

# 非線形光学結晶挿入型 重力波検出器の応答と不安定性

宗宮研究室

柳沼 拓哉

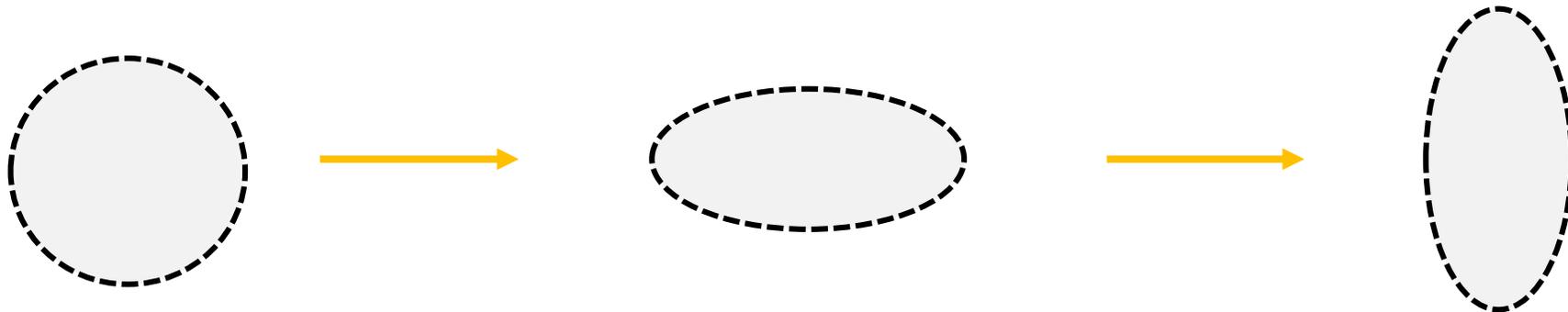
# 目次

1. イントロダクション
2. 非線形光学結晶挿入型干渉計
3. 伝達関数とナイキスト線図
4. 不安定性の計算結果と検証
5. まとめ

# イントロダクション

# 重力波

- 重力波：一般相対性理論で予言された「時空のさざなみ」  
>>重力を発生させる質量が運動することにより発生  
例：中性子星連星、ブラックホール
- **アメリカの重力波検出器LIGOで観測されました！**
- 重力波の性質：自由質点間の距離を四重極に変化させる

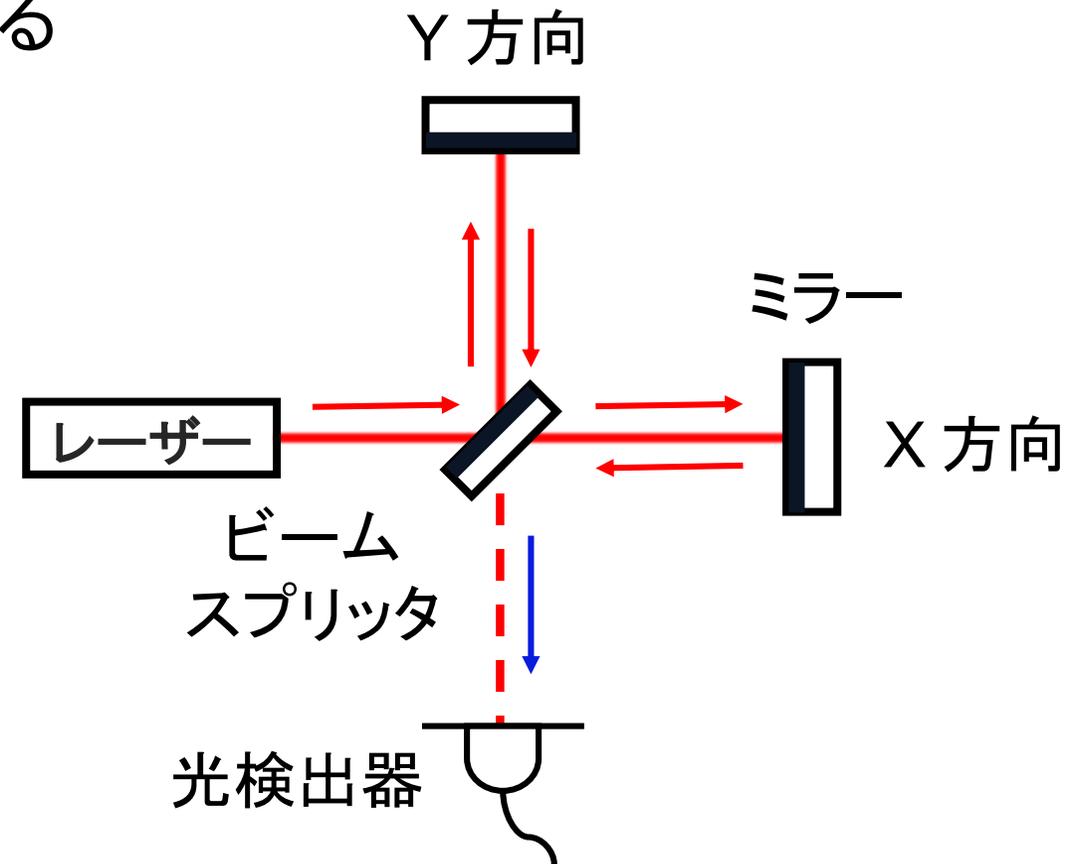


# マイケルソン干渉計

- 重力波の測定→マイケルソン干渉計を用いる
- X方向とY方向の光路差がレーザーの波長の整数倍→光検出器は暗縞

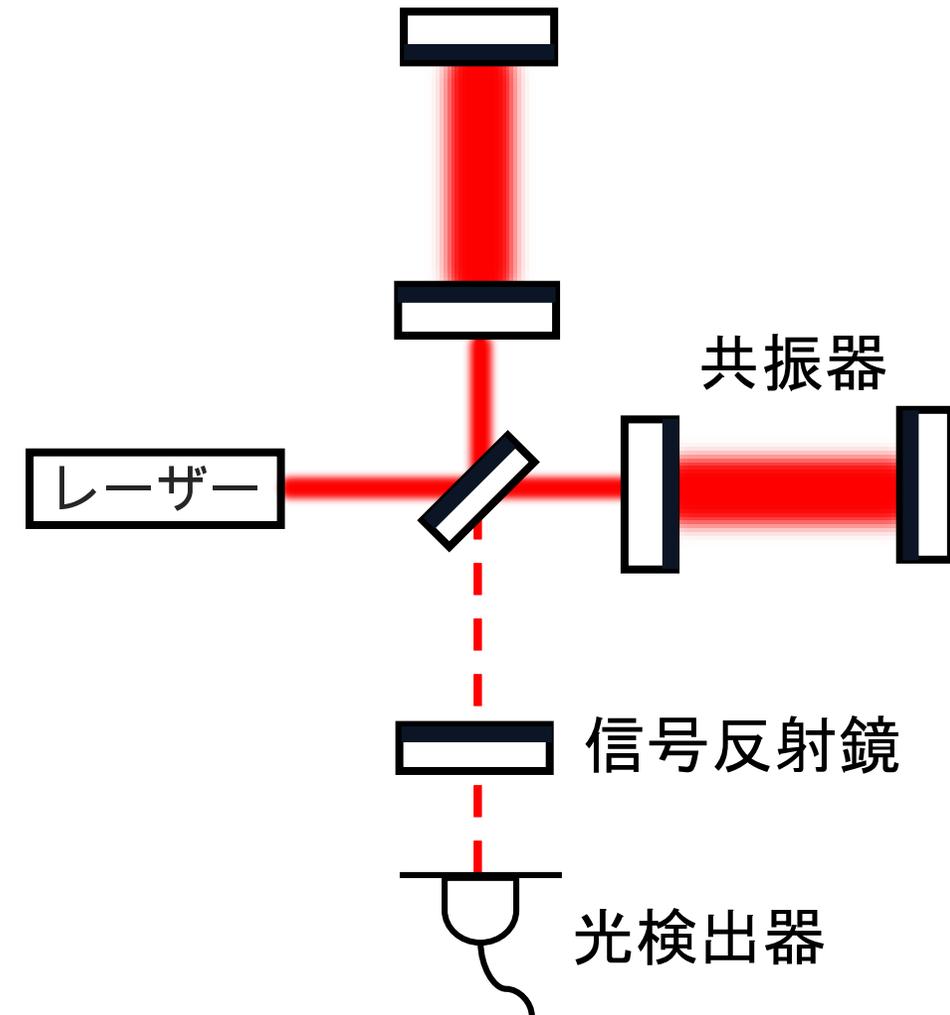
↓ 重力波が入射

光路差が波長の整数倍からズレてしまい  
光検出器側に信号が漏れてくる



# ファブリーペロー・シグナルリサイクリング

- ファブリーペロー共振器
  - >> レーザーの実効パワーを上げる
  - >> 信号を増幅することが可能
  - >> 雑音を減らすことが可能
- シグナルリサイクリング共振器
  - >> 光検出器側に漏れた信号を  
マイケルソン干渉計に打ち返す
  - >> 信号を効率よく取り出すことが可能



