# 修士論文 非線形光学素子を用いた重力波信号の増幅

人間文化創成科学研究科 理学専攻 物理科学コース 博士前期課程

1240615 斎藤 那菜

2014年1月22日提出

# 概要

現在、岐阜県神岡鉱山内に大型重力波検出器 KAGRA が建設中である。本論文では、KAGRA そしてさらに次世代の検出器において重力波信号を増幅するための技術について、2つの開発実験を行ったので、その結果と考察について述べる。

重力波とは 1916 年にアインシュタインがその存在を予言した時空のさざ波で、質量を持った物体が加速度運動をすることにより生成される。1974 年には J.H.Taylor と R.A.Hulse が連星パルサー PSR1913+16 を発見し、その自転周期とパルスの放射周期を精密に観測した。それにより軌道周期の減少は重力波のエネルギー放出によって説明できる事を示し、重力波の存在を間接的に証明した。

しかし、重力波と物質との相互作用は非常に弱く、その直接検出には至っていない。重力波を直接検出するためには、強い重力波を出すブラックホール連星の合体のような大質量の変動を伴う天体現象が対象となる。生成された重力波は、遠く離れた地球上で二体間の距離を変動させる。その変化量は 10 のマイナス 21 乗メートルほどという小ささであるが、光干渉計を用いれば、そのような微小変位を測定することが可能である。重力波信号を観測することで、電磁波やニュートリノで得ることのできない新しい知見を得ることが可能となる。

重力波の直接的観測の試みは、世界各国でなされている。アメリカの LIGO や、イタリア・フランスの VIRGO など、数キロメートルの基線長をもつ大型干渉計が建設され、1 年間におよぶ観測を行なったが、重力波信号は見つからなかった。現在、LIGO と VIRGO は大規模なアップグレードの最中である。日本では岐阜県の神岡鉱山の地下に KAGRA という基線長  $3\mathrm{km}$  の低温大型光干渉計を建設中である。KAGRA は他の検出器に比べ、熱雑音を取り除く為に  $20\mathrm{K}$  まで冷却するという特徴を持つ。

これらの検出器は Michelson 干渉計を基本としており、重力波によって質点間に生まれた固有距離の変化を干渉縞の変化として読み取る。Michelson 干渉計の基線長が長いほど重力波に対する応答は良くなるが、地上では建設できる長さに限界がある。その基線長を実効的に長くする手段として、Fabry-Perot方式がある。これは光を向かい合った 2 枚の鏡の間を何度も往復させる多重干渉によって光路長を稼ぐというものであり、多くの干渉計型重力波検出器に組み込まれている。重力波検出器は重力波という非常に微小な信号を検出する装置なので、様々な雑音がその感度を制限しており、主な雑音源としては熱雑音、地面振動、散射雑音(ショットノイズ)がある。熱雑音は鏡自身の熱振動による雑音である。熱雑音を減らす為の方法として、鏡を冷やす方法や Q 値を上げる方法がある。地面振動は地面の微小な振動である。特に低周波ではこの振動が鏡を揺らし雑音となるが、鏡を振り子で吊る事で防振している。ショットノイズは光の量子揺らぎである。ショットノイズは干渉計に入射するレーザーパワーの平方根に反比例する。よってレーザーパワーが大きいほどショットノイズの効果は小さくなるが、KAGRA の場合は低温化の為に鏡を透過するレーザーパワーは低い方が望ましいので、Resonant Sideband Extraction (RSE) と呼ばれる方法を用いる。RSE とは多重干渉の回数を必要以上に増やす事で実効的なパワーを上げつつ、高周波の信号を増幅する鏡を導入する事で帯域幅を確保する干渉計のことである。上記の様な様々な技術に

概要 ii

より、KAGRA の感度は量子限界に到達するほどの高感度となっている。そしてさらに量子非破壊計測技術を導入することで、量子限界をも超える感度を実現することが計画されている。KAGRA で用いる量子非破壊計測技術は、光の輻射圧で形成される光バネによる信号増幅であるが、光バネを安定に動作させるために未解決の問題が残されている。それは、光バネを形成するために導入する干渉計のデチューニングに伴う制御信号のオフセットである。KAGRA では光の共振条件から少しだけ外したデチューン状態に制御することで光バネを生み出し、量子限界を超える感度を実現している。しかし、デチューン状態は制御電場のアンバランスを伴い、それによりオフセットが乗ってしまうのである。本論文では、まずこのオフセットを光学的に解決することで、電気的なオフセットに伴う問題を解消する方法に検証実験を行ったのでそれについて述べる。

KAGRA よりさらに次世代の検出器において、感度を向上するためには、光バネの共振周波数を高くすることが求められる。光バネの周波数はレーザーパワーを上げることで高くすることができるが、低温干渉計ではこれ以上パワーを上げることは好ましくない。新しい方法として提案されたのが、非線形光学素子を使って信号を増幅し、それによって光バネの周波数を上げるという手法である。本論文では、この新しい手法の第一段階として、非線形光学素子による干渉計信号の増幅を実験的に検証したので、それについても述べる。

# **Abstract**

KAGRA is being constructed in the Kamioka mine in Gifu-prefucture in Japan. In this paper, I report two experiments to confirm techniques to amplify gravitational wave signals in KAGRA and future detectors.

Gravitational waves are phenomena that the space-time strain caused by an accelerative motion of a massive star propagates from the far universe to the Earth. Existence of the gravitational wave was predicted by Albert Einstein, but the wave has not been detected. The gravitational wave changes the distance of two objects on the Earth, but the change is as small as  $10^{-23}$ m per 1m. To detect a gravitational wave, we need big detectors with good sensitivity.

We use a Michelson interferometer for a gravitational wave detector. A laser beam is devided into two beams by a beam splitter. The beams are reflected at far mirrors, go back to the beamsplitter, interfere at the beamsplitter, and makes an interference pattern at a photo-detector. We need to reduse seismic noise, quantum noise, thermal noise and so on to realize a good sensitivity. Studies to reduce these kinds of noise with various advanced techniques are on going.

Shot noise can be reduced by a use of a high power laser. But a low power laser is better because mirrors are cooled for decreasing thermal noise in KAGRA. So we use the technique called Resonant Sideband Extraction (RSE). RSE realizes the same quantum noise level with a lower laser power transmitting through the beamsplitter and the input mirrors. In order to improve the quantum noise further more and even to surpass the standard quantum limit, we can create an optical spring and increase the gravitational-wave signal around its resonant frequency by detuning a signal recycling cavity. Naive detuning by adding a DC offset to the control signal, however, increases technical noise to the interferometer output. A solution not to use for the electronic offset is adding an optical offset.

For a next generation detector, a number of ways that have been proposed to improve the sensitivity utilize the optical spring. The spring frequency should better be higher to realize a better sensitivity, but it is not the best way to further increase the input laser power. Here we propose a new technique to increase the spring frequency by amplifying the signal with a non-linear crystal. As the first step of the development of this technique, I have demonstrated it using an interferometer with a non-linear crystal before its signal extraction port.

# 目次

概要			i
Abstract	t		iii
第1章	重力》	波とその検出	1
1.1	重力》	波の導出	1
	1.1.1	アインシュタイン方程式の線形近似	1
	1.1.2	重力波解	3
1.2	重力》	波の特性	4
	1.2.1	重力波に対する自由質点の影響・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4
	1.2.2	偏光	4
1.3	重力》	波の発生と波源	5
	1.3.1	重力波の発生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	5
	1.3.2	重力波源	5
1.4	重力》	波検出器	7
	1.4.1	干渉計による重力波検出の原理	7
	1.4.2	重力波の検出	8
	1.4.3	Fabry-Perot 共振器	10
1.5	世界(	の重力波検出器 ....................................	15
	1.5.1	- これまでの検出器	15
	1.5.2	現在建設中または稼働中の検出器・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	16
	1.5.3	KAGRA の構成図と名前	17
	1.5.4	将来計画	17
第2章	干涉詢	計の感度向上	19
2.1	ショ・	ットノイズ (散射雑音)	20
2.2	輻射原	<b>王雑音と SQL</b>	21
	2.2.1	輻射圧雑音....................................	21
	2.2.2	標準量子限界 (SQL)	22
2.3	ショ・	ットノイズの改善	22
	2.3.1	パワーリサイクリング....................................	22
	2.3.2	Resonant Sideband Extraction(RSE)	22
2.4	$\operatorname{SQL}$	を突破する方法	23

目次 v

	2.4.1 detuned RSE	2	23
2.5	スクイージング....................................		24
	2.5.1 コヒーレント状態とスクイーズド状態		24
	2.5.2 スクイージングの生成	2	29
	2.5.3 スクイーズを入れた時の感度	3	31
第3章	・ デチューニングの問題と解決	3	32
3.1	干渉計の制御	3	32
	3.1.1 Feedback $\mathcal{W}-\mathcal{I}$	3	32
	3.1.2 変調と復調		33
	3.1.3 Pound-Drever-Hall 法	3	34
3.2	デチューニングによって生じる問題	3	35
	3.2.1 Phaser diagram	3	35
	3.2.2 問題		35
3.3	解決方法	3	36
第4章	こ スクイーザーを使った信号増幅	3	38
4.1	第二高調波の発生・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・		38
	4.1.1 第二高調波の理論		38
	4.1.2 位相整合		39
4.2	信号の増幅	3	39
第5章	宝験1 (デチューニングの問題と解決)		12
第5章 5.1	主 実験 1 (デチューニングの問題と解決) セットアップ	4	12 12
	( , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	4	
	セットアップ	4 4 4	12
	セットアップ	4 4 	12 12
	セットアップ	4 4 	12 12 14
	セットアップ          5.1.1 KAGRA との違い          5.1.2 ピエゾ (PZT)          5.1.3 モードマッチング	4	12 12 14 14
5.1	セットアップ	4	12 14 14 16
5.1	セットアップ	4	12 14 14 16 17
5.2 第6章	セットアップ	4	12 14 14 16 17
5.2 第6章	セットアップ	4	12 14 14 16 17
5.2 第6章	セットアップ	4	12 14 14 16 17 19
5.2 第6章	セットアップ	4	12 14 14 16 17 19 19
5.2 第6章	セットアップ  5.1.1 KAGRA との違い  5.1.2 ピエゾ (PZT)  5.1.3 モードマッチング  5.1.4 サーボ  結果  実験 2 (スクイーズによる信号増幅) セットアップ  6.1.1 ファイバーカップリング  6.1.2 SHG  6.1.3 共振器を用いた第二高調波の発生	4	12 14 14 16 17 19 19 50
5.2 第6章 6.1	セットアップ  5.1.1 KAGRA との違い  5.1.2 ピエゾ (PZT)  5.1.3 モードマッチング  5.1.4 サーボ  結果  に 実験 2 (スクイーズによる信号増幅) セットアップ  6.1.1 ファイバーカップリング  6.1.2 SHG  6.1.3 共振器を用いた第二高調波の発生  6.1.4 Michelson 干渉計の制御  結果  結果  結果  結果  結果  6.1.4 Michelson 干渉計の制御  結果	4	12 14 14 16 17 19 50 50 51
5.2 第6章 6.1	セットアップ  5.1.1 KAGRA との違い  5.1.2 ピエゾ (PZT)  5.1.3 モードマッチング  5.1.4 サーボ  結果  に 実験 2 (スクイーズによる信号増幅) セットアップ  6.1.1 ファイバーカップリング  6.1.2 SHG  6.1.3 共振器を用いた第二高調波の発生  6.1.4 Michelson 干渉計の制御  結果  結果  結果  結果  結果  6.1.4 Michelson 干渉計の制御  結果	4	12 14 14 16 17 19 19 50 51 52 53
5.2 第6章 6.1 6.2	セットアップ  5.1.1 KAGRA との違い  5.1.2 ピエゾ (PZT)  5.1.3 モードマッチング  5.1.4 サーボ  結果  実験 2 (スクイーズによる信号増幅) セットアップ  6.1.1 ファイバーカップリング  6.1.2 SHG  6.1.3 共振器を用いた第二高調波の発生  6.1.4 Michelson 干渉計の制御  結果  結果  結論	4	12 14 14 16 17 19 19 50 51 52 55

# 第1章

# 重力波とその検出

重力波とは、A.Einstein によって提唱された一般相対性理論の中で Einstein 方程式を線形近似し導かれる、光速で伝播する時空の歪みである。この存在は 1974 年、J.H.Taylor と R.A.Hulse の連星パルサー PSR1913+16 の観測によって間接的に証明された。しかし重力波は物質との相互作用が非常に弱く、2014 年現在直接的には検出されていない。重力波の直接検出が成功すれば一般相対性理論の実験的証明となると共に、これまでの電磁波天文学とは異なる新たな天文学を拓けると期待されている。重力波の検出には、マイケルソン干渉計を基本としたレーザー干渉計を用いる。マイケルソン干渉計は、光が二つの腕を往復した時に生じる固有距離の差を位相変化として検出する。重力波の信号は干渉計の腕の長さに比例して大きくなる為、基線長 3 4km 等の大型干渉計が必要となる。

本章では、重力波の導出とその検出方法について述べる。

# 1.1 重力波の導出

重力波は、一般相対性理論の線形近似された Einstein 方程式から導かれる波動解である。Einstein 方程式の線形近似は、重力場が弱い場合に行う事が出来る。

#### 1.1.1 アインシュタイン方程式の線形近似

一般相対性理論では、4 次元時空内の異なる 2 点  $x^\mu$  と  $x^\mu+dx^\mu$  の距離 (線素 ds) を計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  により、

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \tag{1.1}$$

と表す。

 $g_{\mu\nu}$  は時空の構造を表す計量テンソルである。例えば重力場のない平坦な時空 (Minkowski 時空) においてメトリックテンソル  $g_{\mu\nu}$  は

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \tag{1.2}$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix}
-1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$
(1.3)

である。

この計量テンソル (式 1.2) が与えられると、時空と幾何学的性質がわかり、光を含めたあらゆる物体が

4次元空間の中でたどる軌跡を表すことができる。この軌跡を測地線方程式と呼び、

$$\frac{d^2x^{\lambda}}{d\tau^2} + \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{d\tau} \frac{dx^{\nu}}{d\tau} = 0 \tag{1.4}$$

に従って、重力以外の外力を受けない粒子の運動を求めることができる。ここで au は粒子の固有時間、  $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$  はクリストッフェル記号であり、  $g_{\mu\nu}$  を用いて以下のように定義される。

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\alpha} \left( \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$
 (1.5)

この計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  は、重力場を表す Einstein 方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{1.6}$$

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \tag{1.7}$$

に従う。ここで、 $R_{\mu\nu}$  はリッチテンソル、R はリッチスカラー、 $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソル、G は重力定数、c は光速である。式 (1.7) はリーマンテンソル

$$R^{\lambda}_{\mu\rho\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\rho}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\lambda}_{\alpha\rho} \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\beta\nu} \Gamma^{\beta}_{\mu\rho}$$
 (1.8)

を用いた。

ここで、重力波解を導く為に  $g_{\mu\nu}$  を線形近似する。重力場源から十分にはなれた地点の重力が非常に小さい、重力場のない平坦な時空からの摂動  $h_{\mu\nu}$  を考える。このとき、計量テンソルは近似的に

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{1.9}$$

とおける。また、

$$|h_{\mu\nu}| \ll 1 \tag{1.10}$$

として、 $h_{\mu 
u}$  の 1 次までの近似を考えるとそれぞれ次のように書き換えられる。

クリストッフェル記号は式(1.5)より

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \simeq \frac{1}{2} \eta^{\lambda\alpha} \left( \frac{\partial h_{\alpha\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial h_{\alpha\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right) \tag{1.11}$$

リーマンテンソルは式(1.8)より

$$R^{\lambda}_{\mu\rho\nu} \simeq \frac{1}{2} \eta^{\lambda\alpha} \left( \frac{\partial^2 h_{\alpha\gamma}}{\partial x^{\rho} \partial x^{\mu}} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\rho}} + \frac{\partial^2 h_{\mu\rho}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\nu}} - \frac{\partial^2 h_{\alpha\rho}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} \right)$$
(1.12)

リッチテンソル

$$R_{\mu\nu} \simeq \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 h_{\nu}^{\lambda}}{\partial x^{\lambda} \partial x^{\mu}} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x_{\lambda} \partial x^{\lambda}} + \frac{\partial^2 h_{\mu}^{\lambda}}{\partial x^{\lambda} \partial x^{\nu}} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} \right)$$
(1.13)

但し  $h \equiv h_{\lambda}^{\lambda}$  とする。

リッチスカラー

$$R \simeq \frac{\partial^2 h^{\mu\nu}}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} - \frac{\partial^2 h}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\alpha}}$$
 (1.14)

となる。

ここで Lorentz gauge

$$\frac{\partial \bar{h}^{\mu}_{\nu}}{\partial x^{\mu}} = 0 \tag{1.15}$$

のもとで、Einstein 方程式 (1.6) にリッチテンソル (1.13) とリッチスカラー (1.14) を代入すると、以下 のように線形化された Einstein の重力波の方程式

$$\frac{\partial^2 \bar{h}_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} = \Box \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{1.16}$$

