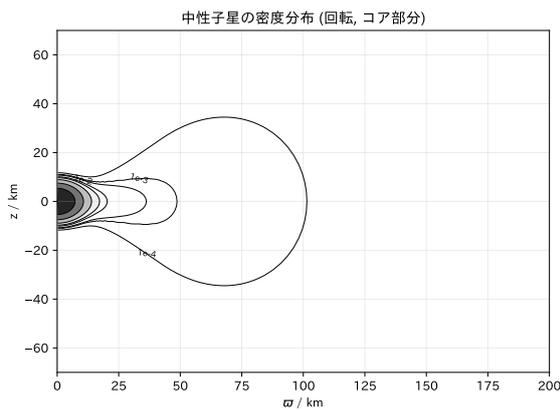


(a) コア領域

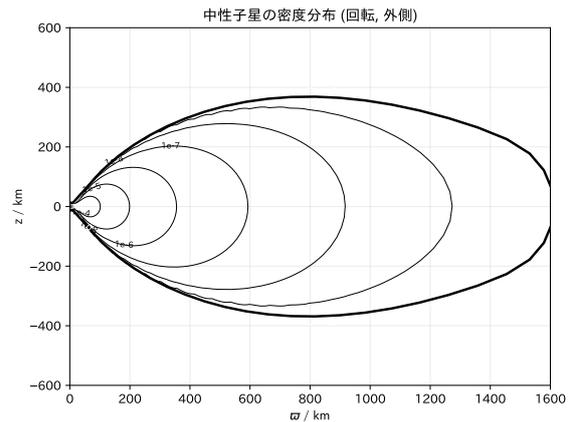


(b) 外層領域

図 6.4 中性子星モデル I の密度分布 (コアと外層)。横軸が円筒座標上の半径 ϖ km、縦軸が軸方向の座標 z km。等高線は外層領域で $\rho/\rho_c = \{10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}, 10^{-8}, 10^{-9}, 0\}$ 、コア領域で $\{0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.1, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}\}$ を用いた。



(a) コア領域



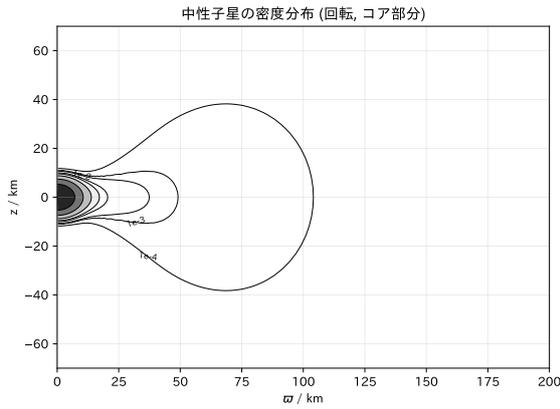
(b) 外層領域

図 6.5 中性子星モデル II の密度分布 (コアと外層)。横軸が円筒座標上の半径 ϖ km、縦軸が軸方向の座標 z km。等高線は外層領域で $\rho/\rho_c = \{10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}, 10^{-8}, 10^{-9}, 0\}$ 、コア領域で $\{0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.1, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}\}$ を用いた。

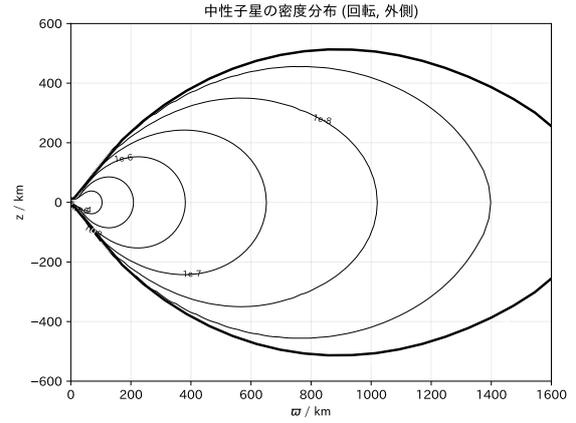
る。これは自転では中心部分は角運動量を持っていないが、公転では全体が角運動量を持っているためである。

この $j(m_\varpi)$ を用いて、中性子星モデルを構築した。その結果、中心密度と半径を調整しても、全質量と角運動量が連星の値と同じになるような中性子星を作成することができなかった。連星白色矮星由来の中性子星候補モデルの物理量を表 6.4 に示す。表のとおり質量が一致するような中性子星は構築できたが、それらは全て角運動量が連星の値よりもおよそ 10 分の 1 程小さくなった。