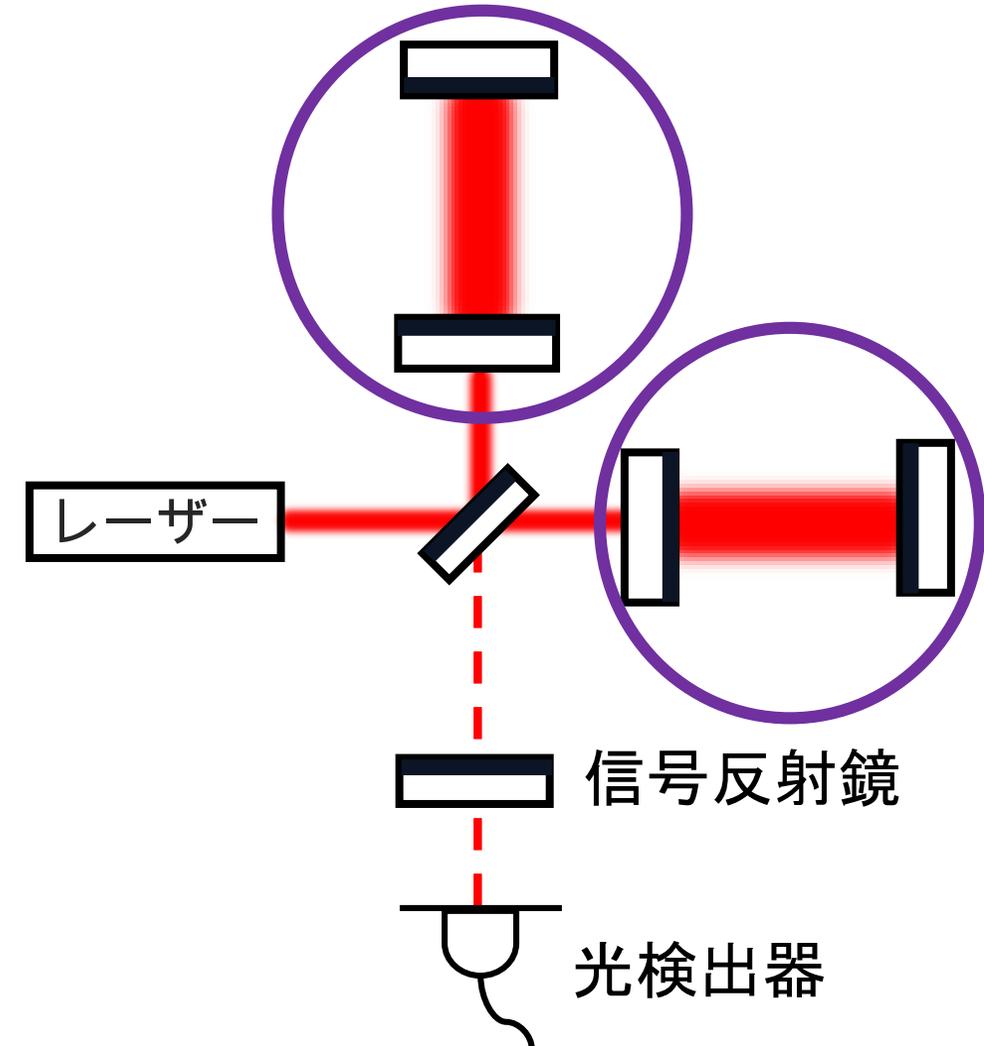
# ファブリーペロー・シグナルリサイクリング

- **ファブリーペロー共振器**

- >> レーザーの実効パワーを上げる
- >> 信号を増幅することが可能
- >> 雑音を減らすことが可能

- **シグナルリサイクリング共振器**

- >> 光検出器側に漏れた信号を  
マイケルソン干渉計に打ち返す
- >> 信号を効率よく取り出すことが可能





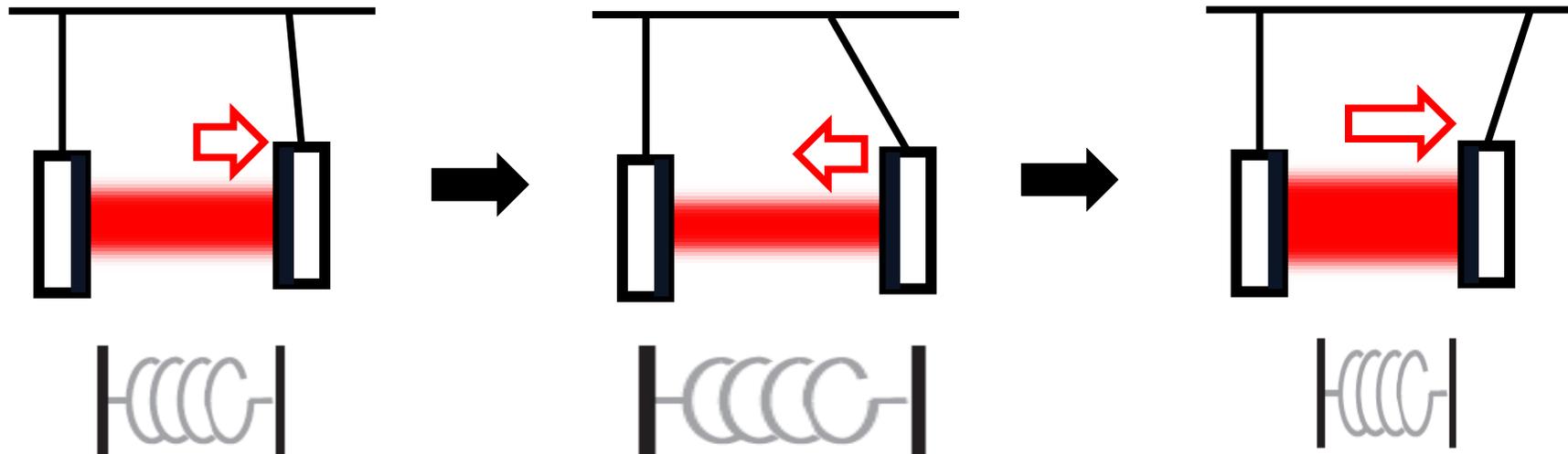
# 光バネ

- 光バネ:

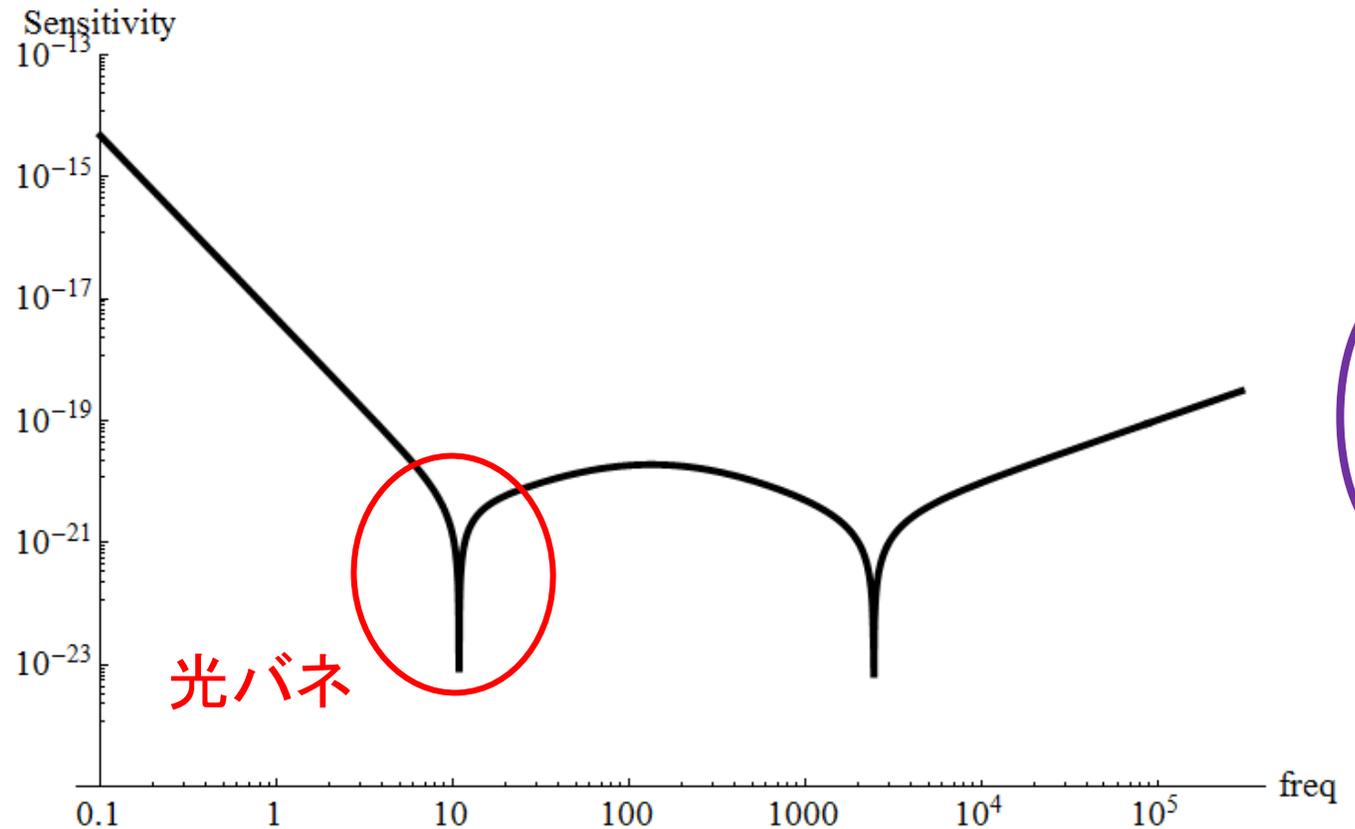
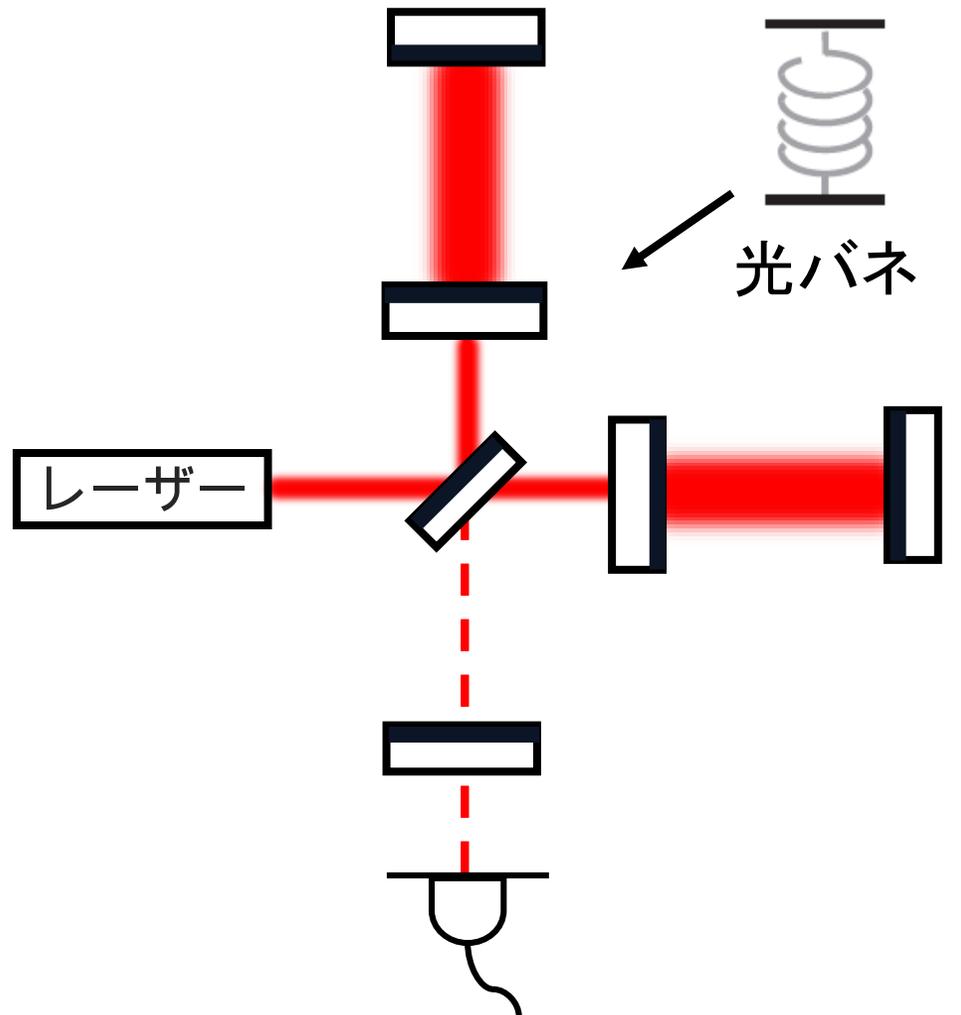
- >>共振器で起きる、光の輻射圧がバネのように働く現象