が導きだされる。

#### 1.1.2 重力波解

真空中では  $T_{\mu\nu}=0$  なので (1.16) 式の波動方程式は

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{1.17}$$

となる。これは  $ar{h}_{\mu
u}$  が波動として時空を伝搬することを表し、これが重力波である。平面波解は以下のよ うに記述される。

$$\bar{h}^{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha})$$

$$k_{\mu}k^{\mu} = 0$$
(1.18)

$$k_{\mu}k^{\mu} = 0 \tag{1.19}$$

ここで  $k_\mu$  は重力波の 4 次元波動ベクトルであり、 $A_{\mu 
u}$  は振幅を表す対称な定数テンソルである。式 (1.19) は重力波が光速で伝わることを表す。また、Lorentz gauge の条件から

$$A_{\mu\nu}k^{\nu} = 0 \tag{1.20}$$

を満たす。上式は重力波が横波であることを表している。

この解には座標の任意性が残っているため、さらに以下の Transverse Traceless gauge (TT gauge) を 課す。

$$A_{\alpha}^{\alpha} = 0 \tag{1.21}$$

$$A^{\alpha}_{\alpha} = 0 \tag{1.21}$$

$$A_{\mu\nu}U^{\nu} = 0 \tag{1.22}$$

ここで  $U^
u$  は任意の時間的ベクトルである。式 (1.21) は  $A_{\mu
u}$  のトレースが 0 であることを示し、式 (1.22)は重力波が横波として観測できる座標系が存在している事を示す。すると式 (1.22) より

$$\bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} \tag{1.23}$$

となる。ここで  $U^{\mu}=\delta_{0}^{
u}$  を基底として重力波の進行方向を z 軸にとると平面波解は、

$$h^{\mu\nu} = A_{\mu\nu}e^{ik(ct-z)} \tag{1.24}$$

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0 \\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
 (1.25)

となる。ここで k は重力波の波数、 $h_+$ 、 $h_ imes$  は 2 つの独立な偏光モードを表す。式 (1.24) より重力波は 光速 c で伝播することがわかる。式 (1.25) は重力波が横波であることを示している。

# 1.2 重力波の特性

# 1.2.1 重力波に対する自由質点の影響

Minkowski 時空の上で静止している自由質点に働く重力波の効果を TT gauge において考える。静止 している粒子では

$$\frac{dx^{\mu}}{d\tau} = (1, 0, 0, 0) \tag{1.26}$$

となり、測地線方程式 (1.4) は

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{d\tau^2} = -\Gamma_{00}^{\lambda}$$

$$= \frac{1}{2} \eta^{\lambda \alpha} \left( \frac{\partial \bar{h}_{\alpha 0}}{\partial x^0} + \frac{\partial \bar{h}_{\alpha 0}}{\partial x^0} - \frac{\partial \bar{h}_{00}}{\partial x^{\alpha}} \right)$$

$$= 0$$
(1.27)

となる。これより、重力波は粒子に加速度を与えないことがわかる。よって TT gauge は自由粒子に働く 重力波の効果が打ち消されるように座標を伸び縮みさせるゲージであると言える。

では、重力波の影響を見る為に近接した 2 粒子の世界間隔の変化を見る。 TT gauge の下で (0,0,0,0) と  $(0,\epsilon,0,0)$  に静止している 2 つの粒子を考える。この 2 粒子間の固有距離  $\delta l$  は

$$\delta \int |ds^{2}|^{\frac{1}{2}} = \int |g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}|^{\frac{1}{2}}$$

$$= \int_{0}^{\epsilon} |g_{11}|^{\frac{1}{2}}dx$$

$$\simeq |g_{11}|^{\frac{1}{2}}\epsilon$$

$$\simeq (1 + \frac{1}{2}\bar{h}_{11})\epsilon$$
(1.28)

となり、2質点間の距離が重力波によって変動することがわかる。

### 1.2.2 偏光

前節で述べたように、重力波には  $h_+$  と  $h_ imes$  という 2 つの独立な偏光モードが存在する。z 方向に重力波が入射した場合、 $\epsilon^i$  だけ離れた 2 質点間の距離は

$$\begin{pmatrix}
\delta \epsilon^{x} \\
\delta \epsilon^{y}
\end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_{+} & h_{\times} \\
h_{\times} & -h_{+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^{x} \\
\epsilon^{y} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} 
= \frac{1}{2} h_{+} \begin{pmatrix} \epsilon^{x} \\
\epsilon^{y} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} + \frac{1}{2} h_{\times} \begin{pmatrix} \epsilon^{x} \\
\epsilon^{y} \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)}$$
(1.29)

だけ変化する。この第一項と第二項はそれぞれ重力波の + mode(プラスモード) と  $\times mode(クロスモード)$  の偏波を表している。

これらの質点の動きを図示すると、図 (1.1) のようになっている。

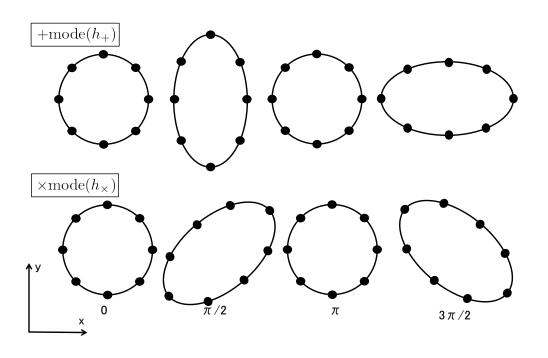


図 1.1 重力波の偏波

# 1.3 重力波の発生と波源

# 1.3.1 重力波の発生

重力波の発生を考えるには、線形化されたアインシュタインの重力場の方程式 (1.16) の解を求める。 重力波を発生する運動物体の重心を原点、観測点 x と x までの距離 x とする。重力波振幅は、

$$\bar{h}_{i,j}(t,\mathbf{r}) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(t - \frac{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}{c}, \mathbf{r})}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3\mathbf{r}'$$
(1.30)

遠方の十分小さい重力波源から重力波が発生する場合、四重極モーメント  $I_{ij}$ 

$$I_{ij}(t) = \int \rho(\mathbf{x}', t) \left( x_i' x_j' - \frac{1}{3} \delta_{ij} x_i' x_j' \right) d^3 x$$

$$(1.31)$$

を用いて、重力波の強度は

$$h_{ij} = -\frac{2G}{c^4} \frac{1}{R} \frac{d^2}{dt^2} I_{ij}(t') \tag{1.32}$$

と書ける。ここで t'=t-r/c、 $r=|\mathbf{r}|$  である。

また、重力波源によるエネルギー放出率は

$$P = \frac{G}{5c^5} \sum_{i,j} \left(\frac{d^3}{dt^3} I_{ij}\right)^2 \tag{1.33}$$

となる。

# 1.3.2 重力波源

重力波の大きさは非常に小さく、実験的に検出可能な重力波を発生させる事はほぼ不可能と言える。 従って、連星中性子星の合体や超新星爆発等の大規模な天体現象を観測する必要がある。以下に主な重力

#### 波源を示した。

#### コンパクト連星の合体

中性子星やブラックホールなどの連星系は、質量 4 重極モーメントが時間と共に変化するため、重力波が発生する。これらの連星は、その公転周期に応じた周波数の重力波を放出しており、重力波を放出することによって、徐々にエネルギーを失う。結果徐々に軌道半径が短くなり、最終的には合体する。この合体直前から合体までの数分間に、非常に大きな重力波を放出する。合体直前までの連星の運動は、Post Newtonian 近似で計算できるため、予想値と検出器出力を比較することにより、ノイズに埋もれた中から信号を取り出しやすい。

### 超新星爆発

初期質量が  $10 {\rm M}_\odot$  以上の恒星は、重力崩壊型超新星爆発を非対称に起こした場合、バースト的に重力波を放出する。超新星爆発は 1 つの銀河で 100 年に 1 回程度起こると推定されており、半径  $18 {\rm Mpc}$  以内のすべての銀河を考えると、1 年に 1 回程度の頻度で観測が予測される。これはコンパクト連星の合体に比べて頻度が高く、有力な重力波源のひとつとして数えられている。

#### パルサー

パルサーとは高速で回転する中性子星である。パルサーの運動は自転軸に対してほぼ対象であると考えられるが、非対称性を持たせると、無視できないほどの大きさの重力波を放出する。パルサー由来の重力波はほぼ一定周期の重力波を出す上に、その周波数が光学的な測定により精密に知られているため、検出器の周波数レンジを絞ることが出来るという特徴がある。

### 超大質量ブラックホール

銀河中心に存在すると思われる超大質量ブラックホール (SMBH) の準固有振動は、1mHz - 0.1Hz 程度の重力波源として期待されている。また、銀河の合体によって超大質量ブラックホールが連星を作り、合体する可能性もある。このようなイベントから放出される重力波は非常に大きいため、宇宙のどこで起こっても地球周辺での観測が可能である。

### 連星からの重力波

コンパクト連星以外の連星からも重力波は放出されている。しかし振幅が小さく、数も多いため、一つ一つを同定することは困難であり、観測の際には多数の波源が積分された stochastic な重力波として扱われる。その為、連星からの重力波は検出器の雑音となる可能性がある。

#### 宇宙背景重力波

インフレーション起源の背景重力波にはインフレーション直後の情報が含まれており、宇宙初期の状態を知る大きな手がかりとなる。宇宙背景重力波エネルギーの重力波の振幅は周波数に反比例していることがわかる。従って宇宙背景重力波は低周波域での観測が有利となる。

# 1.4 重力波検出器

# 1.4.1 干渉計による重力波検出の原理

マイケルソン干渉計の原理について述べる。

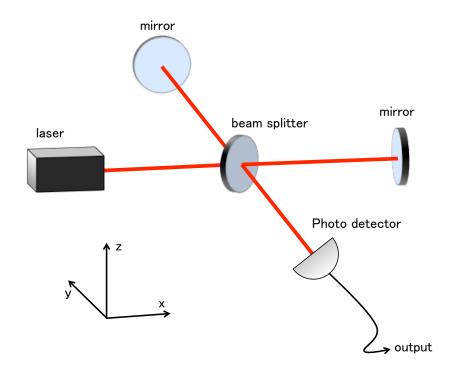


図 1.2 レーザー干渉計の原理

重力波検出器は図のような Michelson 干渉計を用いる。レーザー光源から出た光は、ビームスプリッターによって直交しx方向とy方向にそれぞれ分かれる。その後それぞれ鏡によって反射され、再びビームスプリッターで再結合して干渉する。重力波が入射すると、ビームスプリッターから鏡までの固有距離がx方向とy方向で逆相に変化し、鏡からの反射光に位相差が生じ干渉縞が変化する。レーザー干渉計重力波検出器はこの干渉縞から重力波信号を検出する。

レーザー光源から出た光の電場 $E_{in}$ を

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t} \tag{1.34}$$

とする。分けられた 2 つの光はそれぞれ  $\phi_x$ 、 $\phi_y$  の位相変化し、再結合する。このとき、photo detector での電場  $E_{out}$  は

$$E_{out} = \frac{1}{2} E_0 \left\{ e^{i(\Omega t - \phi_x)} - e^{i(\Omega t - \phi_y)} \right\}$$

$$\tag{1.35}$$

となる。よって photo detector での強度  $P_{out}$  は

$$P_{out} = |E_{out}|^{2}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{2} |E_{0}|^{2} \left\{ e^{i(\Omega t - \phi_{x})} - e^{i(\Omega t - \phi_{y})} \right\} \left\{ e^{-i(\Omega t - \phi_{x})} - e^{-i(\Omega t - \phi_{y})} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} |E_{0}|^{2} \left\{ 1 - \frac{e^{i(\phi_{x} - \phi_{y})} + e^{-i(\phi_{x} - \phi_{y})}}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} P_{in} \left\{ 1 - \cos(\phi_{x} - \phi_{y}) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} P_{in} \left\{ 1 - \cos(\phi_{-}) \right\}$$
(1.36)

となる。ただし

$$\phi_{-} = \phi_x - \phi_y \tag{1.37}$$

とした。

実際の干渉計では、鏡の反射率の違いなどから、明縞と暗縞それぞれの強度を  $P_{max}$ 、および  $P_{min}$  として

$$P_{out} = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} - \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \cos \phi_{-}$$
 (1.38)

となる。また、コントラストCは、

$$C \equiv \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}} \tag{1.39}$$

と表せ、干渉縞の明瞭度を表す指標となる。

### 1.4.2 重力波の検出

Michelson 干渉計に z 軸方向に進む + の偏光を持った重力波が入射する場合を考える。beam splitter から鏡までの距離をそれぞれ  $\xi^x$ 、 $\xi^y$  とする。x 軸方向を往復する光子の世界線にそった線素は、

$$ds^{2} = -c^{2}dt^{2} + \left\{1 + \bar{h}(t)\right\}dx^{2} = 0 \tag{1.40}$$

を満たす。よって

$$c^{2}dt^{2} = \left\{1 + \bar{h}(t)\right\} dx^{2}$$

$$\left\{1 + \bar{h}(t)\right\}^{-\frac{1}{2} \cdot 2} c^{2}dt^{2} = dx^{2}$$
(1.41)

この式は、 $ar{h}(t) \ll 1$  より  $rac{dx}{dy} > 0$  のとき、

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\bar{h}(t)\right\}cdt = dx\tag{1.42}$$

 $dx = 2\xi^x$  なので

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\bar{h}(t)\right\}dt = \frac{2\xi^x}{c} \tag{1.43}$$

となる。

光子が beam splitter と鏡の間を往復するのに要する時間を  $\Delta t_x$  として両辺を積分する。

$$\int_{t-\Delta t_x}^{t} \left\{ 1 - \frac{1}{2}\bar{h}(t') \right\} dt' = \frac{2\xi^x}{c}$$
 (1.44)

$$\Delta t_x = \frac{2\xi^x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_x}^t \bar{h}(t')dt'$$
 (1.45)

よって

$$\Delta t_x \simeq \frac{2\xi^x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2\xi^x}{c}}^t \bar{h}(t')dt'$$
 (1.46)

となる。よってレーザー光の角周波数を  $\Omega$  とすると、光が Michelson 干渉計の x 軸上を往復する時の位相変化は

$$\phi_x = \Omega \Delta t_x$$

$$= \frac{2\xi^x \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2\xi^x}{c}}^t \bar{h}(t')dt'$$
(1.47)

で表される。

同様にして、光が y 軸上を往復する時の位相変化は

$$\phi_y = \Omega \Delta t_y$$

$$= \frac{2\xi^y \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2\xi^y}{c}}^t \bar{h}(t')dt'$$
(1.48)

となる。

よって基線長  $l \simeq \xi^x \simeq \xi^y$ 、 $l_- = \xi^x - \xi^y$  とすると位相差は

$$\phi_{-} = \phi_{x} - \phi_{y}$$

$$= \frac{2\Omega}{c} (\xi_{x} - \xi_{y}) + \Omega \int_{t - \frac{2l}{c}}^{t} \bar{h}(t')dt'$$

$$= \frac{2l - \Omega}{c} + \delta \phi_{GR}$$
(1.49)

となる。ただし

$$\delta\phi_{GR} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{\sigma}}^{t} \bar{h}(t')dt' \tag{1.50}$$

とした。式 (1.50) において、第一項は beam splitter から 2 つの鏡までの距離の違いによる静的な位相差を表し、第二項の  $\delta\phi_{GR}$  が重力波の影響による位相変化を表している。

#### 周波数応答と基線長

次に、Micheleson 干渉計の周波数応答を考える。 $ar{h}$  を Fourier 分解して

$$\bar{h}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{1.51}$$

とすると、式 (1.50) の  $\delta\phi_{GR}$  は、

$$\delta\phi_{GR} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^{t} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t'} d\omega dt'$$

$$= \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) \frac{1}{i\omega} (e^{i\omega t} - e^{i\omega(t-\frac{2l}{c})}) d\omega$$

$$= \frac{2\Omega}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} \cdot \frac{(e^{\frac{il\omega}{c}} - e^{\frac{-il\omega}{c}})}{2i} \cdot e^{-i\frac{l\omega}{c}} d\omega$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-i\frac{l\omega}{c}} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H_{MI}(\omega) \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$
(1.52)

となる。ただし  $H_{MI}(\omega)$  が

$$H_{MI}(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-i\frac{l\omega}{c}} \tag{1.53}$$

とした。これが角周波数  $\omega$  の重力波に対する  $\mathrm{Michelson}$  干渉計の周波数応答関数である。式 (1.53) より、重力波の周波数が決まっている時、 $H_{MI}(\omega)$  を基線長 1 の関数として考えると

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \tag{1.54}$$

のとき  $|H_{MI}(\omega)|$  は最大になり、Michelson 干渉計の重力波に対する感度はよくなり、それ以上基線長を長くしても感度は向上しない。これは光が往復する間に重力波の影響が相殺されて、感度が低下する為である。周波数 100 Hz に対して、式 (1.54) を満たす基線長は 750 [km] と大変長くなる。現実的にはこのような長い基線長を持ったものを地上に建設する事は難しいため、光路長を稼ぐ方法として多重干渉を利用した Fabry-Perot 方式等を用いる。

# 1.4.3 Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 方式は、Michelson 干渉計の 2 つの腕をそれぞれ Fabry-Perot 共振器に置き換えたものである。光は Fabry-Perot 共振器が構成する 2 枚の鏡の間を何度も往復し多重干渉する。

# 透過光と反射光

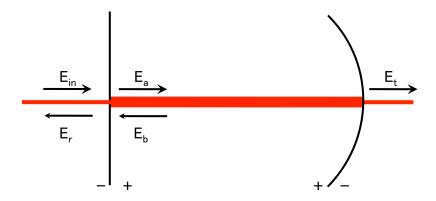


図 1.3 Fabry-Perot 共振器における電場

ここで図の様な Fabry-Perot 共振器を考える。共振器長を L、光源に近い方の鏡の反射率を  $r_F$ 、透過率を  $t_F$  とする。また、光源から離れた方の鏡についても反射率を  $r_E$ 、透過率を  $t_E$  とする。