この結果からは複数のことが考えられる。白色矮星連星が、何らかの影響により角運動量が失われ表に示したような中性子星になるということ。もしくは、そもそも中性子星にならずに Ia 型超



(a) コア領域



(b) 外層領域

図 6.6 中性子星モデル III の密度分布 (コアと外層)。横軸が円筒座標上の半径 ω km、縦軸が軸方向の座標 z km。等高線は外層領域で $\rho/\rho_c = \{10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}, 10^{-8}, 10^{-9}, 0\}$ 、コア領域で $\{0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.1, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}\}$ を用いた。

新星になるということである。いずれにせよ、この数値計算の方法では限界があり大規模な修正、もしくは詳細な数値計算シミュレーションをおこなう必要がある。

表 6.3 連星白色矮星モデルで使用した白色矮星の物理量。パラメータは表 6.1 と同じ意味を持つ。

ρ_c [g cm ⁻³]	R_{eq} [km]	M [M_\odot]	Ω [rad s ⁻¹]	J [g cm ² s ⁻¹]	β	ϵ
1.0×10^7	6978.5	0.795322	0.0	0.0	0.0	4.826×10^{-3}
6.0×10^6	7766.0	0.703399	0.0	0.0	0.0	1.803×10^{-3}

表 6.4 連星白色矮星由来の中性子星候補モデルの物理量。パラメータは表 6.1 と同じ意味を持つ。

ρ_c [g cm ⁻³]	R_e [km]	M [M_\odot]	J [g cm ² s ⁻¹]	β
1.53×10^{14}	584.55	1.504730	3.733899×10^{49}	0.407197
3.60×10^{14}	56.00	1.501278	1.860690×10^{49}	0.209298

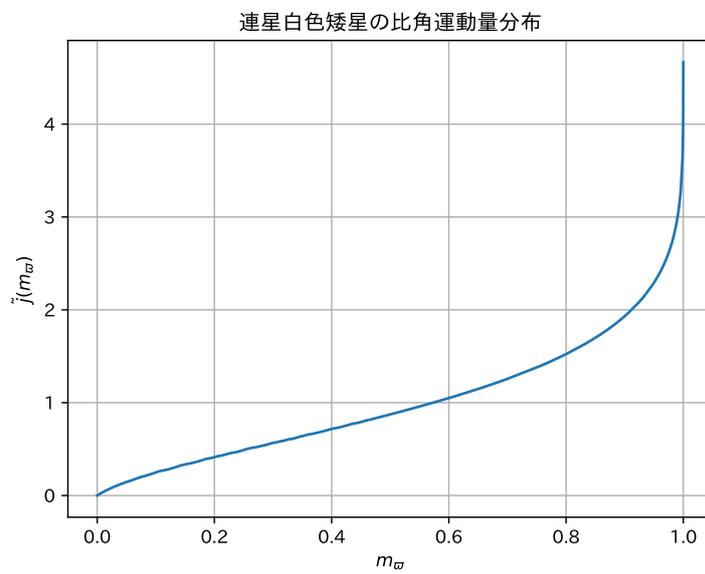


図 6.7 連星白色矮星モデルの比角運動量分布 $j_i(m_{wd})$ 。横軸は円筒質量分率 m_{wd} 、縦軸は比角運動量 j 。

第7章

結論

本研究では、重力波源としての新生中性子星に着目し、形成直後の中性子星が力学的不安定性を持ち得るかどうかを数値的に検証した。特に、単一の白色矮星が降着誘起崩壊を起こす場合と、白色矮星連星が合体して中性子星を形成する場合について、角運動量保存の観点から平衡配置の構築可能性を比較した。

まず、単一の白色矮星モデルについて、自己無撞着場法を用いて回転平衡モデルを構築した。その結果、いずれのモデルにおいても白色矮星段階では回転の寄与は小さく、回転不安定性が生じないことが確認された。一方で、これらの白色矮星が崩壊して形成される新生中性子星モデルでは、比角運動量分布を保存した結果、回転運動エネルギーと重力ポテンシャルエネルギーの比 β が大きく増加し、モデルの一つにおいて力学的不安定性の臨界値を超えると示された。このことは、形成直後の新生中性子星が重力波を放出し得る力学的不安定性を持つ可能性を示唆している。