- >>固有周波数を持ち、その帯域で感度を飛躍的に向上させる

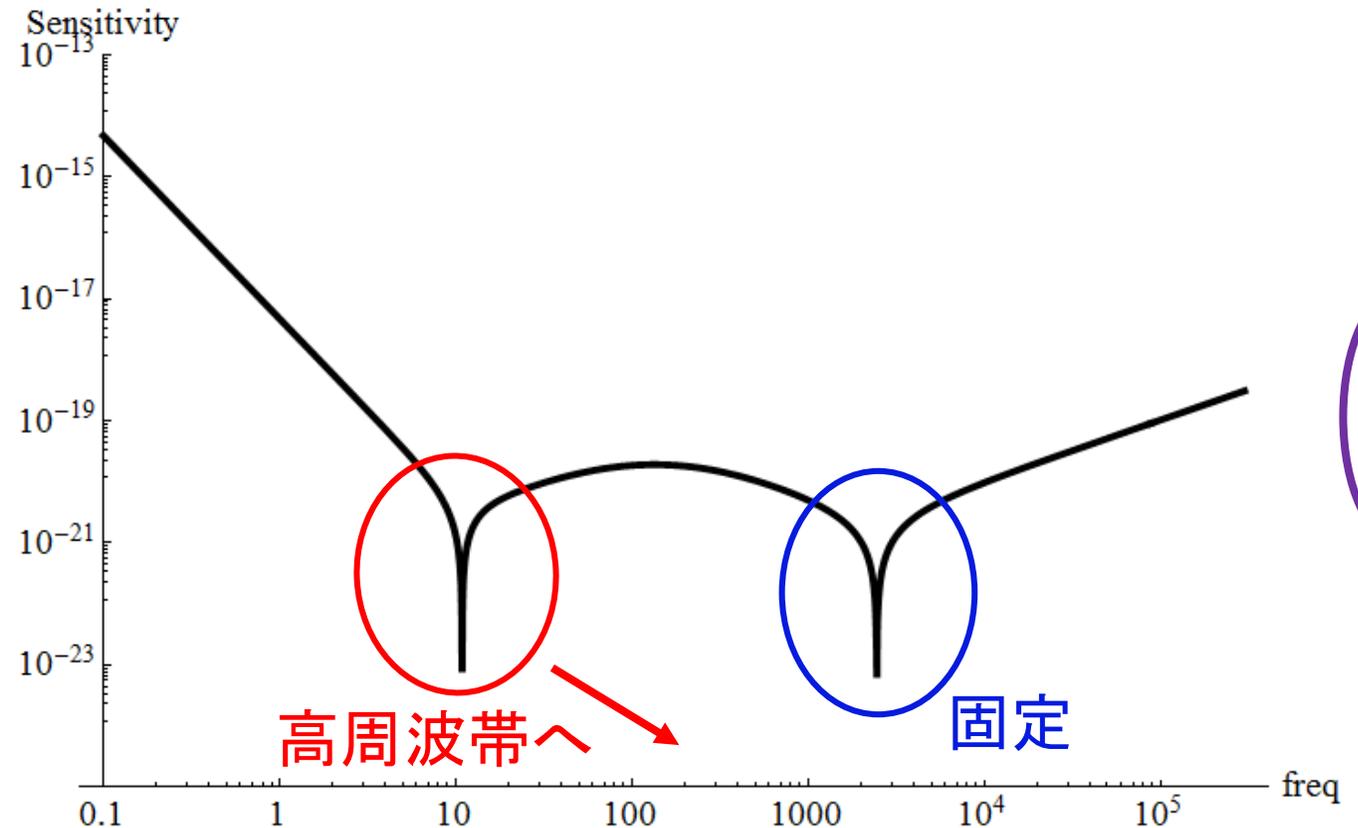
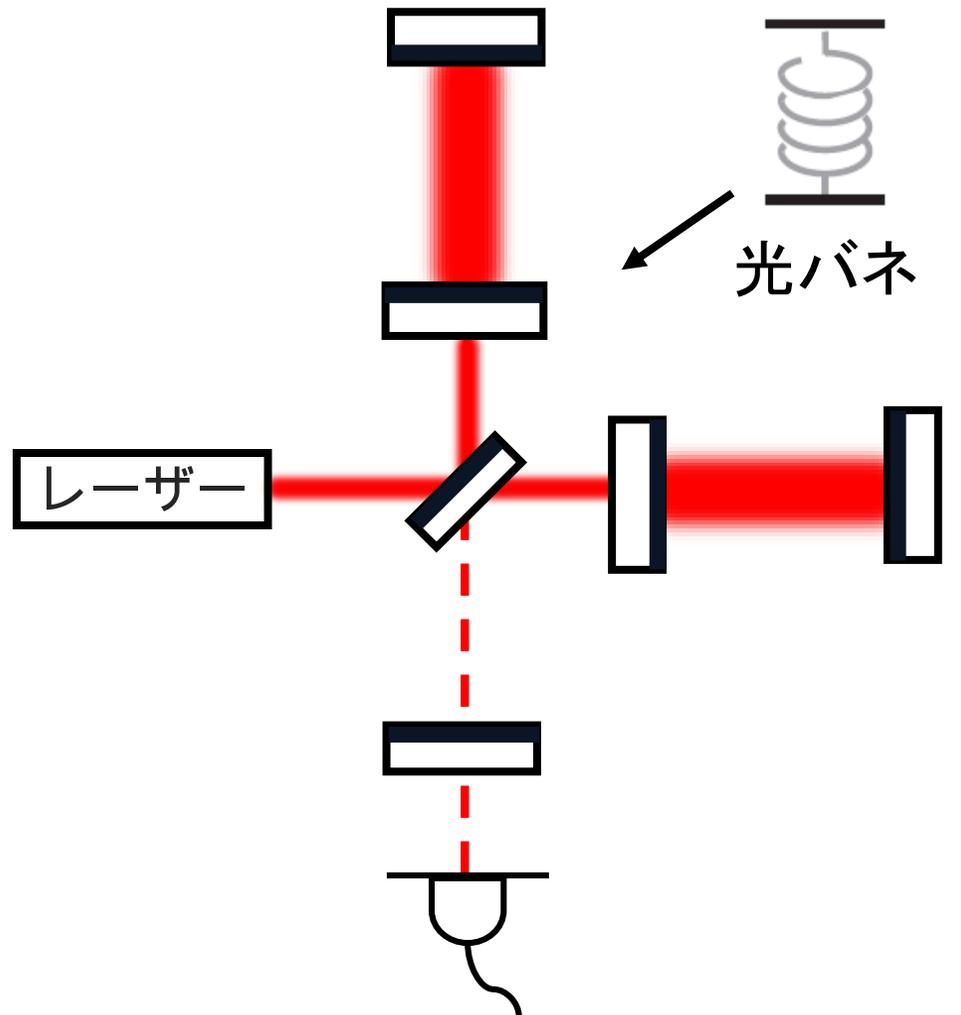
- 光バネの発生:



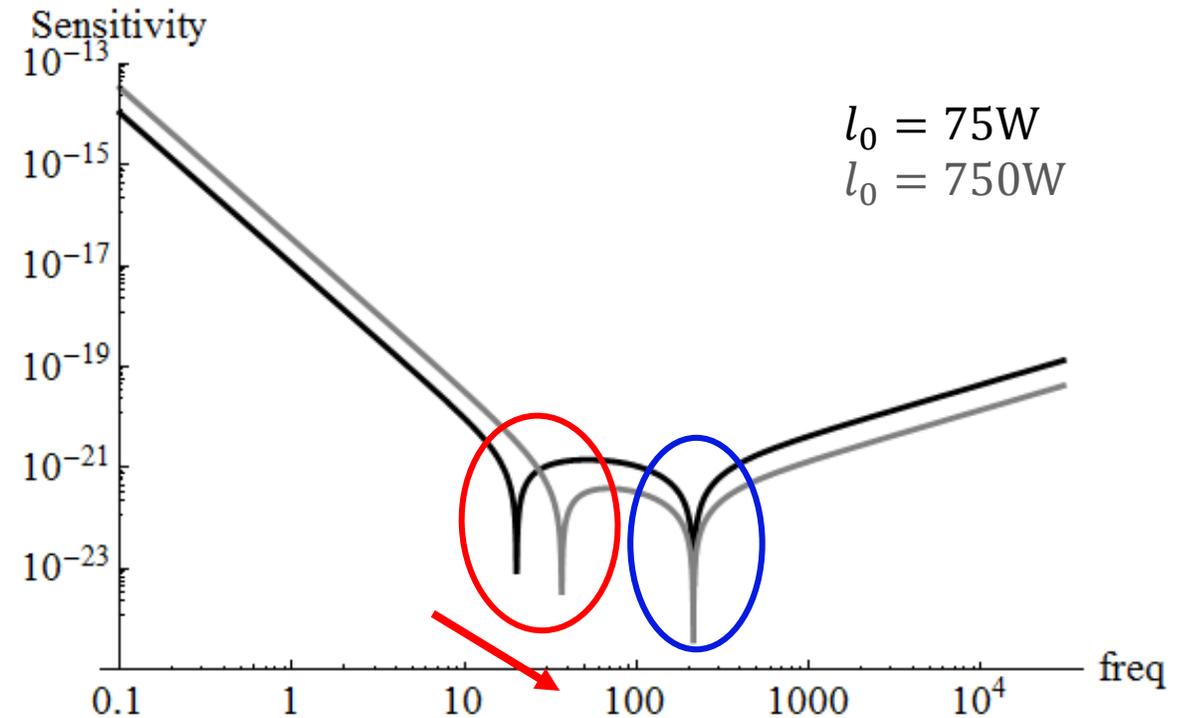
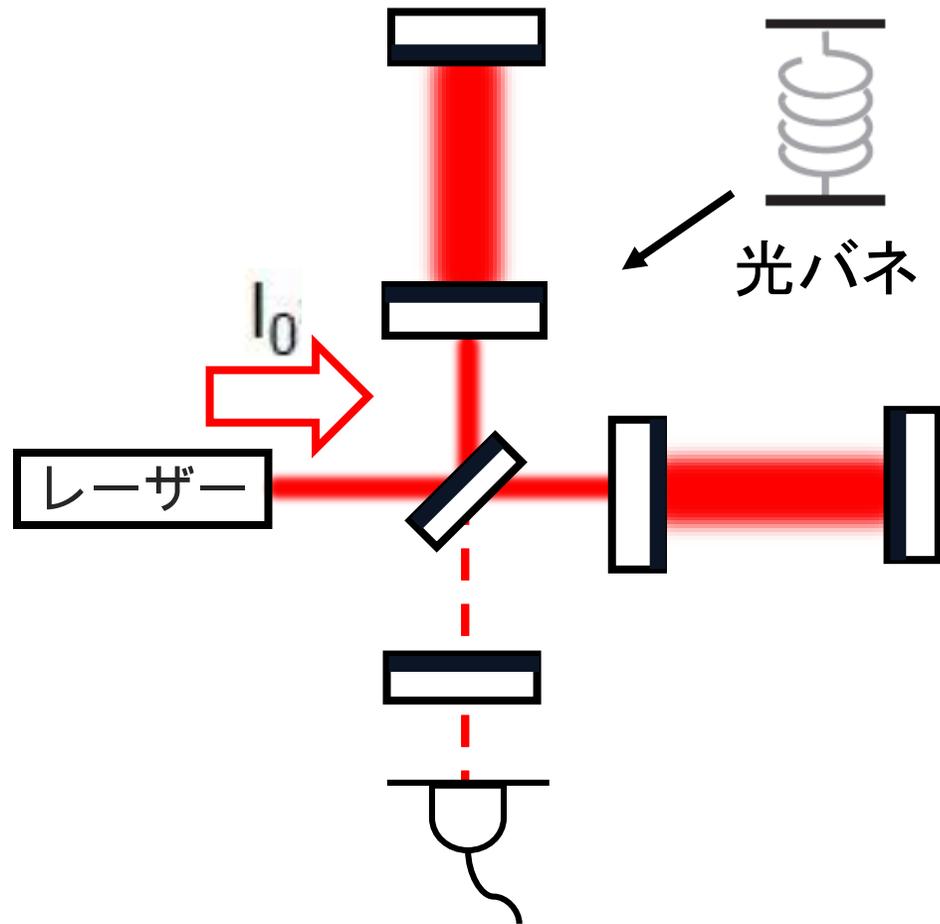
# リサイクリング干渉計 量子雑音感度曲線