この時、光源からの光の電場を式(1.34)と同様に

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t}$$

として、Fabry-Perot 共振器からの反射電場  $E_r$ 、透過電場  $E_t$  を考える。

$$E_a = t_F E_{in} + r_F E_b$$

$$E_b = r_E e^{-2i\frac{L\Omega}{c}} E_a$$

$$E_r = t_F E_b - r_F E_{in}$$

$$E_t = t_E e^{-i\frac{L\Omega}{c}} E_a$$

なお、 $E_a$ 、 $E_b$  は共振器内での front mirror 付近での電場を表すものとする。

上の4つの式からなる連立方程式を解くと次式が得られる。

$$E_a = \frac{t_F}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{in}$$

$$E_b = \frac{t_F r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{in}$$

$$E_r = \left(-r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}}\right) E_{in}$$

$$E_t = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{in}$$

ここで Φ は光が共振器内を往復するときの位相変化

$$\Phi = \frac{2L\Omega}{c}$$

である。

 $E_r$ 、 $E_t$  より Fabry-Perot 共振器の反射率  $r_{cav}(\Phi)$  と透過率  $t_{cav}(\Phi)$  が定義できる。

$$r_{cav}(\Phi) \equiv \frac{E_r}{E_{in}} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}}$$
 (1.55)

$$t_{cav}(\Phi) \equiv \frac{E_t}{E_{in}} = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}}$$
 (1.56)

また、式 (1.55) より反射光強度  $P_r$  は、

$$P_{r} = |E_{r}|^{2}$$

$$= \frac{\left\{ (t_{F}^{2} + r_{F}^{2})r_{E} - r_{F} \right\}^{2} + 4r_{F}r_{E}(t_{F}^{2} + r_{F}^{2})\sin^{2}(\frac{\Phi}{2})}{(1 - r_{F}r_{E})^{2} \left\{ 1 + (\frac{2}{\pi})^{2}F^{2}\sin^{2}(\frac{\Phi}{2}) \right\}} |E_{in}|^{2}$$

$$(1.57)$$

また、透過強度 $P_t$ は、

$$P_{t} = |E_{t}|^{2}$$

$$= \frac{(t_{F}t_{E})^{2}}{(1 - r_{F}r_{E})^{2}} \frac{1}{1 + (\frac{2}{\pi})^{2} F^{2} \sin^{2}(\frac{\Phi}{2})} |E_{in}|^{2}$$
(1.58)

となる。ここでFはフィネスと呼ばれ、

$$F = \frac{\pi\sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E} \tag{1.59}$$

と定義される。

透過光強度が最大になるとき、共振器内部の光の強度も最大になり、入射レーザー光と Fabry-Perot 共振器が共振しているという。共振条件は

$$\Phi = 2\pi n(n:\mathbf{a}) \tag{1.60}$$

となる。

#### 共振条件

Fabry-Perot 共振器の反射率  $r_{cav}(\Phi)$  の微分は (1.55) 式より、

$$r'_{cav}(\Phi) = \frac{\partial}{\partial \Phi} \left( \frac{E_r}{E_{in}} \right)$$
 (1.61)

$$= \frac{-it_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}}$$
 (1.62)

となる。

入射光が Fabry-Perot 共振器で共振する為の条件は  $\Phi=2\pi n({f n}:{f e})$  なので、反射率  $r_{reso}$  とその 微係数  $r'_{reso}$  は、

$$r_{reso} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E}{1 - r_F r_E} \tag{1.63}$$

$$r'_{reso} = \frac{-it_F^2 r_E}{1 - r_F r_E} \tag{1.64}$$

となる。

また、反共振となる条件は  $\Phi=rac{2L\Omega}{c}=(2n+1)\pi$  なので、反射率  $r_{anti}$  とその微係数  $r'_{anti}$  は、

$$r_{anti} = -r_F - \frac{t_F^2 r_E}{1 + r_F r_E} \tag{1.65}$$

$$r'_{anti} = \frac{it_F^2 r_E}{1 + r_E r_E} \tag{1.66}$$

となる。

実際に干渉計で用いられる鏡は高反射率  $r_F \simeq r_E \simeq 1$ 、低透過率  $t_F \simeq 0$  であるので、

$$r_{anti} \simeq -1$$
  
 $r'_{anti} \simeq 0$ 

となり、反共振の光はほとんどフロントミラーで反射され、Fabry-Perot 共振器長の変化などによる位相変化の影響をほとんど受けない。

#### フリースペクトラルレンジとフィネス

式 (1.58) より  $\Phi$  を横軸、透過光強度を縦軸としてグラフを書くと図 1.4 の様になる。この共振の鋭さを表す値をフィネス F と呼ぶ。フィネスは共振周波数の間隔と共振の半値全幅の比で決まる。

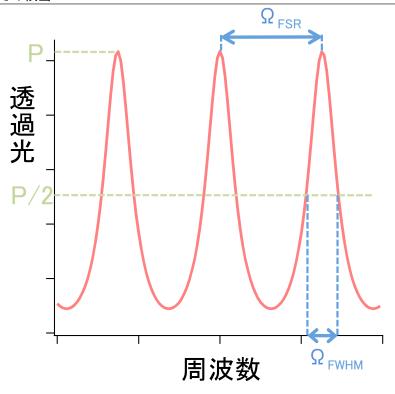


図 1.4 Fabry-Perot 共振器の透過光強度

 $\Phi=rac{2L\Omega}{c}$  において共振器長 L を固定して考えると透過光強度は  $\Omega$  の周期関数となっている。この基本周期をフリースペクトラルレンジ (Free Spectral Range; FSR) と呼ぶ。よって共振周波数の間隔  $(
u_{FSR}=rac{\Omega_{FSR}}{2\pi})$  は、

$$\frac{2L\Omega_{FSR}}{c} = 2\pi \tag{1.67}$$

より、

$$\nu_{FSR} = \frac{\Omega_{FSR}}{2\pi} = \frac{c}{2L} \tag{1.68}$$

となる。

また、共振の半値全幅  $(
u_{FWHM})$  は、

$$\frac{1}{1 + 4r_F r_E/(1 - r_F r_E)^2 \sin^2 \frac{\pi L \nu_{FWHM}}{c}} = \frac{1}{2}$$
 (1.69)

を満たし、 $\nu_{FWHM} \ll \nu_{FSR}$  ならば、

$$\nu_{FWHM} = \frac{c}{\pi \sqrt{4r_F r_E/(1 - r_F r_E)^2} L}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}} \frac{c}{L}$$
(1.70)

となる。

よってフィネス F は、

$$F = \frac{\nu_{FSR}}{\nu_{FWHM}}$$

$$= \frac{\pi \sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E}$$
(1.71)

となり、鏡の反射率のみで決定される値となる。

#### 重力波に対する応答

次に Fabry-Perot 共振器の重力波に対する応答を考える。重力波が入射している時、光が共振器内を往復するのに要する時間は (1.46) 式より

$$\Delta t \simeq \frac{2Ln}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}}^{t} \bar{h}(t') dt'$$

となる。よって、光が共振器内を n 回往復するのにかかる時間  $\Delta t_n$  は  $\mathbf x$  軸方向の  $\mathrm{Fabry-Perot}$  共振器に + の偏光の重力波が入射する時、

$$\Delta t \simeq \frac{2L}{c} n + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}}^{t} \bar{h}(t') dt'$$

$$\tag{1.72}$$

となる。

ここで式 (1.4.2) に与えられている Fourier 変換

$$\bar{h}(t') = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

を行うと、

$$\Delta t \simeq \frac{2L}{c} n + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) \frac{1 - e^{2i\frac{L\omega}{c}n}}{i\omega} e^{i\omega t} d\omega \tag{1.73}$$

とできる。

この時の入射光  $E_{in}=E_0e^{i\Omega t}$  に対して、Fabry-Perot 共振器からの反射光  $E_r$  は、

$$E_r = E_0 e^{i\Omega t} \left\{ -r_F + t_F^2 r_E \sum_{n=1}^{\infty} (r_F r_E)^{n-1} e^{-i\Omega \Delta t_n} \right\}$$
 (1.74)

と表せるので、h の 1 次の項までとると

$$\frac{E_r}{E_{in}} = r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} - \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega}{2\omega} \bar{h}(\omega) \frac{1 - e^{-2i\gamma}}{1 - r_E r_F e^{-i\Phi} e^{-2i\gamma}} e^{i\omega r} d\omega \tag{1.75}$$

となる。ここで、入射レーザー光と Fabry-Perot 共振器が共振している時  $(\Phi=2\pi n)$  を考えると

$$\frac{E_r}{E_{in}} = \frac{-r_F + (r_F^2 + t_F^2)r_E}{1 - r_F r_E} \left\{ 1 - i \int_{-\infty}^{\infty} H_{FP}(\omega) \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\}$$
(1.76)

とできる。ここで  $H_{FP}(\omega)$  は、重力波に対する Fabry-Perot 共振器の周波数応答関数で、

$$H_{FP}(\omega) = \frac{\alpha \Omega}{\omega} \frac{\sin \gamma}{1 - r_F r_E e^{-2i\gamma}} e^{-i\gamma}$$
(1.77)

ここで $\alpha$ 、 $\gamma$ は

$$\alpha = \frac{t_F^2 r_E}{-r_F + (r_F^2 + t_F^2) r_E} \tag{1.78}$$

$$\gamma = \frac{L\omega}{c} \tag{1.79}$$

とした。

Michelson 干渉計と Fabry-Perot Michelson 干渉計の比較

これまで Michelson 干渉計と Fabry-Perot Michelson 干渉計の重力波に対する周波数応答をそれぞれ 求めた。Michelson 干渉計は式 (1.53) より、

$$|H_{MI}(\omega)| = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) \tag{1.80}$$

観測すべき周波数を固定して考えると、 $H_{MI}$  を基線長 l の関数として考えると  $l\omega/c=\pi/2$  で絶対値が最大になり、これ以上基線長を長くしても感度の向上はない。これは光が腕を往復する間に重力波の影響が積分されて感度が落ちる為である。また、l を固定して  $H_{MI}$  を関数としたグラフを書くと図 1.5 のようになる。グラフから低い周波数に対しては平坦な応答を示すが高い周波数では感度が落ちはじめる。

Fabry-Perot Michelson 干渉計は式 (1.79) より

$$|H_{FP}(\omega)| = \frac{2\Omega}{\omega} \frac{1 + r_F}{|1 - r_F e^{-2i\frac{L\omega}{c}}|} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right)$$
(1.81)

ここで  $H_{FP}$  を L の関数として考えると、 $L\omega/c=\pi/2$  の時最大となる。また、L を固定して周波数の関数として表示すると図 (1.5) のようになる。

l=L、 $T=t^2$  として式 (1.80) と式 (1.81) を比べると、

$$\frac{|H_{FP}(\omega)|}{|H_{MI}(\omega)|} = \frac{4}{t_F} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\omega L}{Tc}}}$$

$$\tag{1.82}$$

となり、Fabry-Perot Michelson 干渉計では  $\frac{4}{t_F} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4\omega L}{T_F}}}$  倍得していることがわかる。

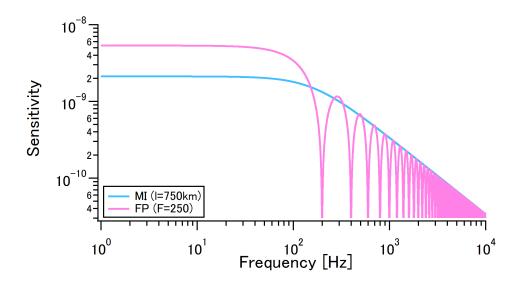


図 1.5 レーザー干渉計重力波検出器の周波数応答関数。 $H_{MI}$  は基線長  $750{
m km}$  の時、 $H_{FP}$  は基線長  $3{
m km}$  でフィネス 250 の時

# 1.5 世界の重力波検出器

### 1.5.1 これまでの検出器

過去に動いていた検出器について述べる。

#### **TAMA**

日本の大型レーザー干渉計型重力波検出器。東京三鷹市の国立天文台敷地内に設置されている。基線長300m。1999年に大型干渉計として世界で初めて長期安定観測に成功した。

#### **CLIO**

日本の大型低温レーザー干渉計型重力波観測装置 (Cryogenic Laser Interferometer Observatory)。岐阜県神岡鉱山の地下 1000m に設置されている。基線長 100m。干渉計の鏡を冷却する事によって熱雑音の低減化を図っている。

#### LIGO

アメリカの大型レーザー干渉計型重力波検出器 (the Laser Interferometer Gravitational wave Observatory)。Washington 州 Hanford に基線長 4km と 2km、Louisiana 州 Livingston に基線長 4km と 3 台の干渉計を同時に稼働させ、相関をとり感度を高めている。

#### **VIRGO**

フランスとイタリアの共同研究による大型レーザー干渉計型重力波検出装置。イタリアの Pisa 近辺に 設置されている。基線長 3km。大型低周波防振装置の開発により、低周波感度が優れている。

#### **GEO**

イギリスとドイツの共同研究による大型レーザー干渉計型重力波観測装置。ドイツの Hannover に設置されている。基線長 600m。FPMI 方式だけでなく dual-recycling 方式と採用している。さらに、delay-line 方式を採用し、腕の長さを 2 倍にしている。

### 1.5.2 現在建設中または稼働中の検出器

現在新たに建設中、又は稼働中の検出器について紹介する。

#### **KAGRA**

日本の大型レーザー干渉計型重力波検出装置。岐阜県神岡鉱山の地下 1000m に建設中。基線長 3km。 最大の特徴は干渉計の鏡を 20K まで冷却することであり、鏡の熱雑音を抑え高感度の実現を目指す。

#### Advanced LIGO

LIGO のアップグレード版。

#### Advanced VIRGO

VIRGO のアップグレード版。

#### **GEO-HF**

GEO のアップグレード版。

## 1.5.3 KAGRA の構成図と名前

ここで KAGRA の主要な部品の名前について説明する。KAGRA は Fabry-Perot Michelson 干渉計を基本にしている。

- Laser…レーザー光の出力は82Wで、EOMによって変調がかかっている。
- ITM...Input Test Mass の略。
- ETM...End Test Mass の略。ITM と Fabry-Perot 共振器になっている。
- PRM...Power Recycling Mirror の略。ETM の Fabry-Perot 共振器になっており、ここで実効的なレーザーパワーをあげている。詳しくは2章参照。
- SRM…Signal Recycling Mirror の略。ITM と Fabry-Perot 共振器になっており、重力波信号の 増幅をする。詳しくは2章参照。
- AS...Anti Symmetric(ダークポート) の光検出器。
- POP...(Pick Off from Power recycling mirror)Power recycling 共振器内の光を取り出してみる 光検出器。
- REFL...反射光 (Reflection) ポートの光検出器。

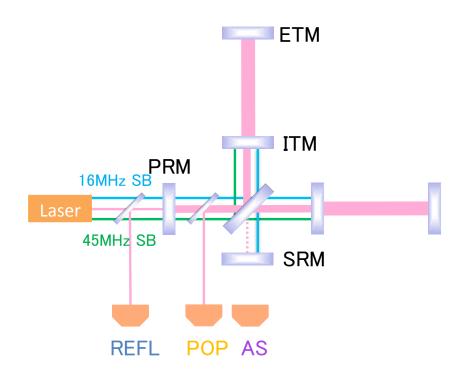


図 1.6 KAGRA の概念図

### 1.5.4 将来計画

これから建設を予定している検出器について述べる。

# 宇宙重力波検出器

地上の干渉計型重力波検出器では、干渉計の基線長の制限と地面振動の影響により低周波帯域での感度 を向上には限界がある。そこで空間的な制約が少なく、ほぼ真空であり、重力場変動が少ない宇宙での重 力波検出器の建設計画がある。

### ΕT

ヨーロッパ全体で建設予定の重力波検出器 (Einstein Telescope)。正三角形に配置し、各辺を干渉計の腕とする。基線長 10km。KAGRA と同様に地下に設置をし、低温と常温の干渉計を組み合わせ広い帯域で高感度化を目指す。

# 第2章

# 干渉計の感度向上

レーザー干渉計は重力波という非常に微小な信号を検出する装置なので、様々な雑音がその感度を制限する。主な雑音源としては鏡の熱雑音、地面振動、サスペンション熱雑音、散射雑音 (ショットノイズ) 等がある。鏡の熱雑音は鏡自身の弾性体の熱振動による雑音である。熱雑音を減らす為の方法として、KAGRA では鏡を 20K まで冷やす方法や Q 値を上げる方法がある。地面振動とは地面の微小な振動の事である。特に低周波ではこの振動が鏡を揺らし雑音となるが、鏡を振り子で吊る事で防振している。これらの雑音の中で最も感度を制限しているのが量子雑音である。この章では量子雑音について、及びその改善方法について述べる。