次に、白色矮星連星を起源とする中性子星形成について検討した。連星合体前の公転角運動量を含めた全角運動量と比角運動量分布を保存したまま中性子星の平衡解を構築することを試みたが、中心密度や半径を調整しても、白色矮星連星が保持していた全質量および全角運動量を同時に満たす中性子星モデルを得ることはできなかった。この結果は、白色矮星連星が合体して中性子星を形成する過程において、角運動量の一部が何らかの機構によって失われる、あるいは再分配される必要があることを示している。

以上の結果から、単一白色矮星の降着誘起崩壊によって形成される新生中性子星は、力学的不安定性を通じて重力波を放出する有力な候補天体である一方、白色矮星連星に本研究で用いた静的な平衡モデルを使用するには限界があることが分かった。

将来的な本研究の目標は白色矮星連星からなる新生中性子星の重力波理論曲線を記述し、それを探索することである。そのためには、詳細な流体力学シミュレーションをおこない連星から中性子星へどのような過程を経ているのかを研究することが重要であるだろう。

謝辞

多くの方のご支援があり、本卒業論文を完成させることができました。この場で感謝を述べさせていただきます。

指導教員の宗宮健太郎先生には、研究テーマをご提示いただきました。研究室では前例が少なく難しいものであると説明をされていましたが挑戦をさせていただき感謝いたします。さらに、研究が滞った際にも的確な助言を下さり、発表練習の際には細部にわたり丁寧にご指摘いただきました。山本博章先生にはゼミの直後に声をかけていただき、鋭い指摘をいただきました。研究につきましては、興味を持っていただきアドバイスもしていただきました。

博士課程の阿倍さんには発表練習のご相談で多くの時間を割いてご指摘いただきました。たくさんお話させていただき、自分の考えや自分の理解が深まることができました。博士課程の鈴木さんはゼミの準備や研究室のイベントを開いていただきました。博士課程の Diego さんには研究室配属直後にデータ解析に関して教えていただき、英語にふれる機会をいただきました。

修士課程の井殿さん、竹下さんには研究室に関わることのみならず、様々なお話を効かせていただきました。修士課程の Shalika さんには TAMA300 にて使われている鏡や実験器具を実際に見せていただきました。修士課程の正木さん、吉留さん、山口さんは輪講で一緒に重力波や重力波検出器について何も知らない我々に教えていただきました。Ruizhe さんにも輪講に参加していただき、干渉計に関してくわしい知識を教えていただきました。

同期の川上君には、日々の活動や院試を通して多くの刺激を受けました。お互いに切磋琢磨できたことをありがたく思っています。

最後に、本研究に関わる全ての方々にこころより感謝申し上げます。

参考文献

- [1] G. Baym, H. A. Bethe, and C. J. Pethick. Neutron star matter. *nphysa*, 175(2):225–271, Nov. 1971.
- [2] I. Hachisu. A Versatile Method for Obtaining Structures of Rapidly Rotating Stars. II. Three-dimensional Self-consistent Field Method. *Apjs*, 62:461, Nov. 1986.
- [3] S. Katsura and M. Takizawa. Bethe Lattice and the Bethe Approximation. *Progress of Theoretical Physics*, 51(1):82–98, Jan. 1974.
- [4] Y. T. Liu. Dynamical instability of new-born neutron stars as sources of gravitational radiation. *Phys. Rev. D*, 65:124003, May 2002.
- [5] J. Munday, R. Pakmor, I. Pelisoli, D. Jones, S. Sahu, P.-E. Tremblay, A. S. Rajamuthukumar, G. Nelemans, M. Magee, S. Toonen, A. Bédard, and T. Cunningham. A super-Chandrasekhar mass type Ia supernova progenitor at 49 pc set to detonate in 23 Gyr. *Nature Astronomy*, 9:872–882, June 2025.
- [6] M. Pichardo Marcano, A. B. Yelikar, and K. Jani. Massive double white dwarf binary mergers from the moon: Extending the reach of multimessenger astrophysics. *The Astrophysical Journal*, 992(1):16, oct 2025.
- [7] E. E. Salpeter. Energy and Pressure of a Zero-Temperature Plasma. *Apj*, 134:669, Nov. 1961.