# リサイクリング干渉計 量子雑音感度曲線



# リサイクリング干渉計 入射パワーと感度



レーザーの入射パワーを上げれば  
右の谷を保ち左の谷を寄せられる！

実現は難しい...



非線形結晶を挿入

# 非線形光学結晶挿入型干渉計

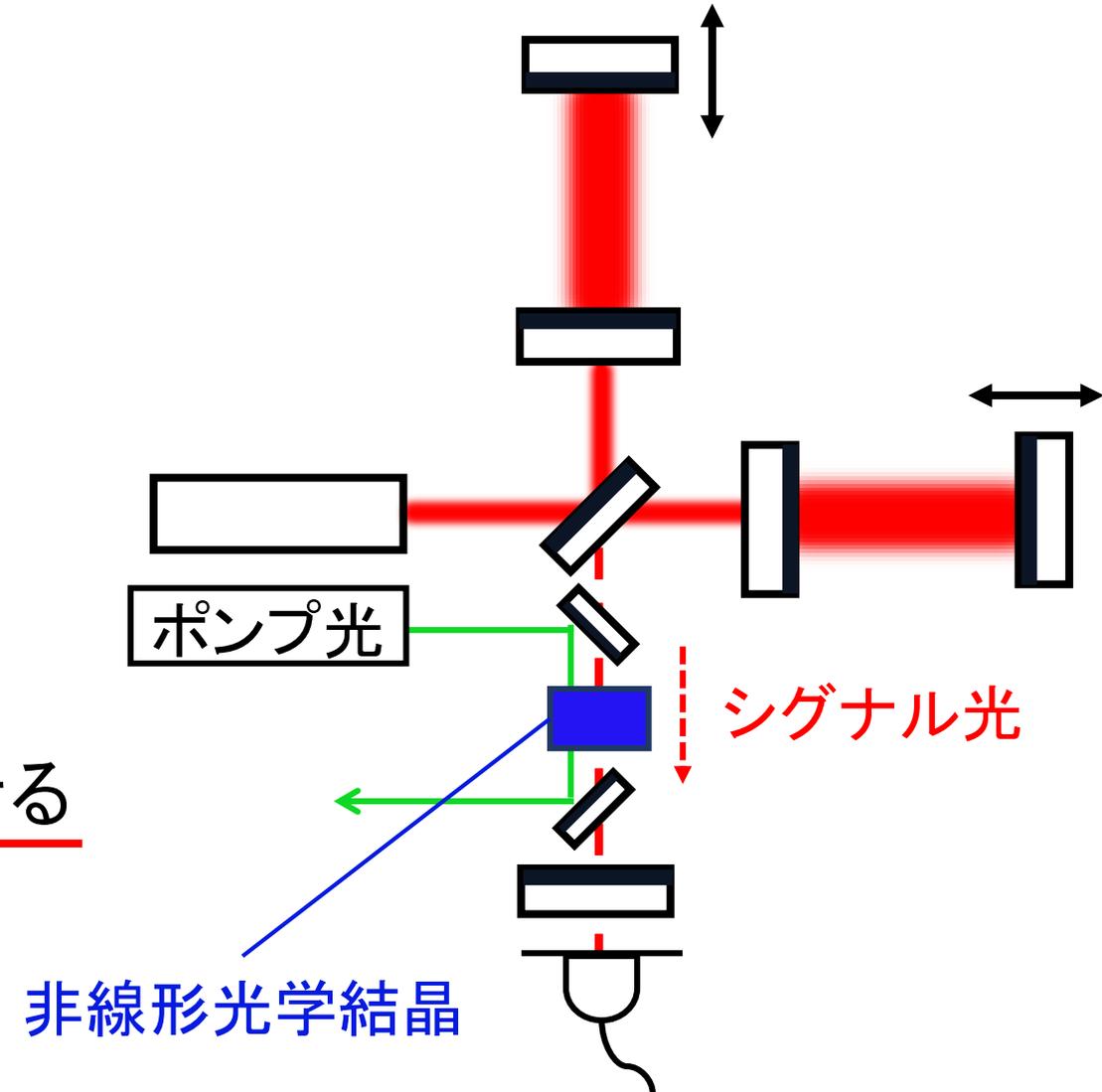
# 非線形光学結晶挿入型干渉計(1)

- ビームスプリッタと信号反射鏡の間に非線形光学結晶を設置



- 非線形光学効果を用いて微弱な重力波信号を増幅することが可能

⇒ 入射パワー  $I_0$  を実効的に上昇させる

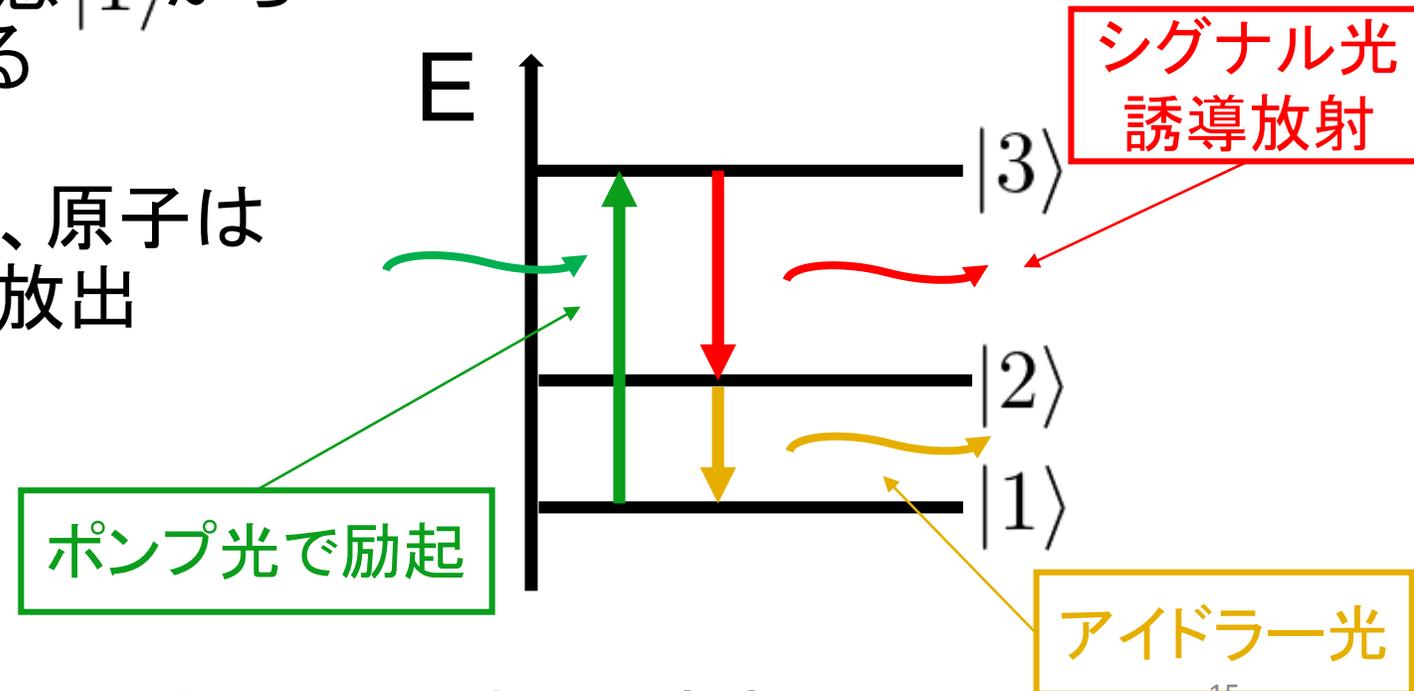
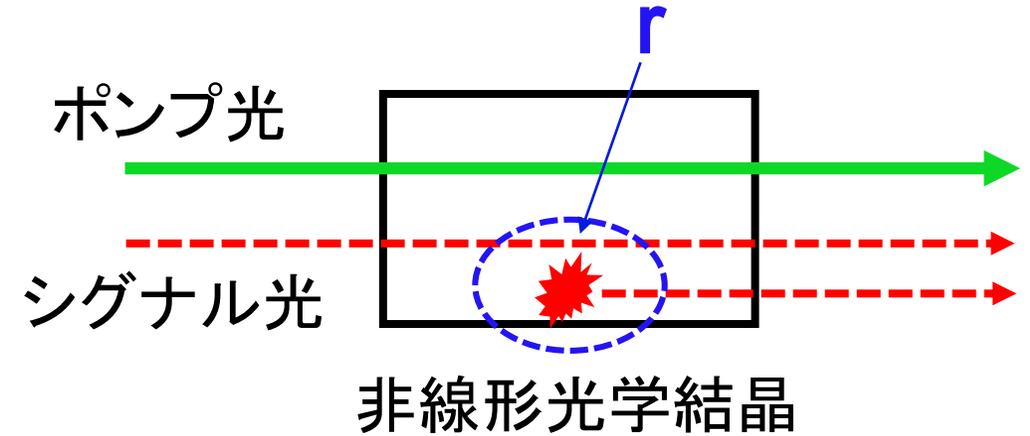