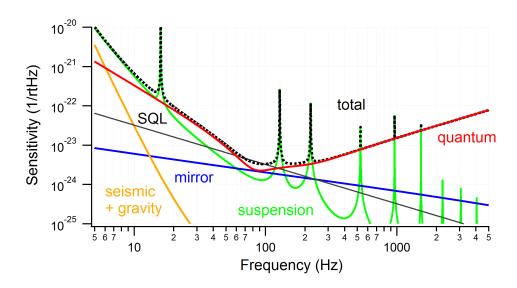


図 2.1 ノイズスペクトル

ここでスペクトル密度について考える。レーザーの強度 P に対して、計測時間  $au(=rac{1}{2\Delta f})$  でその揺らぎを考えると、

$$(\Delta N)^2 \simeq \langle N \rangle \tag{2.1}$$

より、光の周波数を  $\Omega$ 、プランク定数を  $\hbar$  とすると  $P=N\hbar\Omega$  なので

$$\langle \delta P^2 \rangle \simeq \frac{(\hbar \Omega \delta N)^2}{\tau} = 2P\hbar \Omega \Delta f \left[ W^2 \right]$$
 (2.2)

よってパワースペクトル $S_{\delta P}$ で表すと

$$S_{\delta P} \simeq \frac{(\hbar \Omega \delta N)^2}{\tau} = 2P\hbar \Omega \left[ W^2 / \text{Hz} \right]$$
 (2.3)

となり、ルートをとると

$$\sqrt{S_{\delta P}} \simeq \sqrt{2P\hbar\Omega} \left[ W/\sqrt{Hz} \right]$$
 (2.4)

となる。

# 2.1 ショットノイズ (散射雑音)

Michelson 干渉計による鏡の変位を考える。鏡は完全反射、beam splitter は 50 %分割とし、共に吸収・散乱といった損失は無視する。また、鏡の有効質量を m とする。

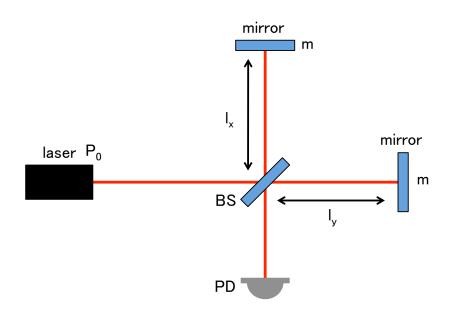


図 2.2 Michelson 干渉計

干渉計にパワー  $P_0$  の光を入射させる。光は腕を往復し、その腕の長さの差に比例した位相差  $(\Delta\phi)$  を持って再結合する。 2 本の腕の長さの差  $l_-=l_x-l_y$  に対して

$$\Delta \phi = -\frac{4\pi l_{-}}{\lambda} \tag{2.5}$$

が成り立つ。単位時間あたりに出力される光子数 N は

$$N = \left| \frac{1}{2} \left( E_{in} e^{i\phi/2} - E_{in} e^{-i\phi/2} \right) \right|^2$$

$$= \frac{P_0}{2\hbar\Omega} (1 - \cos \Delta\phi)$$
(2.6)

となる。信号の最大値は、

$$\frac{\delta N}{\delta \phi} = \frac{P_0}{2\hbar\Omega} \sin\phi \tag{2.7}$$

より、

$$N = \frac{P_0}{2\hbar\Omega} \tag{2.8}$$

である。ここで  $\delta N$  は単位時間あたりに出力される光子数の揺らぎなので、観測時間 au の間に出力される光子数の揺らぎは

$$\Delta N = \delta N \tau \tag{2.9}$$

となる。この観測時間内に出力される光子数の揺らぎは統計力学的に

$$\langle \Delta N^2 \rangle \simeq N\tau = \frac{P_0 \tau}{2\hbar\Omega}$$
 (2.10)

となる。変位に換算すると

$$\Delta l_{shot} = \delta l_{shot} \tau \simeq \frac{\lambda}{4\pi} \delta \phi \tau \tag{2.11}$$

$$=\frac{2\hbar\Omega}{P_0}\frac{\lambda}{4\pi}\delta N\tau\tag{2.12}$$

となる。よって

$$\langle \Delta l_{shot}^2 \rangle = \left(\frac{\hbar \Omega \lambda}{2\pi P_0}\right)^2 \langle \Delta N^2 \rangle$$
 (2.13)

$$=\frac{\hbar\Omega}{P_0}\frac{\lambda^2}{8\pi^2}\tau\tag{2.14}$$

という感度限界が与えられる。これは光子の統計的性質から直接導かれた感度限界である。光検出時の位相雑音として考える事が出来るこの  $\delta l_{shot}$  をショットノイズ (散射雑音) と呼ぶ。

ショットノイズは白色雑音である。よってパワースペクトルは

$$S_{shot}(\omega) = \langle \Delta x^2 \rangle \frac{1}{\tau} = \frac{hc\lambda}{8\pi^2 P_0} \left[ \text{m}^2/\text{Hz} \right]$$
 (2.15)

となる。この式によると、入射光強度  $P_0$  を上げる事により、それに反比例してショットノイズを低減させる事が出来る。

# 2.2 輻射圧雑音と SQL

#### 2.2.1 輻射圧雑音

輻射圧雑音は光子数の量子的な揺らぎが、腕内のパワー揺らぎを生み出し、鏡を輻射圧で揺らす事によってもたらされる雑音である。パワー P のレーザーの揺らぎ  $\delta P$  は  $\sqrt{P}$  である。鏡に光が当たった時の運動量変化は P/c であり、Michelson 干渉計の片腕には  $P_0/2$  の光が入射されるため、x 軸方向の mirror の運動方程式は

$$m\ddot{l}_x = 2 \times \frac{P_0 + \delta P_x}{2c} \tag{2.16}$$

となる。また、y軸方向も同様に考えると

$$m\ddot{l}_y = 2 \times \frac{P_0 + \delta P_y}{2c} \tag{2.17}$$

となる。揺らぎの周波数成分を考えると、

$$\langle (m\ddot{l}_{-})^{2} \rangle = \langle (m\ddot{l}_{x} + m\ddot{l}_{y})^{2} \rangle$$

$$= \frac{4}{c^{2}} \times (\frac{\langle \delta P_{x}^{2} \rangle}{4} + \frac{\langle \delta P_{y}^{2} \rangle}{4})$$
(2.18)

式 (2.4) より輻射圧雑音のパワースペクトル  $S_{rad}$  は

$$S_{rad}(\omega) \simeq \frac{4\hbar\Omega P_0}{m^2\omega^4c^2} \left[ \text{m}^2/\text{Hz} \right]$$
 (2.19)

と表す事ができ、輻射圧雑音のスペクトルは入射光強度に比例して大きくなることがわかる。

# 2.2.2 標準量子限界 (SQL)

この入射光の持つ量子性から導かれる雑音のショットノイズは受光時の位相雑音、輻射圧雑音は光子数の揺らぎによって鏡の位置がふらつく雑音であると考える事が出来る。あるレーザーパワーの時のショットノイズと輻射圧雑音を足した量子雑音スペクトルは以下の様になる。

$$S_{total} = S_{shot} + S_{rad} (2.20)$$

ここまでの議論より、検出ショットノイズは入射光強度に反比例し、輻射圧雑音は比例する事がわかった。よってこれら 2 つの雑音の和はある光強度で最小値を与え、その軌跡はスペクトル上で  $f^{-1}$  をの直線描く。これが光の量子性の与える感度限界であり、標準量子限界 (Standard Quantum Limit) と呼び、 $S_{SQL}$  と表す ( $S_{total} \geq S_{SQL}$ )。この時の感度限界は

$$S_{SQL}(\omega) = \frac{2\sqrt{2}\hbar}{m\omega} \left[ m^2 / \text{Hz} \right]$$
 (2.21)

と書ける。

SQL はレーザー干渉計において測定センサである入射光によってもたらされる雑音を最小化する感度として与えられる。干渉計の原理的な感度限界を定めるものとして考える事ができる。

# 2.3 ショットノイズの改善

# 2.3.1 パワーリサイクリング

動作点ではアンチシンメトリックポートはダークフリンジになっている為ほとんどの光はシンメトリックポートへ戻る。そこでこの光を鏡で反射し再び干渉計へ入射することで干渉計内部のパワーを実効的に上げることができる。これをパワーリサイクリング (Power Recycling) という。

信号強度は光のパワーに比例するのに対し、ショットノイズはパワーの平方根に比例する。そこでパワーリサイクリング (PR) ゲインを上げる事により、干渉計の感度を制限するショットノイズレベルを下げることができる。例えば図 2.3 に示すように、レーザーパワーを 100 倍大きくすることは、パワーリサイクリングゲインを 100 倍あげる  $(G: \mathcal{F} + \mathcal{F})$  ことと同じである。これによってショットノイズのフロアレベルは 10 倍改善される。また、フィネスを 10 倍にあげること  $(F \times 10)$  でもショットノイズのフロアレベルの周波数を改善することが出来るが、キャビティポール以上の周波数では信号が相殺し始めるためショットノイズは高周波では改善しない。

# 2.3.2 Resonant Sideband Extraction(RSE)

Resonant Sideband Extraction(RSE) 干渉計とは、先に述べたパワーリサイクリング付きの Fabry-Perot-Michelson 干渉計の重力波信号を取得するアンチシンメトリックポートに Signal Recycling mirror(SRM) を加えたものであり、SRM とフロントミラーとで構成される共振器のことである。これ

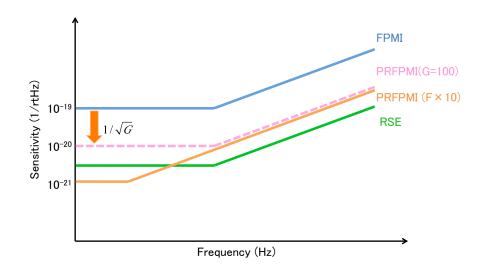


図 2.3 PRM によるショットノイズ比較

を Signal Recycling Cavity(SRC) と呼び、光の共振条件を満たすように設定する。RSE の導入により、ビームスプリッターや ITM における熱問題、すなわち熱レンズや冷却限界の問題を回避することが出来る。

RSE 干渉計においては、腕共振器のフィネスは高く設定されているため、腕共振器内での光のパワーは高く、重力波によって生じる光の位相変調信号もそれに応じて大きくなる。しかし光の腕共振器内での滞在時間が長いため、重力波信号が干渉計のアンチシンメトリックポートに抜けてくる前に重力波の位相が変化し、信号同士が打ち消し合ってしまう。これを防ぐのが SRM である。SRM とフロントミラーによる複合鏡の反射率はフロントミラー単体の反射率よりも低く設定することが可能である。これにより重力波信号にとっての腕共振器のフィネスを実効的に小さくし、重力波信号のキャンセルが起こる前に取り出すことができる。一方で PRC はキャリアにとって反共振になっている為、パワーにとっての腕共振器のフィネスは高く保たれたままである。

# 2.4 SQL を突破する方法

## 2.4.1 detuned RSE

前節で述べた Broadband RSE 干渉計 (Broadband RSE) では、腕から見たときの SRC が共振するようにして、重力波信号にとってのフィネスを下げ、高周波の信号がキャンセルしないようにしている。これを SRM から見ると、ITM の位相が反転していて反共振にみえるので、信号は低い周波数で減り、高い周波数で増幅されるようになっている。Broadband RSE というのは、高周波の信号を増やすシグナルリサイクリングであると言える。一方、Detuned RSE 干渉計では SRM をキャリアの反共振から少しずらすことで低周波でも高周波でもない中間帯域で信号が増える。重力波のソースによっては、このような狭帯域化をする方が良い事もある。

Detuned RSE では、さらに光バネという現象により低周波の一部で信号を増幅し感度を向上させる事ができる。Broadband RSE 干渉計ではアンチシンメトリックポートに漏れてきた重力波による位相信号は SRM で反射され干渉計に再入射するが、位相信号なので、キャリアのパワーを変えることはない。しかし、Detuned RSE 干渉計では SRM で反射された位相信号の一部が、SRC を往復する間に振幅変調に

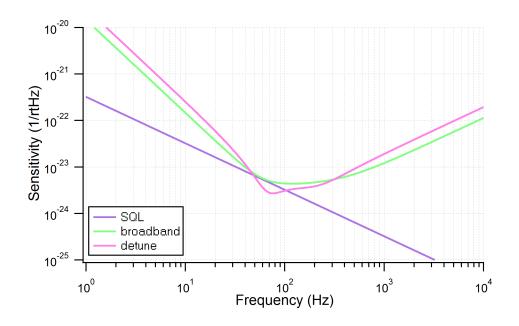


図 2.4 量子雑音スペクトル

変換されるため、キャリアのパワーに変調を与える。キャリアのパワーが変化し、鏡を押す輻射圧が変化すると、キャリアに対する位相信号が生成される。この輻射圧を経由したループが光のバネを形成し、SRC の共振状態だけでなく鏡の質量やレーザーパワーに依存した共振周波数で信号が増幅される。光バネにより、干渉計のダイナミクスが変わっているので、先述の、自由質点を仮定した標準量子限界 (SQL) は超えることができる。図 2.4 では、100Hz で感度が良くなり、SQL を突破している。

# 2.5 スクイージング

# 2.5.1 コヒーレント状態とスクイーズド状態

### コヒーレント状態

理想的なレーザー光のように、古典的な輻射場に最も近い光の量子的な状態をコヒーレント状態という。これは、非可換な 2 つの物理量の揺らぎの積が最小になる状態でもある。コヒーレント状態にある電場は、振幅と位相を用いて表す事ができる。一般にコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  は消滅演算子  $\hat{a}$  の固有状態、

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \tag{2.22}$$

となっている。 $\alpha$  は一般的に複素数である。 $\hat{a}$  は電場の振幅に相当する。このコヒーレント状態が光子数 状態  $|n\rangle$ 

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^{\dagger})^n |0\rangle \tag{2.23}$$

を用いて表す事を示す。

関係式  $\hat{a}^\dagger|n\rangle=\sqrt{n+1}|n+1\rangle$  のエルミート演算子  $\langle n|\hat{a}=\sqrt{n+1}\langle n+1|$  を用いると式 (2.22) は

$$\sqrt{n+1}\langle n+1|\alpha\rangle = \alpha\langle n|\alpha\rangle \tag{2.24}$$

となる。この関係式は漸化式であるので、

$$\langle n|\alpha\rangle = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\langle 0|\alpha\rangle \tag{2.25}$$

となることがわかる。光子状態  $|n\rangle(n=0,1,2...)$  は完全系をなすので、

$$\sum_{n=0}^{\infty} \langle n | n \rangle = 1 \tag{2.26}$$

よってコヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  は光子数状態  $|n\rangle$  で展開できる。

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n|\alpha\rangle = \langle 0|\alpha\rangle \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$
 (2.27)

ここで係数である  $\langle 0|lpha 
angle$  は規格化条件

$$\langle \alpha | \alpha \rangle = |\langle 0 | \alpha \rangle|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = |\langle 0 | \alpha \rangle|^2 e^{|\alpha|^2} = 1$$
 (2.28)

より  $\langle 0|\alpha \rangle=e^{-\frac{1}{2}|\alpha^2|}$  が求まる。式 (2.27) からコヒーレント状態は次式で表される。

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$
 (2.29)

ここで、 $|0\rangle$  は光子の真空状態で  $\hat{a}|0\rangle$  であり、光子状態、コヒーレント状態ともに規格化されている。 コヒーレント状態  $|lpha\rangle$  は光子数 n に対して平均値  $|lpha|^2$  のポアソン (Poisson) 分布

$$|\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2} \tag{2.30}$$

をする事がわかる。これは光子が検出器にランダムに到達することに起因するショットノイズである。また、 $\alpha=0$  のコヒーレント状態  $|0\rangle$  は光子数 n=0 の状態  $|0\rangle$  と一致する。

また、コヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  はユニタリー演算子

$$\hat{D}(\alpha)\hat{D}^{\dagger}(\alpha) = \hat{D}^{\dagger}(\alpha)\hat{D}(\alpha) = 1 \tag{2.31}$$

$$\hat{D}^{\dagger}(\alpha) = \hat{D}^{-1}(\alpha) = \hat{D}(-\alpha) \tag{2.32}$$

を用いて

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle = e^{\alpha \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}}|0\rangle$$
 (2.33)

と表せる。 $\hat{D}(lpha)$  は変位演算子と呼ばれ、Baker-Campbell-Hausdorff の公式より

$$\hat{D}(\alpha)\hat{D}(\beta) = \hat{D}(\alpha + \beta)e^{\frac{1}{2}(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)}$$
(2.34)

が成り立つ。消滅演算子 â を用いて変換すると、

$$\hat{D}(\alpha)\hat{a}\hat{D}^{\dagger}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^{\dagger} - \alpha^*\hat{a}}\hat{a}e^{-(\alpha\hat{a}^{\dagger} - \alpha^*\hat{a})}$$
(2.35)

$$= \hat{a} + [\alpha \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}, \hat{a}] + \frac{1}{2} [\alpha \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}, [\alpha \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}, \hat{a}]] + \dots$$
 (2.36)

$$= \hat{a} - \alpha \tag{2.37}$$

となり、生成演算子も同様にして求めると

$$\hat{D}(\alpha)\hat{a}^{\dagger}\hat{D}^{\dagger}(\alpha) = \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \tag{2.38}$$

式 (2.37) と式 (2.38) から変位演算子  $\hat{D}(\alpha)$  は複素平面において消滅演算子  $\hat{a}$  を  $-\alpha$  だけ平行移動させることが分かる。また、式 (2.33) より、コヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  は真空状態  $|0\rangle$  を  $\alpha$  だけ移動させた状態である。

ここで直交位相成分揺らぎを考える。電場 E(t) のある 1 つのモードに着目して、

$$E(t) = iE_0(\hat{a}e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} - \hat{a}^{\dagger}e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})})$$
(2.39)

$$=2E[\hat{q}\sin(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + \hat{p}\cos(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})]$$
(2.40)

$$\mathbf{E_0} = \mathbf{e_\lambda} \sqrt{\frac{\hbar \omega_\lambda}{2\epsilon_0 V}} \tag{2.41}$$

とする。ここで

$$\hat{q} = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^{\dagger}) \tag{2.42}$$

$$\hat{p} = \frac{i}{2}(\hat{a} - \hat{a}^{\dagger}) \tag{2.43}$$

であるので、交換関係

$$[\hat{q}, \hat{p}] = -\frac{i}{2} \tag{2.44}$$

に従う。Heisenberg の不確定性原理より  $\hat{q}$ 、 $\hat{p}$  の揺らぎ  $\Delta q$  と  $\Delta p$  は

$$\Delta q \cdot \Delta p \ge \frac{1}{4} \tag{2.45}$$

を満たす。式 (2.42) と式 (2.43) の期待値をとると

$$\langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle = \frac{1}{2} (\alpha + \alpha^*)$$
 (2.46)

$$\langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle = \frac{i}{2} (\alpha - \alpha^*)$$
 (2.47)

となり、 $\hat{q}^2$  と  $\hat{p}^2$  の期待値をとると、

$$\langle \alpha | \hat{q}^2 | \alpha \rangle = \frac{1}{4} \langle \alpha | \left\{ \hat{a}^2 + \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a} + (\hat{a}^\dagger)^2 \right\} | \alpha \rangle \tag{2.48}$$

$$= \frac{1}{4}(\alpha + \alpha^*)^2 + \frac{1}{4} \tag{2.49}$$

$$\langle \alpha | \hat{p}^2 | \alpha \rangle = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} (\alpha - \alpha^*)^2 \tag{2.50}$$

となる。従って  $\langle \hat{q} \rangle = \langle \alpha | \hat{q} | \alpha \rangle$ 、 $\langle \hat{p} \rangle = \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$  なので、

$$(\Delta q)^2 \equiv \langle \alpha | \hat{q} - \langle \hat{q} \rangle^2 | \alpha \rangle = \frac{1}{4}$$
 (2.51)

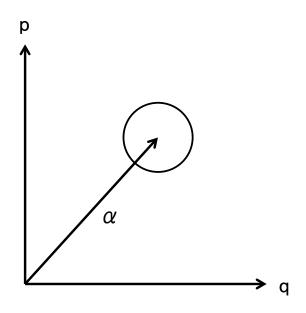
$$(\Delta p)^2 \equiv \langle \alpha | \hat{p} - \langle \hat{p} \rangle^2 | \alpha \rangle = \frac{1}{4}$$
 (2.52)

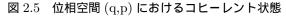
である。この結果から、コヒーレント状態  $|lpha\rangle$  は、 2 つの直交位相成分の揺らぎが等しいことが分かる。 また、式 (2.45) より最小不確定状態であることが分かる。

この状態を直交位相空間 (phaser diagram) を使って表すと、図 (2.5) のようになる。振幅は複素数  $\alpha$  の値によって任意の方向、任意の大きさを取ることができるが、揺らぎは各直交成分に同じ値を持つ。

### スクイーズド状態

定義された2つの直交成分のうち、式 (2.45) 最小不確定性関係を満たしつつ、片方の揺らぎの増大を 犠牲にしてもう片方の揺らぎを抑える直交スクイーズド状態について述べる。





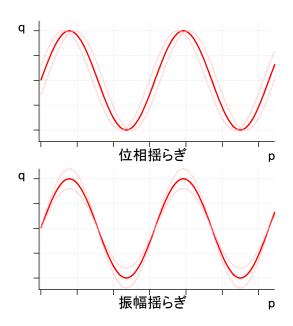


図 2.6 q,p の電場のゆらぎ

次の式で定義されるユニタリー演算子  $\hat{S}(\gamma)$  を導入する。

$$\hat{S}(\gamma) = e^{\frac{1}{2}(\gamma^* \hat{a}^2 - \gamma \hat{a}^{\dagger 2})} \tag{2.53}$$

$$\hat{S}(\gamma)\hat{S}^{\dagger}(\gamma) = \hat{S}^{\dagger}(\gamma)\hat{S}(\gamma) = 1 \tag{2.54}$$

式 (2.54) より生成消滅演算子の交換関係から

$$\begin{bmatrix} \hat{a}, \frac{\gamma^* \hat{a}^2 - \gamma \hat{a}^{\dagger 2}}{2} \end{bmatrix} = -\gamma \hat{a}^{\dagger} 
\begin{bmatrix} \hat{a}^{\dagger}, \frac{\gamma^* \hat{a}^2 - \gamma \hat{a}^{\dagger 2}}{2} \end{bmatrix} = -\gamma^* \hat{a}$$
(2.55)

が成り立つ。消滅演算子  $\hat{a}$  をユニタリー演算子  $\hat{S}(\gamma)$  を用いて変換すると

$$\begin{split} \hat{S}^{\dagger}(\gamma)\hat{a}\hat{S}(\gamma) = & \hat{a} + \left[\hat{a}, \frac{\gamma^*\hat{a}^2 - \gamma\hat{a}^{\dagger 2}}{2}\right] + \frac{1}{2!} \left[\left[\hat{a}, \frac{\gamma^*\hat{a}^2 - \gamma\hat{a}^{\dagger 2}}{2}\right], \frac{\gamma^*\hat{a}^2 - \gamma\hat{a}^{\dagger 2}}{2}\right] \dots \\ = & \hat{a} - \gamma\hat{a}^{\dagger} + \frac{1}{2!}|\gamma|^2\hat{a} - \frac{1}{3!}\gamma|\gamma^2|\hat{a}^{\dagger} + \frac{1}{4!}|\gamma|^4\hat{a} - \dots \\ = & \left(1 + \frac{1}{2!}|\gamma|^2 + \frac{1}{4!}|\gamma|^4 \dots\right)\hat{a} - \frac{\gamma}{|\gamma|} \left(|\gamma| + \frac{1}{3!}|\gamma|^3 + \frac{1}{5!}|\gamma|^5 + \dots\right)\hat{a}^{\dagger} \\ = & \hat{a}\cosh|\gamma| - \hat{a}^{\dagger}\frac{\gamma}{|\gamma|}\sinh|\gamma| \end{split} \tag{2.56}$$

生成演算子  $\hat{a}^{\dagger}$  も同様に計算し、 $\gamma=re^{i\phi}$  とした演算子  $\hat{b}$  を

$$\hat{b} = \hat{S}^{\dagger}(r,\phi)\hat{a}\hat{S}(r,\phi) = \hat{a}\cosh r - \hat{a}^{\dagger}e^{i\phi}\sinh r \tag{2.57}$$

$$\hat{b}^{\dagger} = \hat{S}^{\dagger}(r,\phi)\hat{a}^{\dagger}\hat{S}(r,\phi) = \hat{a}^{\dagger}\cosh r - \hat{a}^{\dagger}e^{-i\phi}\sinh r \qquad (2.58)$$

$$\left[\hat{b}, \hat{b}^{\dagger}\right] = 1 \tag{2.59}$$

と定義する。ここでrはスクイージングパラメーターと呼ばれる。

スクイーズド状態  $|\alpha\rangle$  における  $\hat{a}$  の期待値は、

$$\langle r, \phi; \alpha | \hat{a} | \alpha; r, \phi \rangle = \langle \alpha | \hat{S}^{\dagger}(r, \phi) \hat{a} \hat{S}(r, \phi) | \alpha \rangle$$
 (2.60)

$$\langle \alpha | \hat{b} | \alpha \rangle = \alpha \cosh r - \alpha^* e^{i\phi} \sinh r$$
 (2.61)

となるので、コヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  における  $\hat{b}$  の期待値に等しい。つまり、コヒーレント状態  $|\alpha\rangle$  がスクイーズド状態  $|r,\phi;\alpha\rangle$  に変換されることは、コヒーレント状態において演算子  $\hat{a}$  が  $\hat{b}$  に変換されることに等しい。

次にスクイーズド状態における直交位相振幅の揺らぎを調べる。式 (2.57)、式 (2.58) を次の様に定義する。

$$\hat{b} = \mu \hat{a} + \nu \hat{a}^{\dagger} \tag{2.62}$$

$$\hat{b}^{\dagger} = \mu^* \hat{a}^{\dagger} + \nu^* \hat{a} \tag{2.63}$$

擬光子数演算子  $\hat{b}^{\dagger}\hat{b}$  とその擬光子数状態  $|m\rangle\rangle$  を次の様に導入する。

$$N \equiv \hat{b}^{\dagger} \hat{b} = \hat{S} \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \hat{S}^{-1} \tag{2.64}$$

$$N|m\rangle = m|m\rangle \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \tag{2.65}$$

スクイーズド状態  $|\beta\rangle$ 》を式 (2.62) と式 (2.63) の演算子  $\hat{b}$  の固有状態と定義する。

$$\hat{b}|\beta\rangle\rangle = \beta|\beta\rangle\rangle, \quad \langle\langle\beta|\hat{b}^{\dagger} = \beta^*\langle\langle\beta|\rangle$$
 (2.66)

$$|\beta\rangle\rangle = \hat{S}|\beta\rangle = D(\beta)|0\rangle\rangle$$
 (2.67)

ここで

$$D(\beta) \equiv e^{\beta \hat{b}^{\dagger} - \beta \hat{b}} \tag{2.68}$$

とした。このスクイーズ状態における電磁場  $\hat{q}$  と  $\hat{p}$  の揺らぎを求める。

$$(\Delta q)_S^2 = \frac{1}{4} \langle \langle \beta | (\hat{a} + \hat{a}^{\dagger})^2 | \beta \rangle \rangle - \frac{1}{4} \left\{ \langle \langle \beta | (\hat{a} + \hat{a}^{\dagger})^2 | \beta \rangle \rangle \right\}^2 = \frac{1}{4} |\mu - \nu|^2$$
 (2.69)

$$(\Delta p)_S^2 = \frac{1}{4}|\mu + \nu|^2 \tag{2.70}$$

ここで  $\hat{a}$ ,  $\hat{a}^{\dagger}$  を  $\hat{b}$ ,  $\hat{b}^{\dagger}$  に書き直すと

$$\langle \langle \hat{a} \rangle \rangle \equiv \langle \langle \beta | \hat{a} | \beta \rangle \rangle = \mu^* \beta - \nu \beta^* \equiv \hat{\beta} \equiv \beta_q + i \beta_p$$
(2.71)

と定義する。この状態では次の2つの揺らぎの非対角項も有限に残る。

$$\{\Delta(qp)\}_S \equiv \langle\!\langle \beta | (\hat{q} - \beta_q)(\hat{p} - \beta_p) | \beta \rangle\!\rangle = \frac{1}{4} i(\mu^* \nu - \nu^* \mu + 1)$$
(2.72)

$$\{\Delta(pq)\}_S \equiv \langle\!\langle \beta | (\hat{p} - \beta_p)(\hat{q} - \beta_q) | \beta \rangle\!\rangle = \frac{1}{4} i(\mu^* \nu - \nu^* \mu - 1)$$
(2.73)

この揺らぎは次の回転によって対角化できる。

$$\hat{a}' \equiv \hat{a}e^{i^{\phi}}(\hat{q} + i\hat{p})(\cos\phi + i\sin\phi) \equiv \hat{q}' + i\hat{p}' = \hat{q}\cos\phi - \hat{p}\sin\phi + i(\hat{q}\sin\phi - \hat{p}\cos\phi)$$
 (2.74)

ここで  $\phi$  は定数で揺らぎの非対角成分からの寄与の和  $\{\Delta(q'p')+\Delta(p'q')\}_S$  を消去するように決める。 すなわち

$$\tan 2\phi = \frac{i(\mu^*\nu - \nu^*\mu)}{\mu\nu^* + \nu\mu^*} \tag{2.75}$$

その結果一般座標で回転された座標  $\hat{q}'$  と運動量  $\hat{p}'$  の分散は

$$(\Delta q')^2 = \frac{1}{4}(|\mu| - |\nu|)^2 \tag{2.76}$$

$$(\Delta p')^2 = \frac{1}{4}(|\mu| + |\nu|)^2 \tag{2.77}$$

となり、スクイーズド状態は最小不確定性でありながら、同時に、 $\hat{q}'$  の揺らぎをより縮小していることが次のようにわかる。

$$(\Delta q')^2 (\Delta p')^2 = \frac{1}{16} (|\mu|^2 - |\nu|^2)^2 = \frac{1}{16}$$
(2.78)

$$(\Delta q')^2 = \frac{1}{4}(|\mu| - |\nu|)^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{(|\mu| + |\nu|)^2} < \frac{1}{4}$$
(2.79)

これが光子の直交位相成分スクイーズド状態である。この状態を直交位相空間を使って表すと、図 (2.7) のようになる。図は  $\hat{q}'=\hat{q}\cos\phi-\hat{p}'\sin\phi,\hat{p}'=\hat{q}\sin\phi-\hat{p}'\cos\phi$  の不確定性  $\Delta q'<\Delta p'$  の状態である。

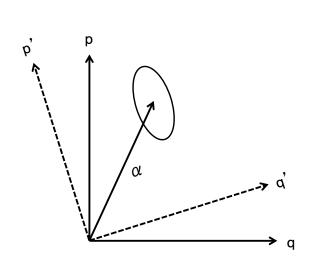


図 2.7 位相空間 (q,p) におけるスクイーズド状態

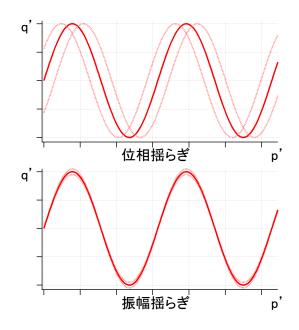


図 2.8 電場のゆらぎ

### 2.5.2 スクイージングの生成

スクイージング技術を用いて重力波検出器の感度を向上するには、アンチシンメトリックポートから真空場のスクイーズド光を干渉計へ入射させる。このスクイーズド光が干渉計から信号と一緒に出て光検出される時にショットノイズを低減させる。

この時、OPO での光の変化を見る。2 倍波  $2\omega_0$  の光がキャリアの周波数  $\omega_0$  の周りで真空場とビートを取る。AM 成分の真空場については周波数  $\omega_0+\Omega$  (Upper) とビートを取り、 $3\omega_0+\Omega$  と  $\omega_0-\Omega$  の光が生まれる。また、周波数  $\omega_0-\Omega$  (Lower) とビートを取った場合は同様にして  $3\omega_0-\Omega$  と  $\omega_0+\Omega$  の光が生まれる。これにより Upper と Lower は増える。よって AM 成分の真空場は増える。一方 PM では Upper と Lower の符号が逆のため、2 倍波とビートをとると Upper も Lower も減る。よって PM 成分の真空場は減る。これによりスクイーズが生まれる。

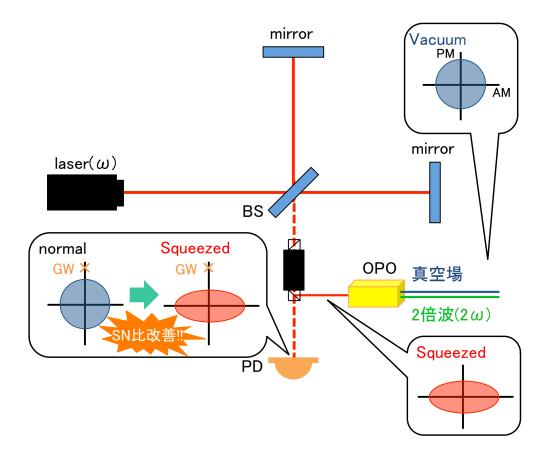


図 2.9 スクイーズを入れた Michelson 干渉計

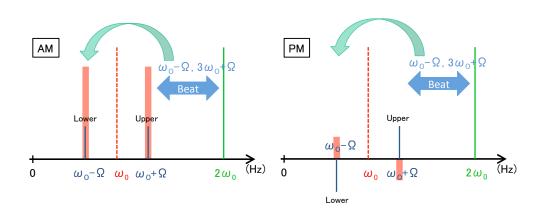


図 2.10 スクイーズを入れた AM と PM

#### 2.5.3 スクイーズを入れた時の感度

まず、Broadband RSE 干渉計に入射する真空場を 10dB スクイーズした時の感度を図 2.11 に示す。 干渉計内に光学ロスがなければ入射パワーを 10 倍にしたのと同じ感度 (オレンジ線) が得られる。実際には鏡におけるレーザーの吸収や散乱で 50ppm 程度のロスがあるので、それを踏まえて計算するとショットノイズが少し悪くなる (青線)。KAGRA の様に鏡を冷却する干渉計では、入射パワーが制限されるのでスクイージングによるショットノイズの改善が有効である。

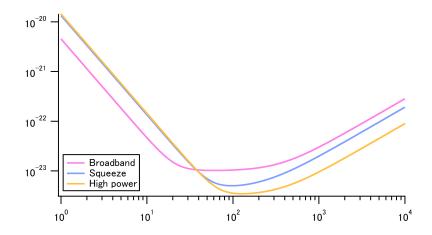


図 2.11 Broadband RSE 干渉計で入射する真空場をスクイーズした時の感度

次に、Detuned RSE 干渉計に入射する真空場を 10dB スクイーズした時の感度を図 2.11 に示す (緑線)。Detuned RSE 干渉計ではレーザーパワーを上げると光バネの周波数が移動するが、スクイーズを導入しても干渉計のダイナミクスは変わらないので、光バネの周波数は移動しない。