# 信号増幅の原理

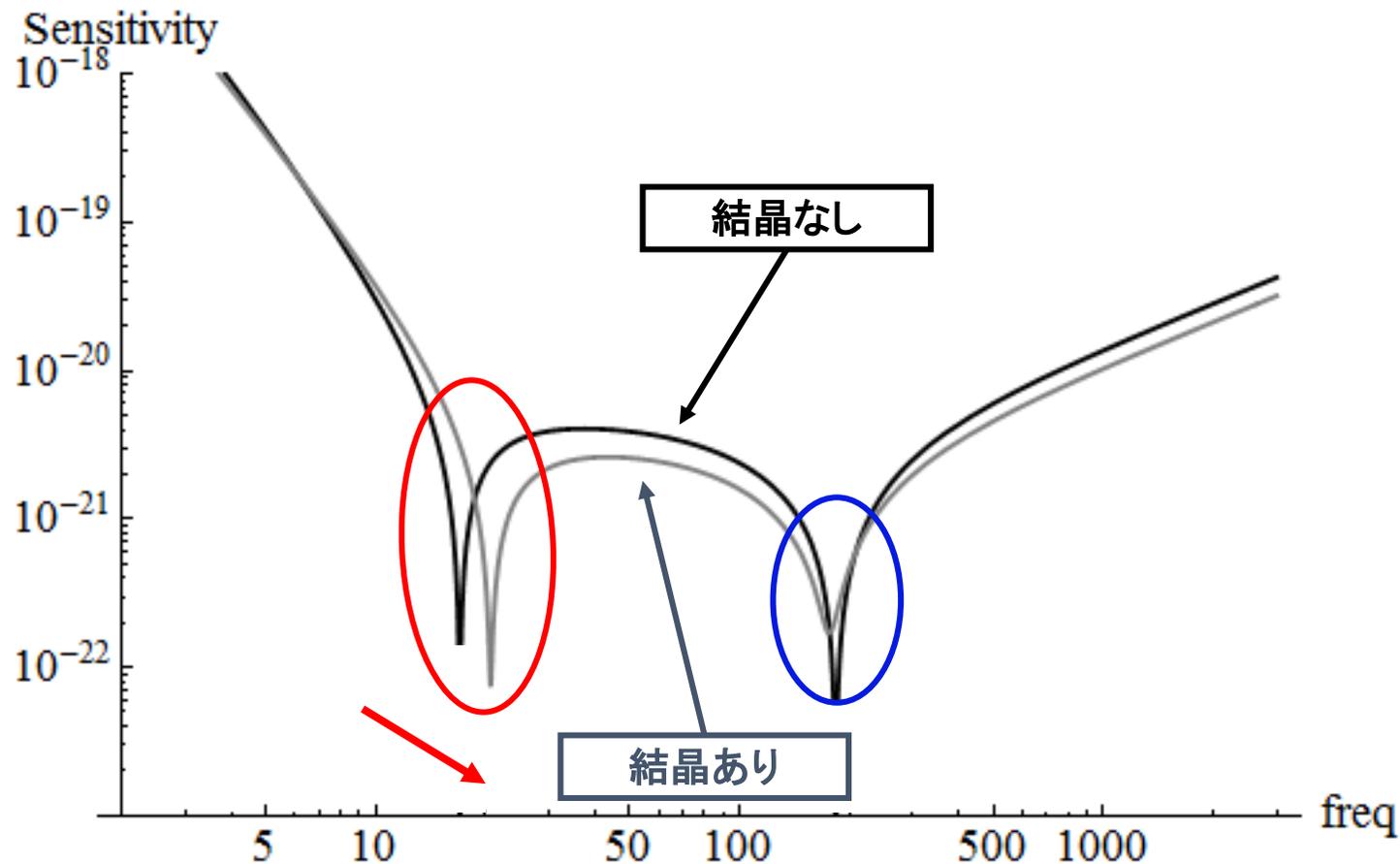
## • 信号増幅原理

- ① 結晶に**ポンプ光**と**シグナル光**が入射
- ② ポンプ光により原子は初期状態  $|1\rangle$  から仮想励起状態  $|3\rangle$  へ励起される
- ③ シグナル光の誘導放射により、原子はシグナル光と同周波数の光を放出

$r$ : スクイーミングファクター:  
どれだけ信号を増幅できるか



# 結晶挿入型干渉計 量子雑音感度曲線



**非線形結晶を挿入することによって  
右の谷は固定して左の谷を高周波側に寄せることができた！**

学士論文発表会(2016年2月23日,宗宮研究室)