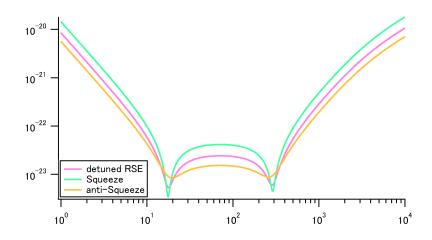


図 2.12 Detuned RSE 干渉計で入射する真空場をスクイーズした時の感度

## 第3章

# デチューニングの問題と解決

KAGRA ではそれぞれの腕に Fabry-Perot 共振器、パワーリサイクリングミラー (PRM)、シグナルリ サイクリングミラー (SRM) を持つ Michelson 干渉計に Resonant Sideband Extraction(RSE) と呼ばれ る光学設計がある。通常の RSE では、シグナルリサイクリングキャビティ (SRC) は信号が低い周波数で 減り、高い周波数で増幅されるようにキャリアを反共振にする。しかし  $\operatorname{Detuned}\ \operatorname{RSE}\$ では  $\operatorname{SRC}\$ の制御 信号へ電気的なオフセットをのせる事で、狙った周波数で信号を増幅するように SRM をキャリアの反共 振から少しずらす。

#### 干渉計の制御 3.1

#### 3.1.1 Feedback ループ

共振器を特定の位置に固定する方法としてフィードバック制御がある。それを図 (3.1) を使って説明 する。

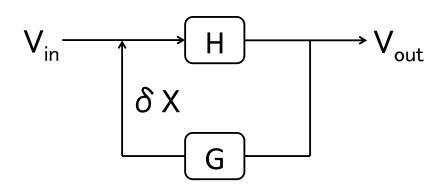


図 3.1 ブロックダイアグラム

ここで  $V_{in}$  は共振器長の揺れ、H は共振器のゲイン、 $V_{out}$  は共振器の出力、そしてゲイン G のサーボ を経由して  $\delta X$  としてフィードバックされる。

$$\begin{cases} (V_{in} - \delta X)H = V_{out} \\ \delta X = GV_{out} \end{cases}$$
(3.1a)

$$\delta X = GV_{out} \tag{3.1b}$$

よって、伝達関数

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{H}{1 + HG} \tag{3.2}$$

が得られる。H は共振器のデザインによって定まる。よってサーボ G をデザインする事でフィードバック制御を安定化させる。

#### 3.1.2 変調と復調

重力波の信号や制御に必要な信号は光の位相に現れる。

#### 位相変調

レーザー光源から出た角周波数  $\Omega$  の光を

$$E_1 = E_0 e^{i\Omega t} \tag{3.3}$$

とする。この光に  ${
m EOM}$  によって変調指数 m、変調角周波数  $\omega_m$  で位相変調をかける。 位相変調後に干渉計に入射した光は、

$$E_{inc} = E_1 e^{im \cos \omega_m t}$$

$$= E_0 e^{i(\Omega t + m \cos \omega_m t)}$$

$$\simeq E_1 (1 + im \cos \omega_m t)$$

$$= E_0 e^{i\Omega t} \left( 1 + \frac{m}{2} i e^{\omega_m t} + \frac{im}{2} i e^{-i\omega_m t} \right)$$
(3.4)

となる。この式から変調位相によって角周波数  $\Omega$  の光が  $\Omega-\omega_m$ 、 $\Omega$ 、 $\Omega+\omega_m$  の 3 つの角周波数の光に分けられたことがわかる。変調前と同じ角周波数の光をキャリア、それより  $\omega_m$  だけ高い角周波数の光 (Upper) と、 $\omega_m$  だけ低い角周波数の光 (Lower) をサイドバンドと呼ぶ。

光検出器で検出する時、その出力は光の強度に比例する。電場 E を

$$E = E_{carrier} + iE_{upper}e^{i\omega_m t} + iE_{lower}e^{-i\omega_m t}$$
(3.5)

とすると、その強度は

$$P = |E|^{2}$$

$$= |E_{carrier}|^{2} + |E_{upper}|^{2} + |E_{lower}|^{2}$$

$$+ 2Re \left\{ (E_{carrier}^{*} E_{upper} + E_{carrier} E_{lower}^{*}) e^{i\omega_{m}t} \right\}$$

$$+ 2Re \left\{ E_{upper} E_{lower}^{*} e^{2i\omega_{m}t} \right\}$$
(3.6)

となる。つまり、 $\mathrm{DC}$  付近の信号、変調周波数付近  $\omega_m$  の信号、変調周波数の倍  $2\omega_m$  の信号が混合されて得られる。

#### 復調

位相変調された光を photo detector で検出し、角周波数  $\omega_m$ 、復調位相  $\zeta$  の局部発振波 (local oscillator) をミキサーによって掛け合わせることですべての成分を RF 周波数帯に押しやりつつ、変調周波数付近の信号のみを DC 付近の信号として取り出す事ができる。

photo detector に入る光を (3.6) 式とすると、得られる信号はよりそれぞれ

DC 付近の信号:
$$P_{DC} = |E_{carrier}|^2 + |E_{upper}|^2 + |E_{lower}|^2$$
 変調周波数付近の信号: $P_{\omega_m} = Re\left\{(E^*_{carrier}E_{upper} + E_0E^*_{lower})e^{i\omega_m t}\right\}$  変調周波数倍の信号: $P_{2\omega_m} = Re\left\{E_{upper}E^*_{lower}e^{2i\omega_m t}\right\}$ 

である。

局部発振波として  $\cos(\omega_m t + \zeta)$  を用いると  $\zeta = 0$  のとき、

$$P_{DC} \times \cos(\omega_m t + \zeta) \longrightarrow \omega_m$$
 (3.7)

$$P_{\omega_m} \times \cos(\omega_m t + \zeta) \to DC + 2\omega_m$$
 (3.8)

$$P_{2\omega_m} \times \cos(\omega_m t + \zeta) \to \omega_m + 3\omega_m$$
 (3.9)

となり、変調周波数倍の信号  $P_{\omega_m}$  から  $\mathrm{DC}$  信号を得る事が出来る。また、 $\mathrm{RF}$  周波数帯に押しやった成 分はローパスフィルタを通すことによって除去される。

また復調位相  $\zeta$  は、 0 の時 (in phase) 信号が最大化されており、 $\frac{\pi}{2}$  の時 (quadrature phase) 最小化さ れている。

#### Pound-Drever-Hall 法 3.1.3

Fabry-Perot 共振器の誤差信号は、共振器の反射光から得られる。式??よりエンドミラーの反射率を  $r_E = 1$  とすると、

$$r_{cav}(\Phi) = -r_F + \frac{t_F^2 e^{-i4\Phi}}{1 - r_F e^{-i2\Phi}}$$

$$\simeq \left[ -r_F + \frac{2T^2 \cos^2 \Phi}{T^2 + 16 \sin^2 \Phi} \right] + i \left[ \frac{8T \sin \Phi}{T^2 + 16 \sin^2 \Phi} \right]$$
(3.10)

$$\simeq \left[ -r_F + \frac{2T^2 \cos^2 \Phi}{T^2 + 16 \sin^2 \Phi} \right] + i \left[ \frac{8T \sin \Phi}{T^2 + 16 \sin^2 \Phi} \right]$$
 (3.11)

ここで  $T=t^2$  とした。上式の実部は偶関数であり、共振点  $(\Phi=0)$  付近でほぼ 1 である。これが透過光 である。これを Pound-Drever-Hall 法という。

虚部は、

$$\begin{cases}
Im \left[r_{cav}(\Phi)\right] = \frac{8\Phi}{T} \left(\Phi \ll \frac{T}{4}\right) \\
Im \left[r_{cav}(\Phi)\right] = \frac{T}{2\sin\Phi} \left(\Phi \gg \frac{T}{4}\right)
\end{cases}$$
(3.12)

$$Im\left[r_{cav}(\Phi)\right] = \frac{T}{2\sin\Phi}\left(\Phi \gg \frac{T}{4}\right) \tag{3.13}$$

となり、復調することで共振点の周りで線形信号を与えてくれる。これをエラー信号(制御信号)という。

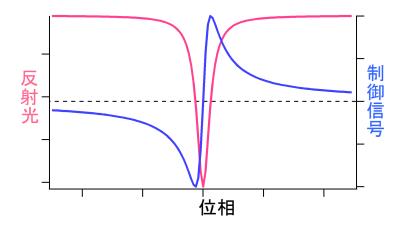


図 3.2 反射光とエラー信号

#### 3.2 デチューニングによって生じる問題

#### 3.2.1 Phaser diagram

この章では KAGRA で RSE を detune することによって起きる問題について Phaser diagram を用いて説明する。Phaser diagram では矢印を使って電場を表し、矢印の長さが振幅 (AM)、角度が位相 (PM)を表す (図 3.3 参照)。

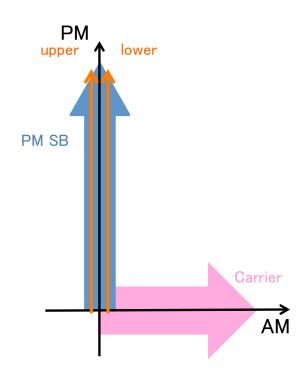


図 3.3 Phaser diagram

干渉計内の全ての電場は振幅と位相 2 つの情報を持っている。サイドバンドは発振器と  ${
m EOM}$  によって生成される。

式 (3.5) より位相変調後の干渉計の出力は

$$E = E_{carrier} + iE_{upper}e^{i\omega_m t} + iE_{lower}e^{-i\omega_m t}$$

と表される。Phaser diagram では、キャリア光  $E_{carrier}$  との相対位相に焦点を当て、キャリアを実軸 (AM) に固定する。すると変調による Upper のサイドバンド  $E_{upper}$  と Lower のサイドバンド  $E_{lower}$  は Phaser diagram 上で反対方向に回る。また、この RF サイドバンドを足し合わせると虚軸 (PM) 上で上下に振動することがわかる。

#### 3.2.2 問題

RSE を detune する際に SRM を制御している PM サイドバンドの位相のずれが生じる。 PM だった サイドバンドの位相が回り AM 成分が生じ、電気的なオフセットとなり 2 種類のノイズを生む。

#### Photo detector noise (PDN)

Photo detector にはダイナミックレンジ (性能指標) がある。ダイナミックレンジとは、信号の最小値と最大値が、信号を取り扱う機器や伝送路、媒体の性能によって制限されることである。ノイズより小さな信号はノイズに埋もれてしまい、信号の識別が困難になる。また最大値の上限は、その機器や伝送路などが取り扱える許容量に影響を受ける。

RSE を detune すると PM 方向を向いていたサイドバンドの位相が AM 方向へ少し回る。これによって生まれたサイドバンドの AM 成分がキャリアとビートをとり、変調後に光検出器で検出する際にオフセットとなる。このオフセット光により光検出器のダイナミックレンジが下がってしまう。

#### Oscillator phase noise (OPN)

このノイズは発振器自身のノイズである。発振器はサイドバンドを生み出す際に位相のノイズを含む。この位相ノイズは Upper と Lower の位相を互いに逆方向に揺らす。サイドバンドは Upper と Lower を合わせて考えることができるので、通常の RSE の時には PM 方向で大きさが変わるだけで問題にはならなかった。しかし、 $\det$  によってサイドバンドが AM 方向に傾き、大きさの変化が AM 方向にも生じる。これが Oscillator phase noise である。

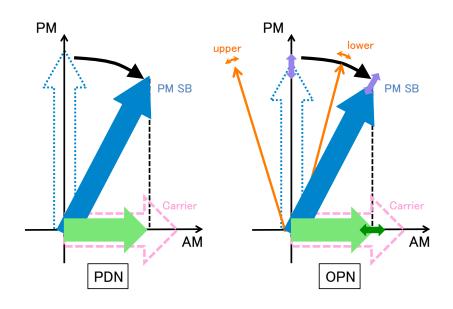


図 3.4 Detuned RSE による問題

### 3.3 解決方法

上記にある 2 つのノイズの問題は光学的に AM サイドバンドを新たに導入することで解決できる。 RSE では式 (3.5) より位相変調後の干渉計の出力は

$$E = E_{carrier} + iE_{upper}e^{i\omega_m t} + iE_{lower}e^{-i\omega_m t}$$

である。

一方 detuned RSE での電場 E' を、

$$E' = E'_{carrier} + (iE'_{upper}e^{i\omega_m t} + iE'_{lower}e^{-i\omega_m t})e^{i\alpha}$$
(3.14)

とする。これに AM サイドバンド  $(E^{AM})$  を PM サイドバンドの AM を打ち消す方向 (PM サイドバンドから 90 度) に加える。

$$E' = E'_{carrier} + \left(iE'_{upper}e^{i\omega_m t} + iE'_{lower}e^{-i\omega_m t}\right)e^{i\alpha} + \left(E^{AM}_{upper}e^{i\omega_m t} + E^{AM}_{lower}e^{-i\omega_m t}\right)e^{i\alpha}$$

$$= E'_{carrier} + \left(iE'_{upper} + E^{AM}_{upper}\right)e^{i\omega_m t}e^{i\alpha} + \left(iE'_{lower} + E^{AM}_{lower}\right)e^{-i\omega_m t}e^{i\alpha}$$

$$= E'_{carrier} + i\left(E'_{upper}\cos\alpha + E^{AM}_{upper}\sin\alpha\right)e^{i\omega_m t} + \left(E^{AM}_{upper}\cos\alpha - E'_{upper}\sin\alpha\right)e^{i\omega_m t}$$

$$+ i\left(E'_{lower}\cos\alpha + E^{AM}_{lower}\sin\alpha\right)e^{i\omega_m t} + \left(E^{AM}_{lower}\cos\alpha - E'_{lower}\sin\alpha\right)e^{i\omega_m t}$$

$$(3.15)$$

AM 方向のサイドバンドのオフセットを消せれば良いので実部が 0 になればよい。よって、

$$E^{AM} = E' \tan \alpha \tag{3.16}$$

となるような光学的なオフセットを加えれば、電気的オフセットをキャンセルすることができる。

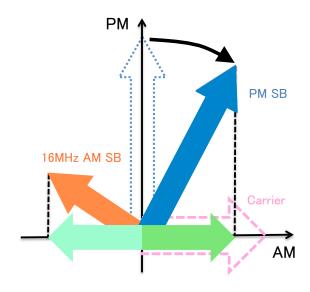


図 3.5 AM を入れる事による解決

## 第4章

# スクイーザーを使った信号増幅

#### 4.1 第二高調波の発生

#### 4.1.1 第二高調波の理論

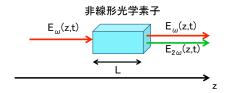


図 4.1 第二高調波の発生

図 4.1 のような、z 軸方向に入射した光が第二高調波に変換される。ここで非線形光学素子に周波数  $\omega$  のビームを入射させる時のレーザーの電場を

$$\mathbf{E}_{\omega}(z,t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{\omega} \left\{ E_{\omega}(z) e^{i(\omega t - k_{\omega} z)} + c.c. \right\}$$
(4.1)

$$\mathbf{E}_{2\omega}(z,t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{2\omega} \left\{ E_{\omega}(z) e^{i(2\omega t - k_{\omega} z)} + c.c. \right\}$$

$$(4.2)$$

とする。ここで k は波数とする。 $e_\omega$ 、 $e_{2\omega}$  は偏光を表すが、簡単のため、まずはスカラー成分のみで考える。また、損失は無視する。Maxwell 方程式に代入し、電場の包絡線 E(z) はゆっくり変化すると言う近似

$$\left| \frac{d^2 E(z)}{dz^2} \right| \gg \left| k \frac{dE(z)}{dz} \right| \tag{4.3}$$

を使用すると第二高調波の式

$$\frac{dE_{2\omega}(z)}{dz} = -i\omega\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}d\left\{E_{\omega}(z)\right\}^2 e^{i(\Delta k)z}$$
(4.4)

が得られる。ここで  $\mu$  は透磁率、 $\epsilon$  は誘電率であるり、d は 2 次の非線形光学係数である。また、

$$\Delta k \equiv k_{2\omega} - 2k_{\omega} \tag{4.5}$$

である。第二高調波へのパワーの変換による元のパワーの減衰は無視できるとして、長さLの結晶の出

射端における第二高調波の振幅は、

$$E_{2\omega}(L) = \int_{0}^{L} dz \left[ -i\omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} d\left\{ E_{\omega} \right\}^{2} e^{i(\Delta k)z} \right]$$

$$= -i\omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} d\left\{ E_{\omega} \right\}^{2} \int_{0}^{L} dz e^{i(\Delta k)z}$$

$$= -i\omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} d\left\{ E_{\omega} \right\}^{2} \frac{e^{i\Delta kL} - 1}{i\Delta kL}$$

$$(4.6)$$

よって、パワー $P_{2\omega}$ は

$$P_{2\omega} = |E_{2\omega}(L)^2|$$

$$= \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right) \frac{\omega^2}{n^2} d^2 |E_{\omega}|^4 L^2 \frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{\Delta k L/2}$$
(4.7)

となる。ここで屈折率  $n=\sqrt{rac{\epsilon}{\epsilon_0}}$  とした。結晶に入射させるレーザーパワー  $P_\omega$  は、

$$P_{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_{\omega}|^2 \tag{4.8}$$

である。よって変換効率 $\eta$ は

$$\eta = \frac{|P_{2\omega}|}{|P_{\omega}|} = 2\left(\frac{\mu}{\epsilon}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\omega^2 d^2 L^2}{n^3} \frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)^2} \frac{P_{\omega}}{A}$$
(4.9)

A は入射ビームの面積である。

式 (4.9) より、変換効率は結晶内でのビームの面積 A、結晶固有の非線形光学係数 d、結晶長 L、位相整合量  $\Delta k$ 、入射パワー P の要因によって決まる。

#### 4.1.2 位相整合

式 (4.9) より、出力  $P_{2\omega}$  は

$$P_{2\omega} \propto \frac{\sin^2(\Delta k l/2)}{(\Delta k l/2)^2} \tag{4.10}$$

となり、効率的に第二高調波を発生させるには式 (4.5) が  $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = 0$  となることが必要である。これは非線形素子内の色々な場所で発生した第二高調波を重ね合わせした場合に同位相である時、変換効率が最大となる事を示す。 $k = \omega n/c$  である事を考えるとこれを満たすには角周波数での屈折率に対して

$$n_{\omega} = n_{2\omega} \tag{4.11}$$

である事が必要である。しかし大抵の物質は分散を持つので式 (4.11) は満たされない。そこで複屈折位相整合法が用いられる。これは結晶の角度と温度を調整する事で、基本波と 2 倍波の屈折率を等しくする方法である。また、結晶中に周期構造を作って位相整合を行う疑似位相整合法があり、今回用いたPPKTP 結晶にはその技術が使われている。

#### 4.2 信号の増幅

アンチシンメトリックポートにスクイーザーを置いてアンチスクイージングすると、出てきた重力波信号を増やす事ができる。この時、真空場の PM 成分も信号と共に増えてしまう。

図 4.2 にアンチスクイージングの時の OPO での光の変化を見る。スクイージングでは PM を減らす方向にスクイーズをしたが、今回は PM を増やす方向にスクイーズをしている。

アンチスクイージングによって重力波信号を増やす事ができるが、それと共にショットノイズも増えている。これでは重力波信号を含む SN 比は変わらず、雑音は改善されていないように見える。しかし RSE を組み込む事により光バネを作り出し、その共振周波数をアンチスクイージングによってかえる事ができる。

本研究ではこのような光学系を組み、干渉計信号がアンチスクイージングによって増幅されるかを検証する。

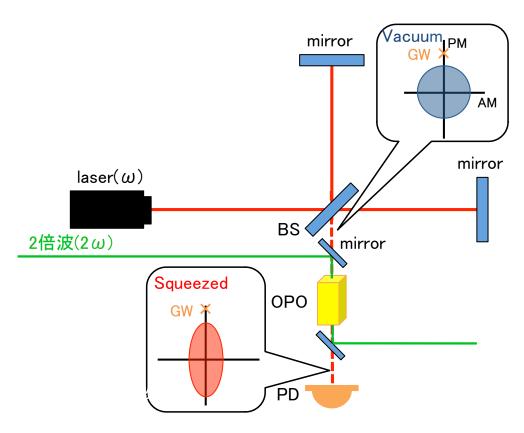


図 4.2 アンチスクイージング

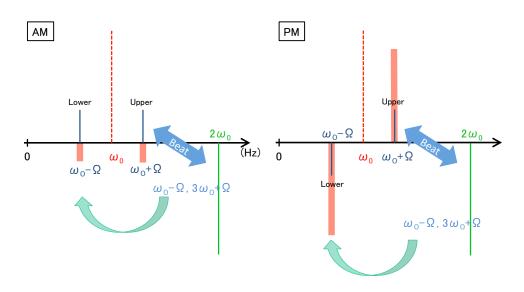


図 4.3 アンチスクイーズを入れた AM と PM

## 第5章

# 実験1(デチューニングの問題と解決)

実際に実験を行ったのでその詳細について述べる。5.1 では第 3 章で述べたデチューニングの問題を解決する為の実験、5.2 では第 4 章で述べたスクイーザーを使った信号増幅の実験を説明する。

#### 5.1 セットアップ

光学的なオフセットを生み出すことが出来るかを確認する為に簡単な実験をした。以下にセットアップを示す。

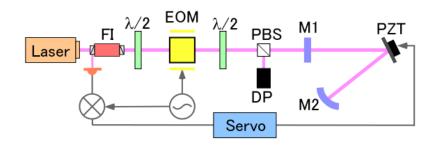


図 5.1 セットアップ

実験にはパワー 40 mW、波長 1064 nm のレーザーを使用した。1 つ目の半波長板は、EOM(位相変調器) と PBS(偏光ビームスプリッター) と組み合わせることで強度変調を生み出す。2 つ目の半波長板は PBS 後に崩れたビームの形を整える為に設置した。Fabry-Perot 共振器は 3 枚のミラーから V 字に構成されている。M1 は 98% 反射ミラー、M2 は高反射で曲率を持つ鏡を使った。これらの鏡の折り返しに、ピエゾ (PZT) 付きのミラーを使いキャビティ長を制御している。EOM では 12 MHz の変調をかけ、Faraday isolator から反射光を取得した。

#### 5.1.1 KAGRA との違い

KAGRA の設計 (図 5.1.1) と今回の実験のセットアップ (図 5.1.1) の違いについてブロックダイアグラムを用いて説明する。

共振器は外乱により制御位置から  $\delta X$  ずれるとそれをもとの位置に戻すように制御されている。 KAGRA ではまず、RSE をデチューンするために制御信号取得後に電気的オフセット  $\epsilon'$  を加える。すると  $\Delta X$  により SRM がずれ、RSE 干渉計はデチューンされる。しかし、これにより RSE を制御する為

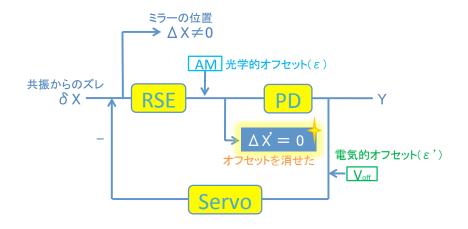


図 5.2 KAGRA の場合

の出力信号となるレーザー光にもオフセットがのってしまい、問題となる。そこで光検出前にレーザー光に光学的オフセット  $(\epsilon)$  をのせる。すると伝達関数は以下のように書ける。

$$\Delta X = \frac{\delta X - (\epsilon + \epsilon' P)S}{1 - RPS} \tag{5.1}$$

$$\Delta X' = \frac{\delta X + (\epsilon' - \epsilon RP)}{1 - RPS} \tag{5.2}$$

 $\Delta X'$  のオフセット部分が 0 になればよいので、

$$\epsilon' - \epsilon RP = 0 \tag{5.3}$$

となるように AM を調節すると、

$$\Delta X = \frac{\delta X}{1 - RPS} - \epsilon S \tag{5.4}$$

$$\Delta X' = \frac{\delta X}{1 - RPS} \tag{5.5}$$

となる。式 (5.4) から RSE の前では RSE をデチューンさせる為のオフセットがあることがわかる。また、式 (5.5) ではオフセットは消えている。

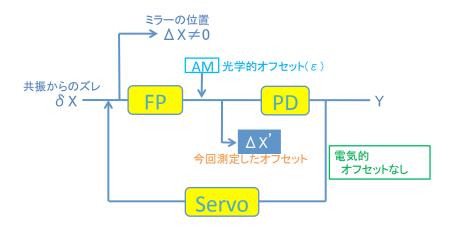


図 5.3 今回の実験の場合

次に今回の実験について説明する。まず、KAGRA の設計よりもシンプルなセットアップにし、RSE 干渉計の代わりにただの Fabry-Perot 共振器を組んだ。次に今回の実験の目的は光学的にオフセットを 作ることが出来るかの確認を行う実験であった。そのため共振器をデチューンさせる電気的オフセットは 加えていない。伝達関数は

$$\Delta X = \frac{\delta X - \epsilon' PS}{1 - RPS} \tag{5.6}$$

$$\Delta X' = \frac{\delta X + \epsilon'}{1 - RPS} \tag{5.7}$$

となる。よって式 (5.7) より  $\Delta X'$  で AM を加えた事により、式 (5.6) で干渉計がデチューンされている。

#### 5.1.2 ピエゾ (PZT)

今回の実験では Fabry-Perot 共振器の長さを制御する為にピエゾドライバーを用いた。

ピエゾ (Pb-Zr-Ti) 素子は電圧をかけると体積が変化する特性を持つ素子で (圧電素子) とも呼ばれる。 ピエゾ素子の変位量は非常に微細であるため、微小で正確な作動が求められる干渉計などの制御に使える。PZT と表記する。

マイケルソン干渉計を組み、ピエゾを矩形波に振る。すると干渉光の変化が光検出器に表れる。そこでピエゾドライバーに加えた電圧と変化した距離の変化量を測定した。

干渉光が2波長分ということは、ここでピエゾが動いた距離 l は

$$l = \lambda \times f \div 2 = 1064 \times 2 \div 2 \tag{5.8}$$

$$= 1064 [nm]$$
 (5.9)

それをピエゾにかけた電圧で割ると

$$1064 \div 210 = 5 \left[ \text{nm/V} \right] \tag{5.10}$$

となり、ピエゾが 1V で 5nm 変化する事がわかった。

#### 5.1.3 モードマッチング

実験では $TEM_{00}$  モードのガウシアンビームを使用した。

ガウシアンビームとは、強度分布が図 (5.4) のようなガウス特性を示し、そのビームウェストでは完全な平行平面波になるレーザービームのことである。このレーザービームの伝播特性を定義するため、ビームの直径を定義する。今回はビームの放射強度がピーク値の  $1/e^2(13.5\%)$  になるビーム径をビームの直径とした。ガウシアンビームの特性は次の 2 つの式で与えられる。

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2}$$
 (5.11)

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \tag{5.12}$$

ここで z はビームウェスト面から測った距離、 $\lambda$  は光の波長、 $w_0$  はビームウェストでの半径である。 ビームウェストとはビーム半径が一番短い場所をさす。

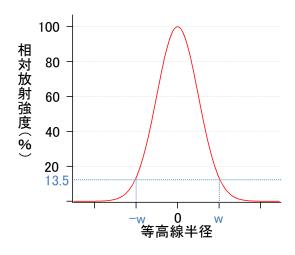


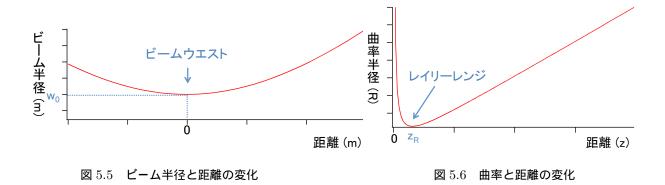
図 5.4 ガウシアン  $TEM_{00}$  モードの放射強度分布

式 (5.11) は、伝播距離 z でのビーム半径 w(z) を表した式である。この式をグラフにすると図 (5.5) のようになり、半径はビームウェストを最小としてだんだん広がって行くことがわかる。

式 (5.12) は、伝播距離 z での波面の曲率半径 R(z) を表した式である。これをグラフにすると図 (5.6) のようになり、曲率半径はビームウェストで  $\infty$ 、そこからある特定の距離  $z_r$  で一番小さくなり、そこを 過ぎると大きくなり十分遠方で再び  $\infty$  となる。曲率が一番小さくなる  $z_r$  をレイリーレンジ (Rayleigh Range) と呼び、

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{5.13}$$

と定義される。



半径は以下の2つの方法で測定することができる。

#### • ナイフエッジ

ナイフの刃など、端辺がビーム径に比べて十分長く薄いものを用いてビームの一部を遮り、通過した分のビーム強度を光検出器で測定する。刃によって位置  $z=z_e$  の  $y< y_e$  の部分を遮っている場

合、通過するビーム強度は、

$$I(y_{e}, z_{e}) \propto \int_{y_{e}}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dx \bar{I}(x, y, z)$$

$$= \int_{y_{e}}^{\infty} e^{-2(\frac{y}{w_{y}(z_{e})})^{2}} dy \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2(\frac{x}{w_{x}(z_{e})})^{2}} dx$$

$$\propto \int_{y_{e}}^{\infty} e^{(\frac{\sqrt{2}y}{w_{y}(z_{e})})^{2}} dy$$

$$= \int_{0}^{\infty} e^{(\frac{\sqrt{2}y}{w_{y}(z_{e})})^{2}} dy - \int_{0}^{y_{e}} e^{(\frac{\sqrt{2}y}{w_{y}(z_{e})})^{2}} dy$$
(5.14)

よって微動ステージを用いてy軸方向に徐々に刃を移動させてビーム強度を測定し、結果を式(5.14)にフィッティングするとウェスト半径が求められる。

● ビームプロファイラ測定されたパワーのデータを基に算出され、PC 上に表示される。

また、実験の時に欲しい半径や曲率をレンズを使い調整することをモードマッチングと言う。モードマッチングを行う際にはJamMTというソフトウェアを使用した。

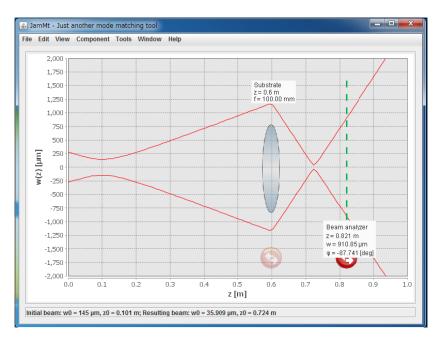
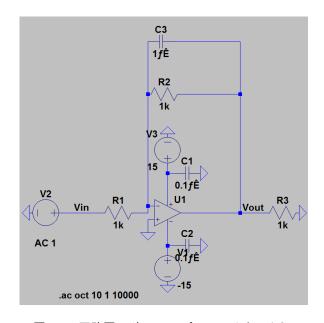


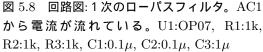
図 5.7 JamMT:測定したビームの情報を元にレンズを入れた時のビームプロファイルとシミュレーションできる

#### 5.1.4 サーボ

サーボの設計について考える。サーボは取得した様々な周波数の信号について必要な周波数でゲインを大きくし、鏡の揺れをおさえこむようなデザインが必要である。今回の実験では以下のようなことを考慮し、図 5.9 のような設計をした。シュミレーションには LTspice を用いた。

- ピエゾの共振が 10kHz なので、制御帯域は 10kHz より十分に低いローパスフィルタを用いる。
- 広い帯域で安定な制御を実現するため、1次のローパスフィルタを用いる。
- 低周波の広い帯域でゲインを上げるため、ローパスフィルタのポールを 100Hz にした。





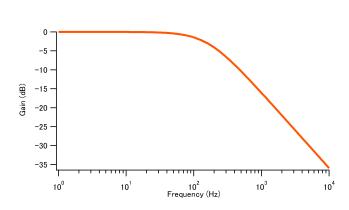


図 5.9 シミュレーション結果

その後さらに安定な制御を実現するため、市販品のプリアンプ SR560 を追加した。

#### 5.2 結果

Fabry-Perot 共振器の制御には、Pound-Drever-Hall 法を用いて反射光を復調した。共振器のピエゾ付きミラーをスイープさせたときの、透過光とエラー信号の結果を、強度変調を適用した場合としない場合のそれぞれについて以下に示す。まず、強度変調していない時の in-Phase の結果を見る。透過光のピー

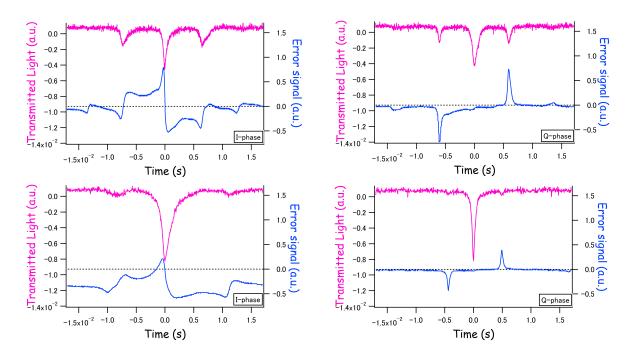


図 5.10 結果

クは共振器に光がたまり、共振していることを示す。これを共振点と言う。共振点付近でエラー信号は線形であり、共振点では0である。また、quadrature-Phaseではエラー信号は発生していない。

次に強度変調をした場合の in-Phase を見てみると、エラー信号にオフセットがのっていることがわかる。これにより光学的にオフセットをのせて共振器を detune させることができることがわかる。

### 第6章

# 実験2(スクイーズによる信号増幅)

#### 6.1 セットアップ

スクイーズド光を使って信号の増幅が可能かを確かめた。セットアップは図 6.1 に示す。

実験では別の実験で使用している 1064nm のレーザー光を光ファイバーで 300mW 持ってきて使用した。EOM には 22.7MHz の変調がかかっている。 1 つめの半波長板は SHG と Michelson 干渉計への光を分ける為に使用した。 2 つ目の半波長板で SHG の位相整合をしている。第二高調波を発生させる為の SHG を含んだキャビティは M1、M2、M3、M4 の 4 つのミラーから作られており、M4 は高反射率で曲率を持つ。SHG の場所にビームウエストがある。M2、M3 は 1064nm は反射するが 532nm は透過するダイクロイックミラーで、倍波に変換された光は共振器の外に抜けて行く。共振器は入力波長の整数倍で制御されている。反射光は光検出器 PD1 から取得しレーザー本体に返し周波数で制御している。Michelson 干渉計は M5、M6 のミラーとビームスプリッターから構成されている。PD2 から反射光を取得し、M6 のピエゾ付きミラーで制御している。SHG で生成された第二高調波の光と Michelson 干渉計から出てきた光は M8 で結合し、OPO に入り、スクイーズされる。