# 非線形光学結晶挿入型干渉計(2)

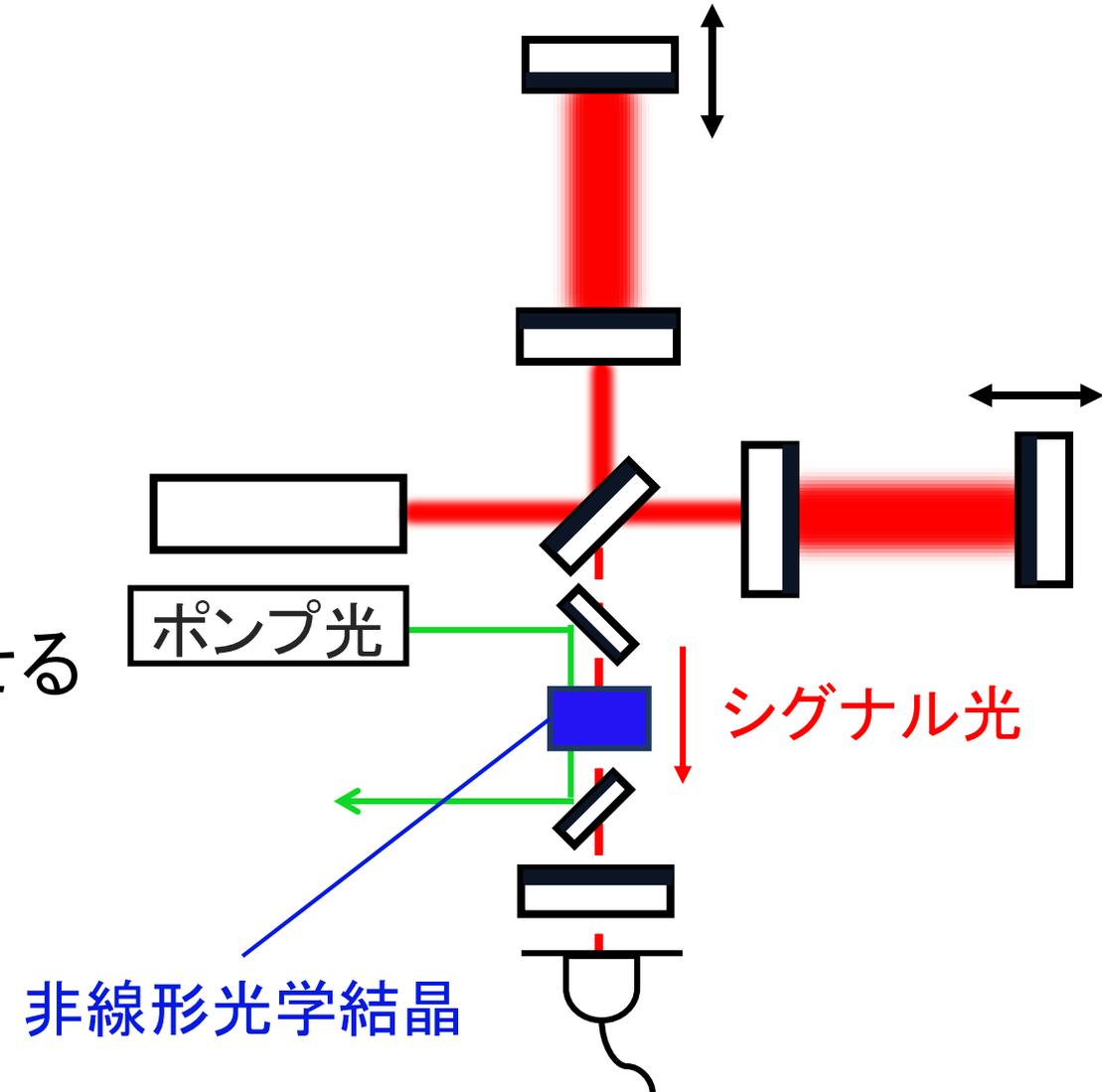
- ビームスプリッタと信号反射鏡の間に非線形光学結晶を設置



信号 ポンプ光

- 非線形光学効果を用いて微弱な重力波信号を増幅することが可能

⇒ 入射パワー  $I_0$  を実効的に上昇させる



# 非線形光学結晶挿入型干渉計(2)

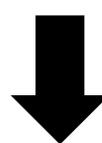
- ビームスプリッタと信号反射鏡の間に非線形光学結晶を設置



信号 ポンプ光

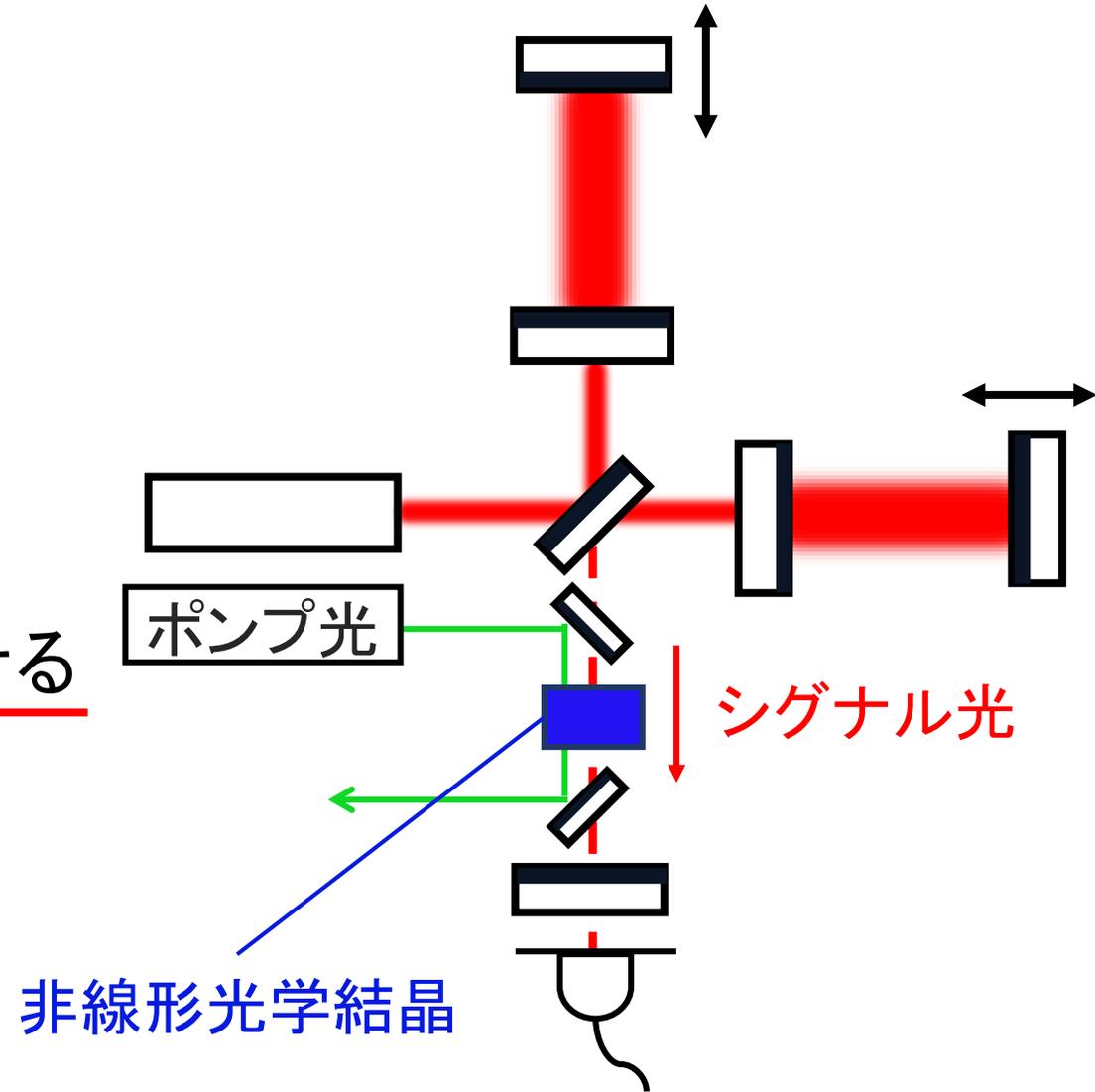
- 非線形光学効果を用いて微弱な重力波信号を増幅することが可能

⇒ 入射パワー  $I_0$  を実効的に上昇させる



先行研究より

信号を増幅したことにより、  
システム全体が不安定化する可能性



# 光学不安定性

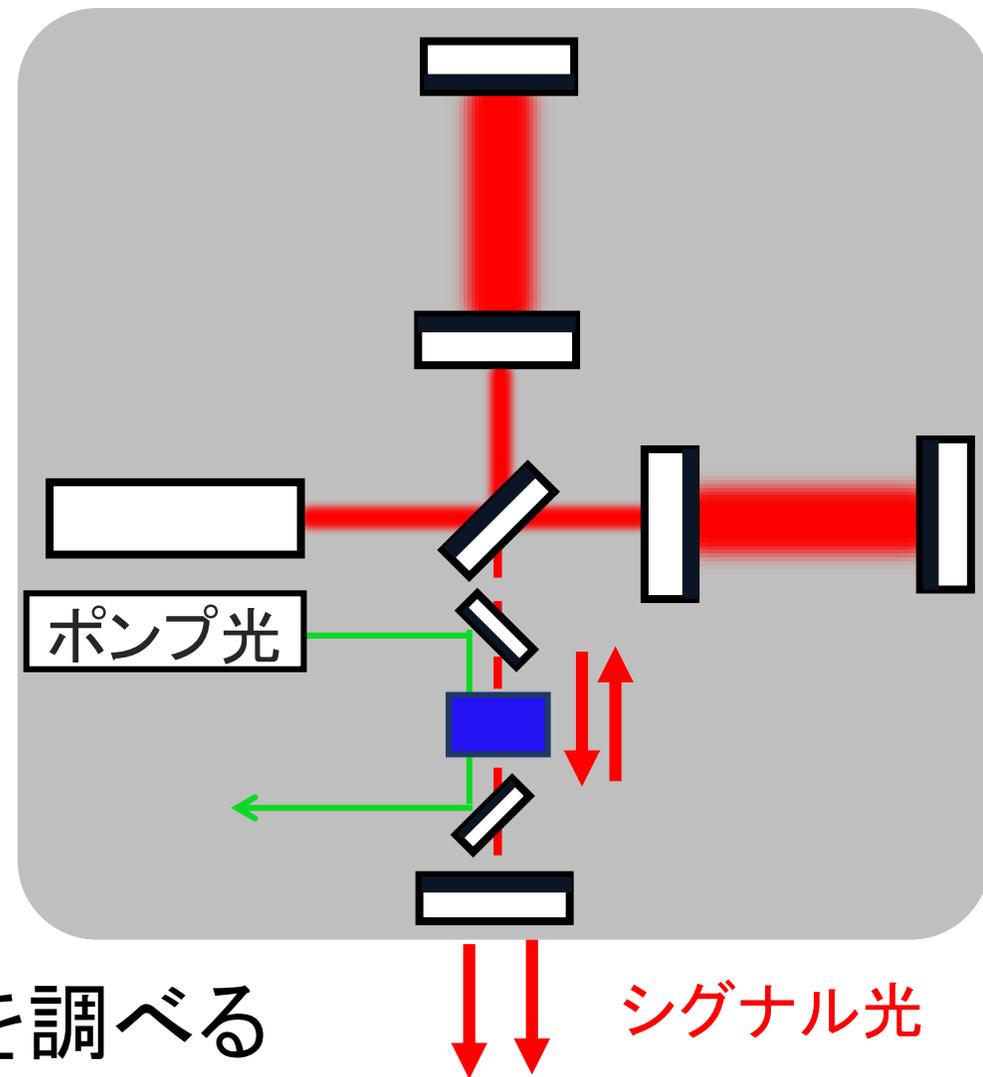
- **光学不安定性:**  
増幅されたシグナル光によって  
干渉計自体が**シグナル光と同周波数の  
レーザー発振**してしまう現象
- **発生条件:**