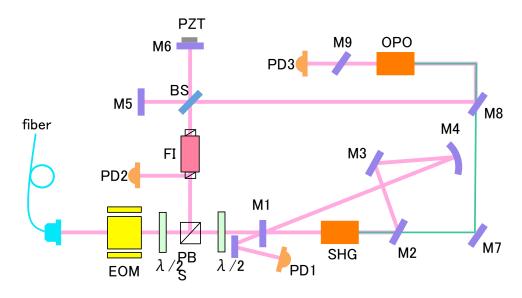


図 6.1 セットアップ

#### 6.1.1 ファイバーカップリング

実験ではレーザー光を別の光学台へ移動させる為にファイバーを使用した。レーザー光をファイバーに 通すにはファイバーカップリングをする必要がある。

今回はシングルモードファイバーとコリメーターレンズを使用した。ファイバーによってコアの直径 d、開口数 NA が決められている。これによってファイバーに入るべきビームウエストが求められる。

$$w = d(0.65 + \frac{1.619}{V^{1.6}} + \frac{2.879}{V^6}) \tag{6.1}$$

ここで、V は V ナンバーとよばれるもので、これは

$$V = \frac{\pi N A d}{\lambda} \tag{6.2}$$

で定義される。また、ウエストをwまで絞るために、コリメーターレンズfを使用した。これによってレンズへレーザービームを入射させる時のビームの直径が決まる。

$$f = D\frac{\pi w}{4\lambda} \tag{6.3}$$

以上の式から、直径 D の平行光をレンズの手前で入射させればいいことがわかった。最後に、ファイバー は入射するとき偏光が決まっているので偏光も合わせなければならない。

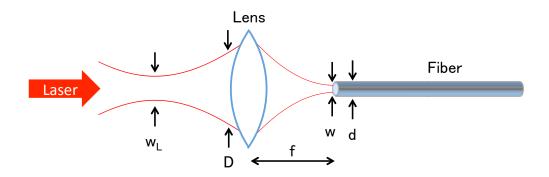


図 6.2 光ファイバーへの光のカップリング概略図

#### 6.1.2 SHG

第 4 章で述べた様に、式 (4.9) より非線形光学結晶からの第二高調波の変換効率は以下の要因によって決まる。

- 結晶内でのビームの面積 A
- 結晶固有の非線形光学係数 d
- 結晶長 L
- 位相整合量  $\Delta k$
- 入射パワー P

レーザーパワー P のビームを結晶に通す際に、変換効率を上げられる自由度はビームの面積 A と位相整合量  $\Delta k$  である。結晶中でのビームウエストは小さければ小さいほど良いが、結晶中でビームウエスト

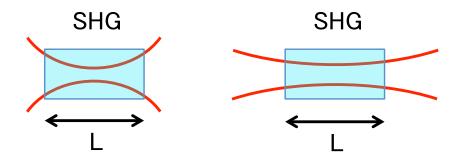


図 6.3 ビームウエストによる結晶内でのビーム径の違い

を小さくすると結晶の端でのビーム径は大きくなり、変換効率は減少する。その為、実際にビームを結晶に通す時にはほぼ平行なビームを作った方が良い。位相整合では SHG にレーザーを入射させる前に半波長板を設置し、最も変換率の高い偏光に合わせる。

#### 6.1.3 共振器を用いた第二高調波の発生

より効率的に第二高調波を発生させる為に共振器内に非線形光学結晶を設置した。図 (6.4) のようなボウタイ型共振器を考える。 ${
m SHG}$  で 2 倍波へ変換された分のエネルギーロスを考えると共振器に最適な入射鏡の透過率が決まる。共振器はレーザーの入力周波数  $\omega$  にのみ共振しており、 ${
m SHG}$  で作られた 2 倍波

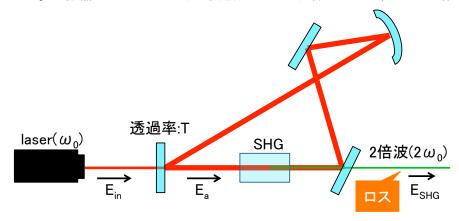


図 6.4 共振器内での 2 倍波への変換

は全て共振器の外へ抜けて行くとする。まず、結晶を通過する際、第二高調波へ変換される事によるエネルギーロス  $\beta_{SHG}$  を考える。結晶に入る前の電場を  $E_a$ 、変換された 2 倍波の電場を  $E_{SHG}$  とすると、

$$\beta_{SHG} = \frac{P_{SHG}}{P_a} = \frac{|E_{SHG}|^2}{|E_a|^2} \tag{6.4}$$

となる。 $P_a$  は結晶に入る前のパワー、 $P_{SHG}$  は 2 倍波に変換されたパワーを表す。また、共振時キャビティ内を一周する時のロスを  $\beta_{FP}$  とする。

これらのロスをふまえると、結晶直前の電場 $E_a$ は次のように表される。

$$E_{a} = \sqrt{T}E_{in} + \sqrt{T}\sqrt{1 - T}\sqrt{1 - \beta_{SHG}}\sqrt{1 - \beta_{FP}}E_{in} + \dots$$

$$= \frac{\sqrt{T}E_{in}}{1 - \sqrt{1 - T}\sqrt{1 - \beta_{SHG}}\sqrt{1 - \beta_{FP}}}$$
(6.5)

ここで SHG のシングルパスでの変換効率  $E_n$  は

$$E_{\eta} = \frac{P_{SHG}}{P_a^2} \tag{6.6}$$

である。式 (6.4)(6.5)(6.6) から  $E_a$  と  $\beta_{SHG}$  を消去すると

$$\sqrt{P_{SHG}} = \frac{t_F P_{in} \sqrt{E_{\eta}}}{\left[1 - 1 - \sqrt{1 - T} \sqrt{1 - \beta_{SHG}} \sqrt{1 - \sqrt{E_{\eta} P_{SHG}}}\right]^2}$$
(6.7)

よって入射鏡の透過率は

$$t_F = \frac{\beta_{FP}}{2} + \sqrt{\frac{\beta_{FP}^2}{4} + E_{\eta} P_{in}} \tag{6.8}$$

ということが分かる。

#### 6.1.4 Michelson 干渉計の制御

Michelson 干渉計の制御には Schnupp Asymmetry と呼ばれる方法を用いる。Michelson 干渉計に変調角周波数  $\omega_m$  の変調をかけた時のアシンメトリックポートの電場は式 (1.35) より

$$E_{anti} = \frac{1}{2} E_{carrier} \left\{ e^{i\Omega(t - \frac{2L_x}{c})} - e^{i\Omega(t - \frac{2L_y}{2})} \right\}$$

$$+ i \frac{1}{2} E_{upper} \left\{ e^{i(\Omega + \omega_m)(t - \frac{2L_x}{c})} - e^{i(\Omega + \omega_m)(t - \frac{2L_y}{c})} \right\}$$

$$+ i \frac{1}{2} E_{Lower} \left\{ e^{i(\Omega - \omega_m)(t - \frac{2L_x}{c})} - e^{i(\Omega - \omega_m)(t - \frac{2L_y}{c})} \right\}$$
(6.9)

である。ここで Upper だけ計算すると

$$i\frac{1}{2}E_{Upper}\left\{e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{2L_{x}}{c})}-e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{2L_{y}}{c})}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}E_{Upper}\left\{e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{2L_{x}}{c})}-e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{2L_{y}}{c})}\right\}$$

$$=iE_{Upper}e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{L_{x}+L_{y}}{c})}\times i\sin\left[\left(\Omega+\omega_{m}\right)\frac{L_{x}-L_{y}}{c}\right]$$

$$=iE_{Upper}e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{L_{x}+L_{y}}{c})}\times i\sin\left[\phi_{-}+\alpha\right]$$

$$=iE_{Upper}e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{L_{x}+L_{y}}{c})}\times i\left\{\sin\phi_{-}\cos\alpha+\cos\phi_{-}\sin\alpha\right\}$$

$$\simeq iE_{Upper}e^{i(\Omega+\omega_{m})(t-\frac{L_{x}+L_{y}}{c})}\times i\left\{\phi_{-}\cos\alpha+\sin\alpha\right\}$$

となる。この時、

$$\phi_{-} = \Omega \frac{L_x - L_y}{c}$$

$$\alpha = \omega_m \frac{L_x - L_y}{c}$$
(6.11)

として、 $\sin \phi_- = \phi_-$  と近似した。また同様に Lower は

$$i\frac{1}{2}E_{Lower}\left\{e^{i(\Omega-\omega_m)(t-\frac{2L_x}{c})} - e^{i(\Omega-\omega_m)(t-\frac{2L_y}{c})}\right\}$$

$$\simeq iE_{Lower}e^{i(\Omega-\omega_m)(t-\frac{L_x+L_y}{c})} \times i\left\{\phi_{-}\cos\alpha - \sin\alpha\right\}$$
(6.12)

Upper と Lower のサイドバンドを足し合わせると

$$E_{Upper}e^{i(\Omega+\omega_m)t} \times i(\phi_-\cos\alpha + \sin\alpha) - E_{Lower}e^{i(\Omega-\omega_m)t} \times i(\phi_-\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$= E_{SB}e^{i\Omega t}2(\phi_-\cos\alpha\sin\omega_m t + i\sin\alpha\cos\omega_m t)$$
(6.13)

となり、式より  $\alpha=\frac{\pi}{2}$  となるの Michelson 干渉計のアシンメトリが大きい時に信号が最大となる事がわかる。

また、キャリア光は

$$E_0\left\{e^{i\Omega(t-\frac{2L_x}{c})} - e^{i\Omega(t-\frac{2L_y}{2})}\right\} = 2i\phi_-e^{i\Omega t}$$
(6.14)

となる。

DC 付近の信号は、

$$P_{DC} = |E_{carrier}^{2}| + |E_{SB}^{2}| = Re [E_{SB}]^{2} + (Im [E_{SB}] + Im [E_{carrier}])^{2}$$

$$\to 2\phi_{-} \cos \omega_{m} t$$
(6.15)

という制御信号を取り出す事が出来る。

#### 6.2 結果

SHG を含むキャビティを制御し、2 倍波を増やす事ができた。

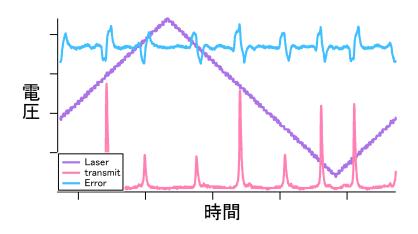


図 6.5 ボウタイキャビティを線形に振った時の共振器内パワーの変化

まず、矩形波の電圧をレーザーに返す事でレーザーの周波数を振った。その時の共振器内のパワーの変化が、図 6.5 である。実際は共振器内パワーを直接観測する事はできないので、ここはエンドミラー (M4) の透過光をモニターしている。周波数が線形に振られたレーザー (緑線) によって、共振器内パワー (黄色線) にピークができている。大きいピークがキャビティが共振している時、小さいピークはキャビティのミスアライメントやモードのずれ、サイドバンドによって出てきたものである。

次に、図 6.6 に共振器を制御した時の結果を示す。はじめに、レーザーの周波数を線形に振り < 1>、その後制御モードに切り替え < 2>、制御を ON にした ( <  $3>\to<4>$ )。共振器内パワー (黄色線)を見ると、共振のピークが周期的に現れる状態 < 1> から、制御状態では、共振器のピークの位置に固定された事がわかる < 4>。

今回の実験では、まずワンパスの場合 SHG に入射するパワーが  $100 \mathrm{mW}$  の時、およそ  $26 \mu \mathrm{W}$  の 2 倍 波を生成できた。SHG を共振器に入れた時はおよそ  $187 \mu \mathrm{W}$  に増幅できた。生成効率は入射パワーの二

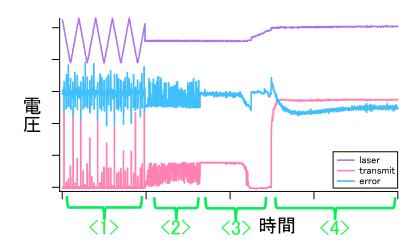


図 6.6 ボウタイキャビティをロックした時

乗に比例して増えることが分かっており、入射パワーを上げることで数 mW の 2 倍波を生成することは可能だと考えられる。

最後に、SHG で生成した 2 倍波を、ダークフリンジに制御した Michleson 干渉計の出力と重ねて、SHG とは別の非線形結晶 (OPO) を通して、信号増幅を確認する実験を行った。Michelson 干渉計の鏡を PZT で駆動し、一段のローパスフィルターでフィードバック制御をしたところ、ダークフリンジに固定することに成功した。干渉計出力と SHG 出力のモードマッチングは、まず OPO を SHG のように扱い、干渉計出力を 2 倍波に変換し、その光と SHG の出力光とのモードを合わせるという方法を採用した。モードマッチングはほぼ成功した。信号増幅についてはまだ確認できていないが、近日中に確認できるものと考えている。

## 第7章

## 結論

### 7.1 デチューニングの問題と解決

Detuned RSE 干渉計の導入によって狙った周波数帯での感度は増幅し、標準量子限界を突破する。 光バネを生成する為に SRC の制御信号に電気的なオフセットをのせるが、それにより PD noise と Oscillator Phase noise が生じる問題があった。それは SRC を制御している PM 信号が detune により AM 方向に傾き、AM 方向へ影響を及ぼしてしまう事に起因するノイズである。そこで新たに光学的オフ セットを加える事でノイズをキャンセルする方法を提案した。実際には PM 信号から 90 度傾いた AM を導入し、振幅を調整する事で、問題となっていた PM 信号のオフセットを相殺する。

本実験は、実際に光学的オフセットを生成する事ができるのか、KAGRA を想定した実験を行った。 Fabry-Perot 干渉計を組み、EOM と半波長板、PBS を用いて位相変調に振幅変調を加えた。結果、振幅変調を加えていない時には 0 であったエラー信号に振幅変調を入れる事でオフセットをのせる事ができた。

### 7.2 スクイーザーを使った信号増幅

KAGRA の次世代検出器において、光バネの共振周波数を高くする事が感度向上につながる。本研究では、入射パワーを上げる事なく光バネの周波数を上げる新しい方法として、非線形光学素子を使って信号を増幅することを提案し、テーブルトップで原理検証実験を行った。まず波長 1064nm の光を PPKTP 結晶を組み込んだ SHG 共振器で共振させ、波長 532nm の光を生成することに成功した。次に Michelson 干渉計をダークフリンジに制御し、その出力を SHG 共振器で生成した 532nm の光とモードマッチングさせ、2 つの光を重ねて別の PPKTP 結晶で構成した OPO システムに通すことに成功した。

本研究は、非線形光学を用いて光バネの共振周波数をシフトさせる研究の一部であり、本実験の成功は大きな指標となる。本実験と平行して光バネを生成する実験も行われており、今後、本実験で開発したSHG と OPO を光バネ干渉計に組み込んで実験を完成させる予定である。

## 謝辞

この修士論文をまとめる事ができたのは、多くの方々のご支援、ご協力のおかげです。この場をお借り して、皆様に深くお礼申し上げます。

指導教官である菅本晶夫教授には、学部4年生時には国立天文台重力波プロジェクト推進室にて、修士課程では東京工業大学宗宮研究室にて研究をさせていただくという素晴らしい機会をいただきました。その結果、重力波検出器に関する研究開発という大きなプロジェクトに加わる事ができ、学内とは異なる環境での研究生活は大いに刺激となり、大変貴重な経験をさせていただきました事を深く感謝致します。また、副指導教官のちょう先生には、色々と東工大での研究生活を気にかけていただき、大変うれしかったです。

東京工業大学の宗宮健太郎准教授には、修士1年から宗宮研究室に迎えていただき、日々ご指導いただきました。いつも手探り状態での実験を一緒に考えていただき、また、わからないところ等も根気強く、 私に分かりやすい様に工夫して教えて下さいました。ありがとうございます。

また、研究室の方々にもお礼申し上げます。

- 須佐さん…私が修論に追われている最中ペヤングの激辛を買って来てくれました。
- 上田さん…ハゲについてアツく語っていました。
- 加藤さん…実験に行き詰まった時に私とは違った方面から実験を見てアドバイスをくれました。
- ◆ 粂田さん…実験は根気であると言う事を教えられました。
- 崎濱さん…ポジティブ思考の見本でした。
- 矢野さん…最後までヤケにならず実験を頑張ってくれました。本当に。

#### 皆ありがとう。

特に実験では沢山の人に手伝いにきていただきました。国立天文台のダニエルには実験の基礎を教えてもらいつつオフセットの実験のセットアップを組み立てました。また、上手く出ないエラーシグナルを東京大学のちんたんさんと今やアムステルダムにいる我妻さんに綺麗にしていただきました。また、スクイーズの実験の方ではお茶大の先輩である苔山さんが実験を手伝いに来てくださり、おかげさまでここまで実験を進める事ができました。

国立天文台の阿久津智忠助教には、学部4年生の時に指導をしていただきました。時には厳しく皮肉だと思う事もありましたが、この指導を時に思い出しては大学院での研究に大変役立ちました。

他にも沢山の方に支えていただきましたが、多すぎて上げきれません。ここに載せるべきなのに忘れている人もいるかもしれません。ですが、全ての方に厚くお礼申し上げます。

最後に、大学院まで進学させてくれたに両親に深く感謝します。本当にありがとうございました。