干渉計における  
信号光の損失

信号が増幅  
される割合



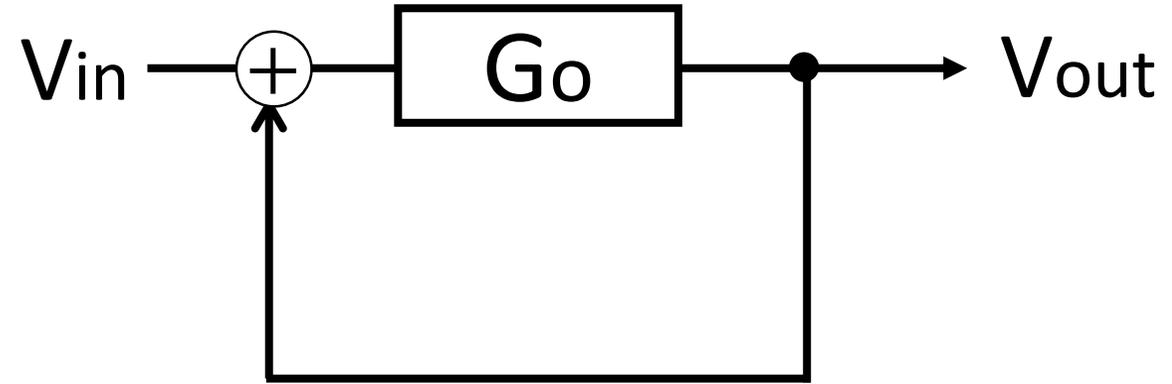
➔ 干渉計の伝達関数から不安定性を調べる



# 伝達関数とナイキスト線図

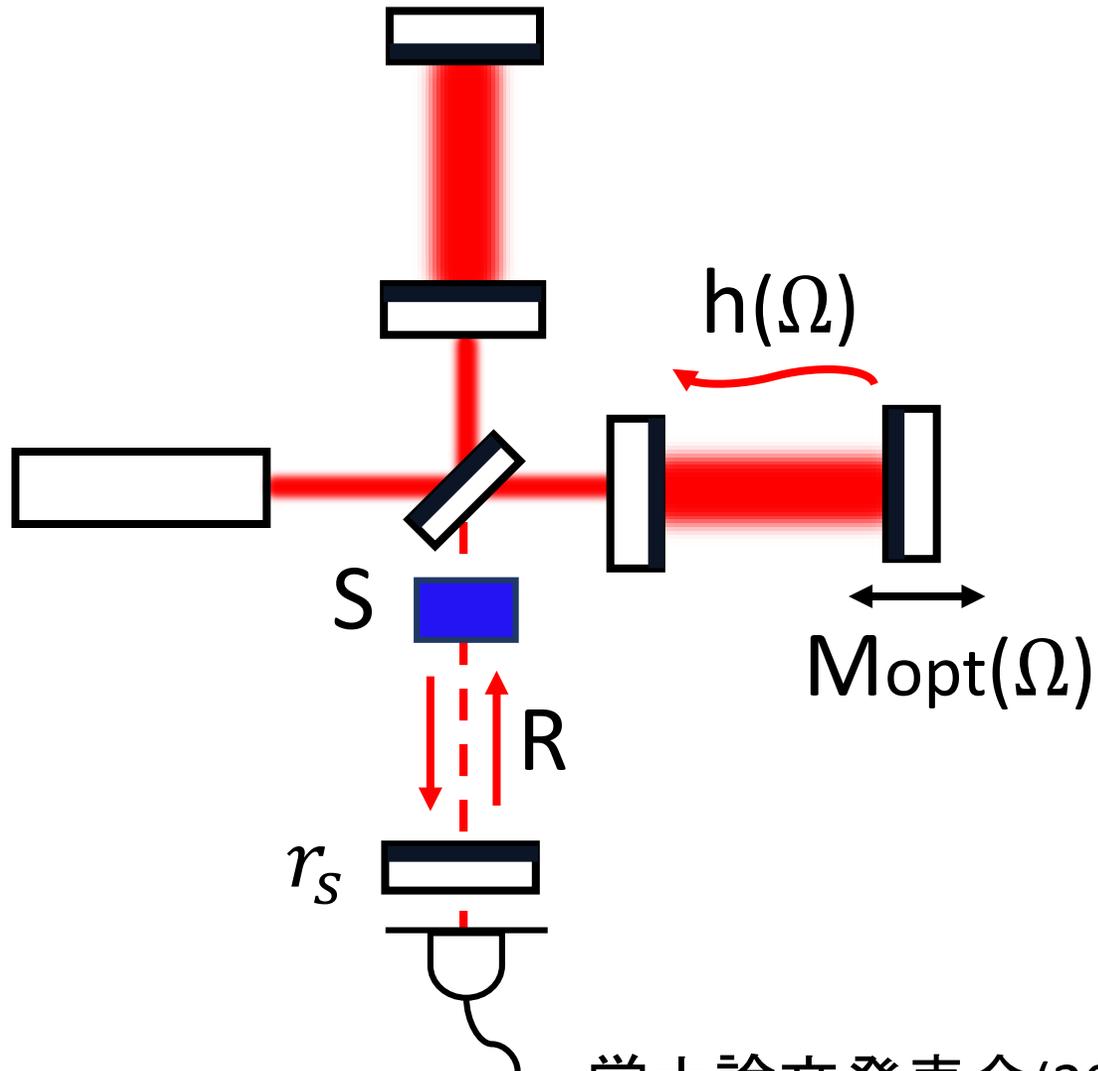
# 伝達関数法

- 伝達関数:  
制御系の出力と入力の比で定義
- 開ループ伝達関数 $G_o$ :  
フィードバックがない場合の入出力の比
- 閉ループ伝達関数 $G_c$ :  
フィードバックまで含めた入出力の比



$$G_c = \frac{G_o}{1 - G_o}$$

# 結晶挿入型干渉計の伝達関数(1)



- 入力を重力波信号 $h(\Omega)$ として考える

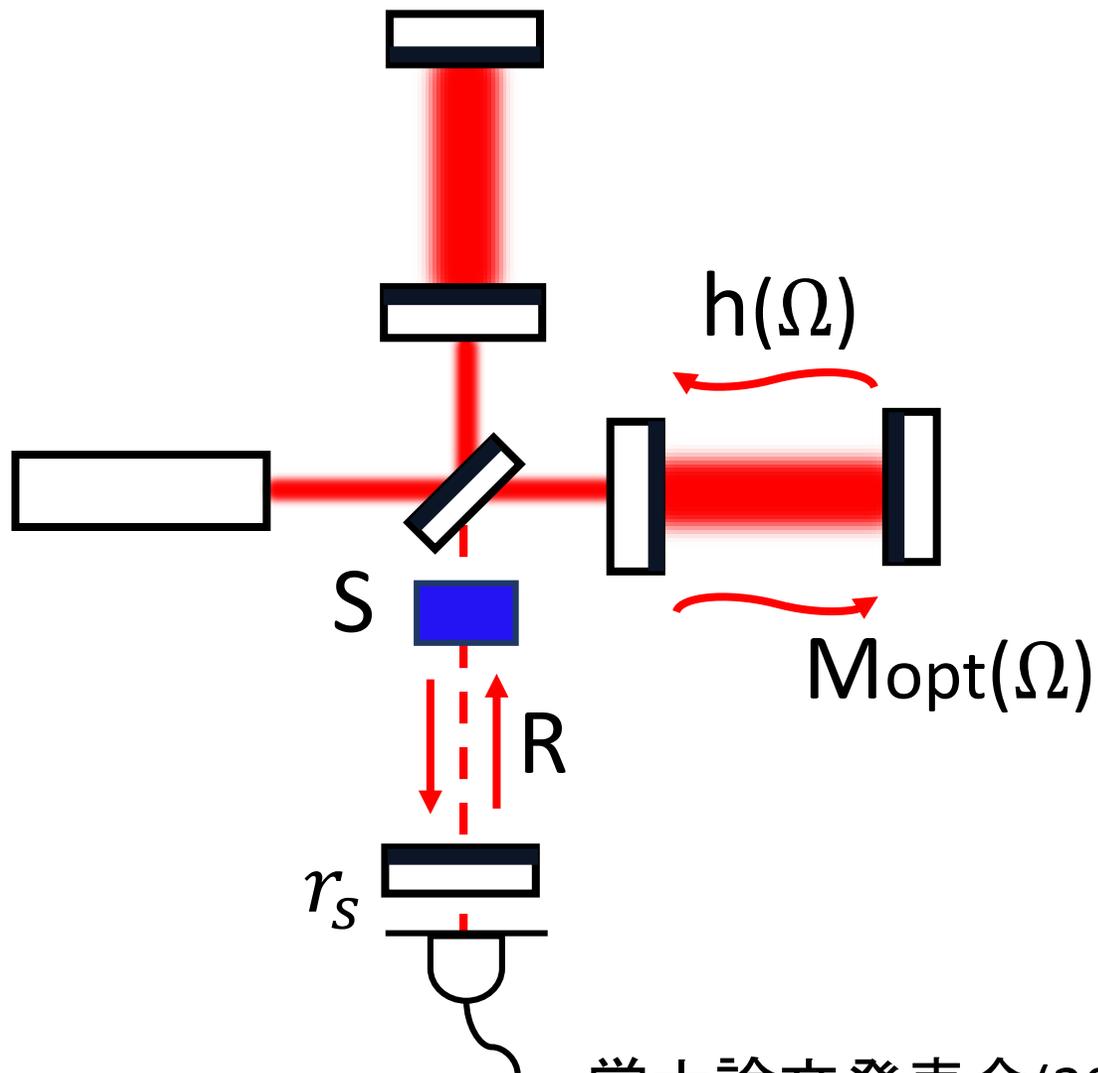
$M_{opt}$ : 重力波により揺らされた  
エンド鏡の応答関数

$S$ : 非線形光学結晶による  
信号増幅応答関数

$R$ : シグナルリサイクリング共振器に  
おける信号光の回転

$r_s$ : 信号反射鏡の振幅反射率

# 結晶挿入型干渉計の伝達関数(2)



- 伝達関数を求めると

$$G_o = M_{opt} R r_s R S,$$
$$G_c = G_o [1 - G_o]^{-1}$$



系が安定となるためには  
閉ループ伝達関数  $G_c$  の  
不安定極の数がゼロであればよい

# ナイキストの安定判別法(1)

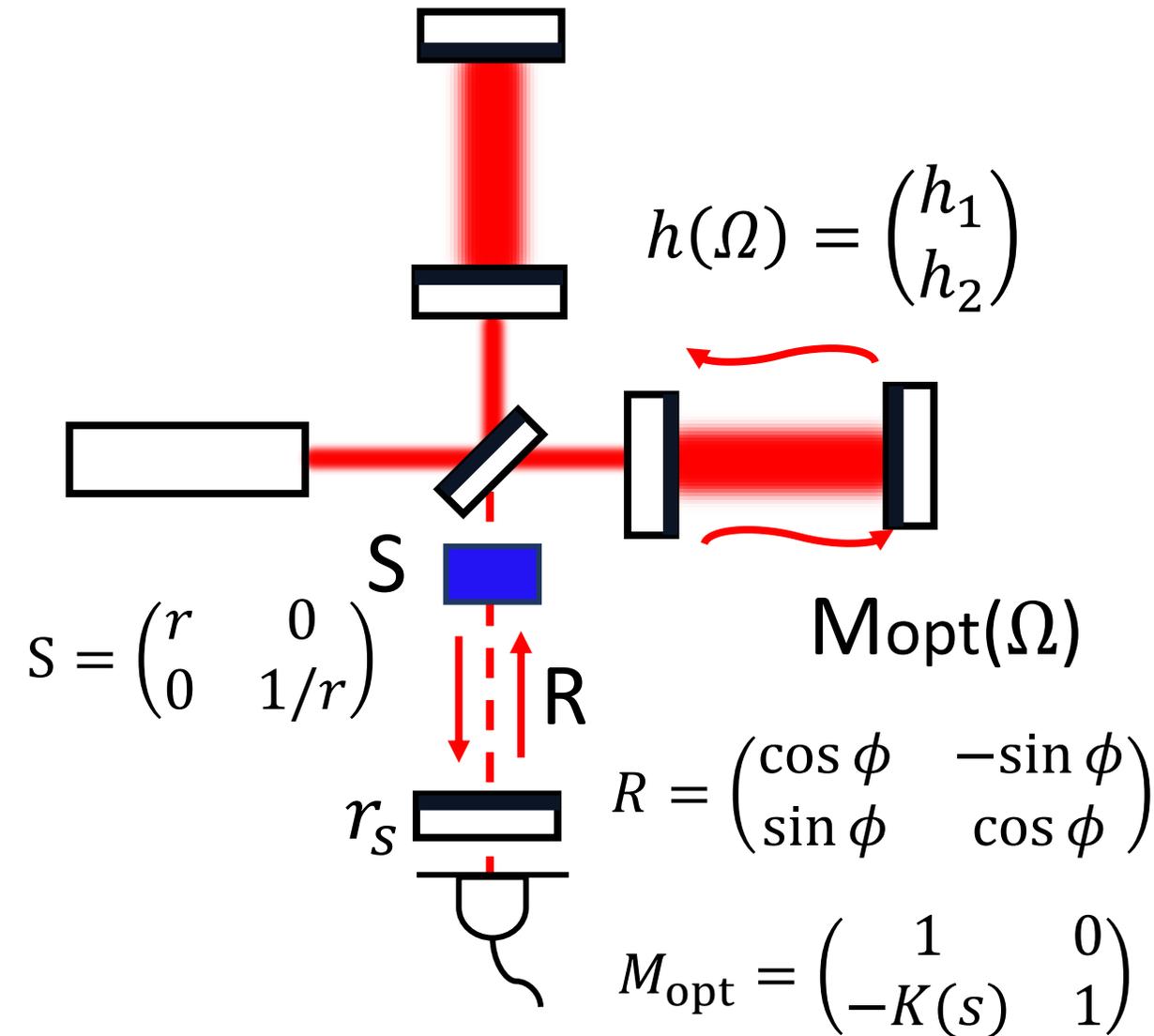
- ナイキストの安定判別法  
->フィードバック系(=閉ループ系)の安定判別で使われる方法

閉ループ伝達関数  $G_c$  の安定性を、開ループ伝達関数  $G_o$  のベクトル線図から判別  $\longrightarrow$  計算が容易になる

- $G_o$  のベクトル線図で、 $(1,0)$  の点を時計回りに回る回数  $:= N$
- $G_o$  の不安定な極(実部が正の極)の数  $:= \Pi$
- 閉ループ伝達関数  $G_c$  の不安定な極の数  $:= Z$

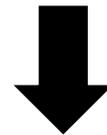
$$\text{閉ループ系が安定} \iff Z = N + \Pi = 0$$

# ナイキストの安定判別法(2)



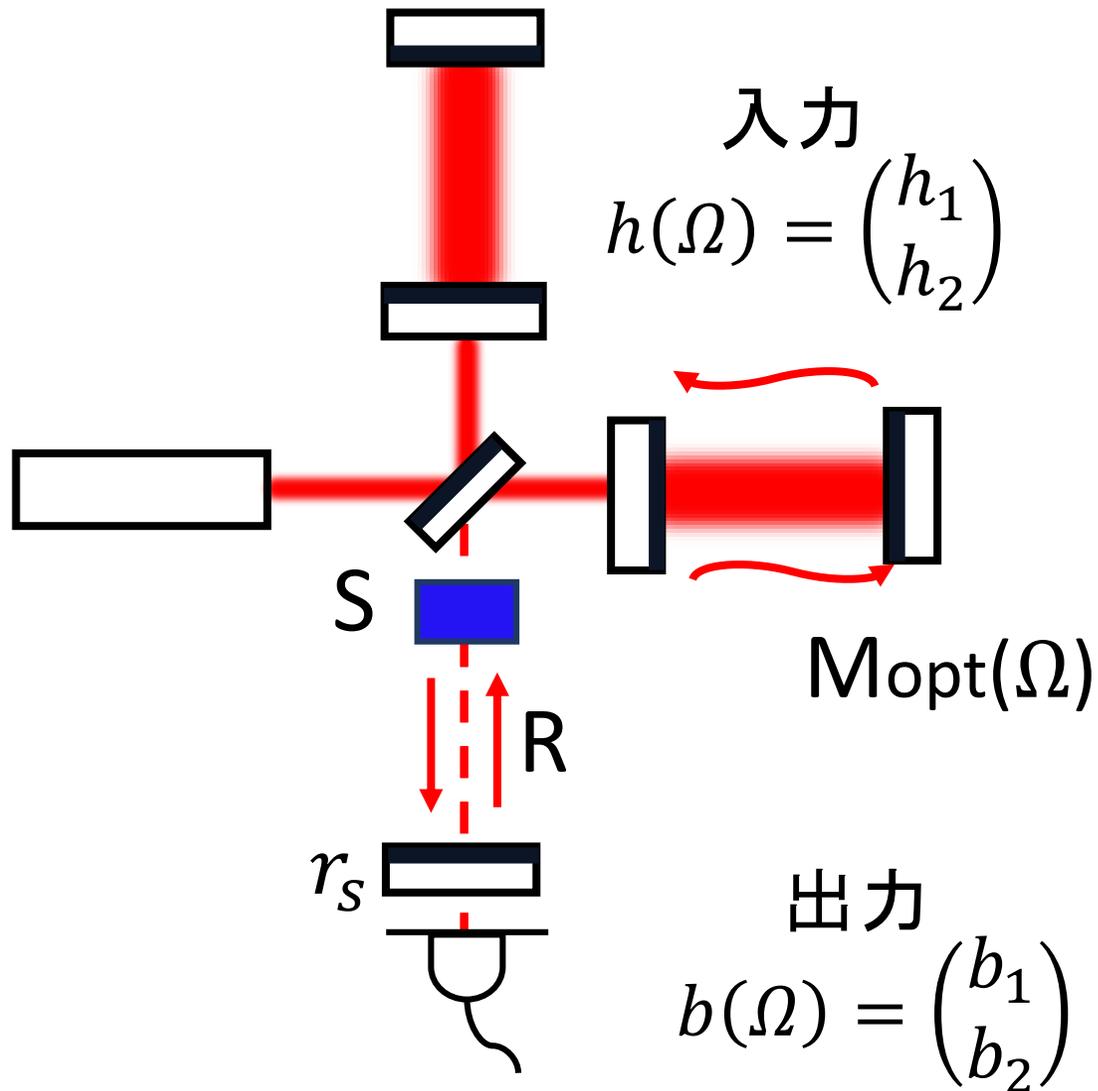
- 現在考えているフィードバック系では2入力2出力系なので伝達関数が $2 \times 2$ の行列表示

- 厳密に考えるためには工学の状態空間モデルを扱う必要



専門的な知識が必要なため難しい

# 伝達関数行列の簡易化



• より簡単に扱うための工夫:

- ◆ 重力波の入力は  $h_1 = 0$ ,
- ◆ 取得する信号は出力の  $b_2$  成分

↓  
行列の22成分のみ見ればよい

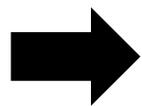
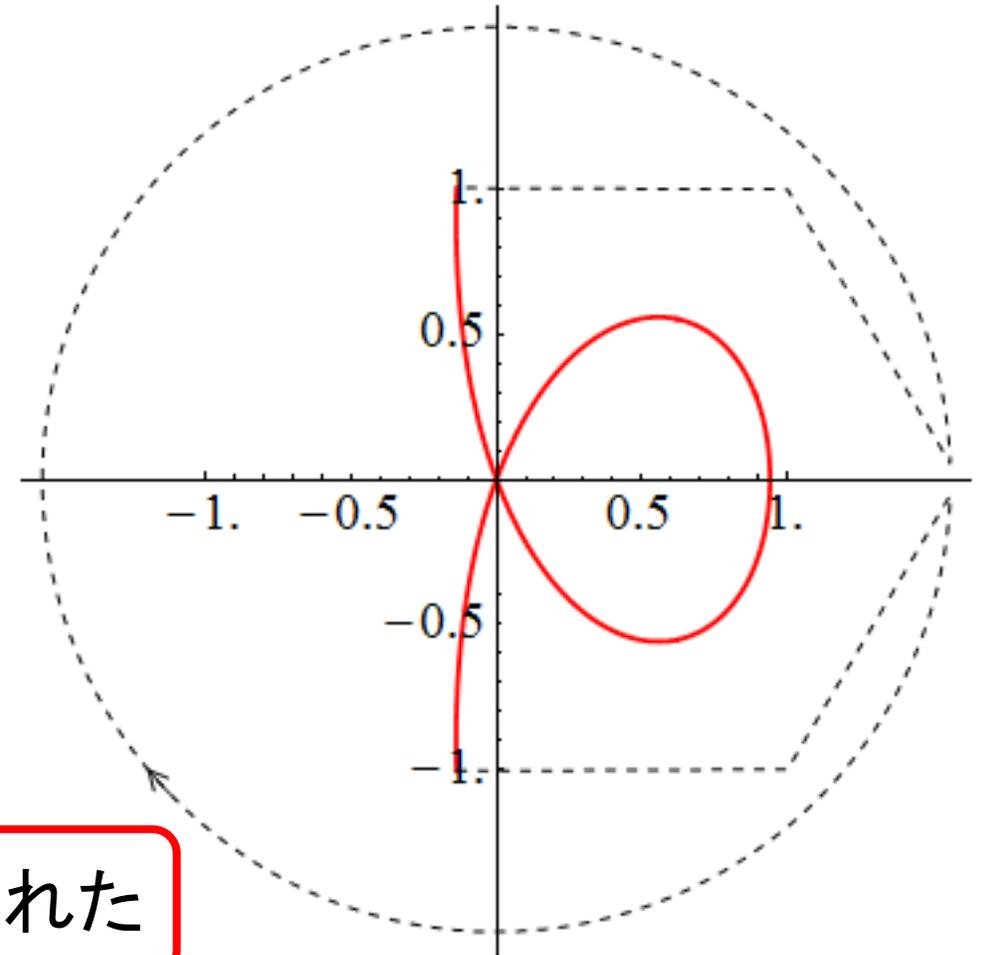
$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

伝達関数行列

# 不安定性の計算結果と検証

# ナイキスト線図から見る光学不安定性

- 開ループ伝達関数の行列の22成分について不安定極の数:  $\Pi = 2$
- 22成分のナイキスト図(右図)より(1,0)を時計回りに巻く回数:  $N = 0$
- 閉ループ系伝達関数の不安定極の数:  
 $Z = N + \Pi = 0 + 2 = 2$



閉ループ系が不安定であることが示された

# 光学不安定性に関する検証

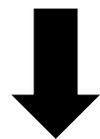
- 光学不安定性の発生条件は

干渉計における  
信号光の損失

<

信号が増幅  
される割合

- 信号増幅率を上げればより不安定になるはず

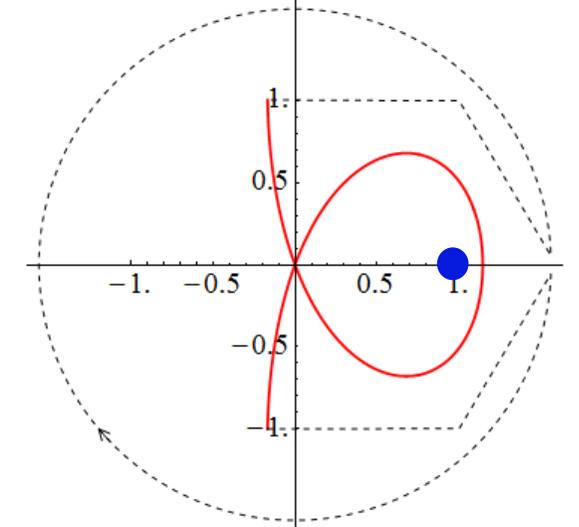
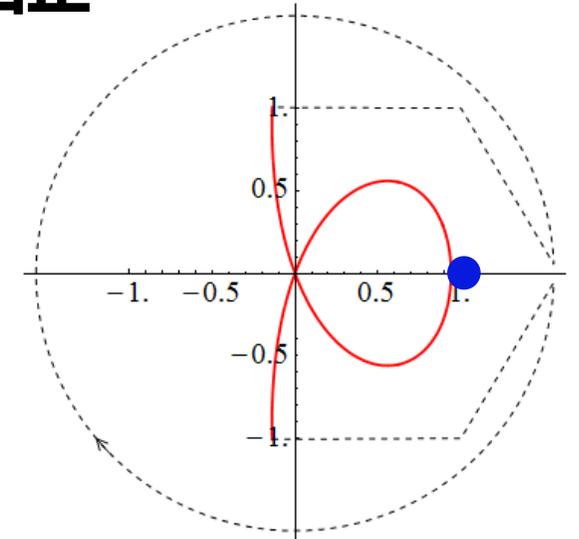


増幅率を上げると

(1,0) を1回反時計回りに巻く( $N = -1$ )ため、  
閉ループ系の不安定極の数が  $Z = N + \Pi = 1$  で減少



より安定な系となり、  
直感的な解釈と一致しない



# 光学不安定性に関する考察

先行研究より

- 共振器で見られる光バネの挙動には不安定性が伴う

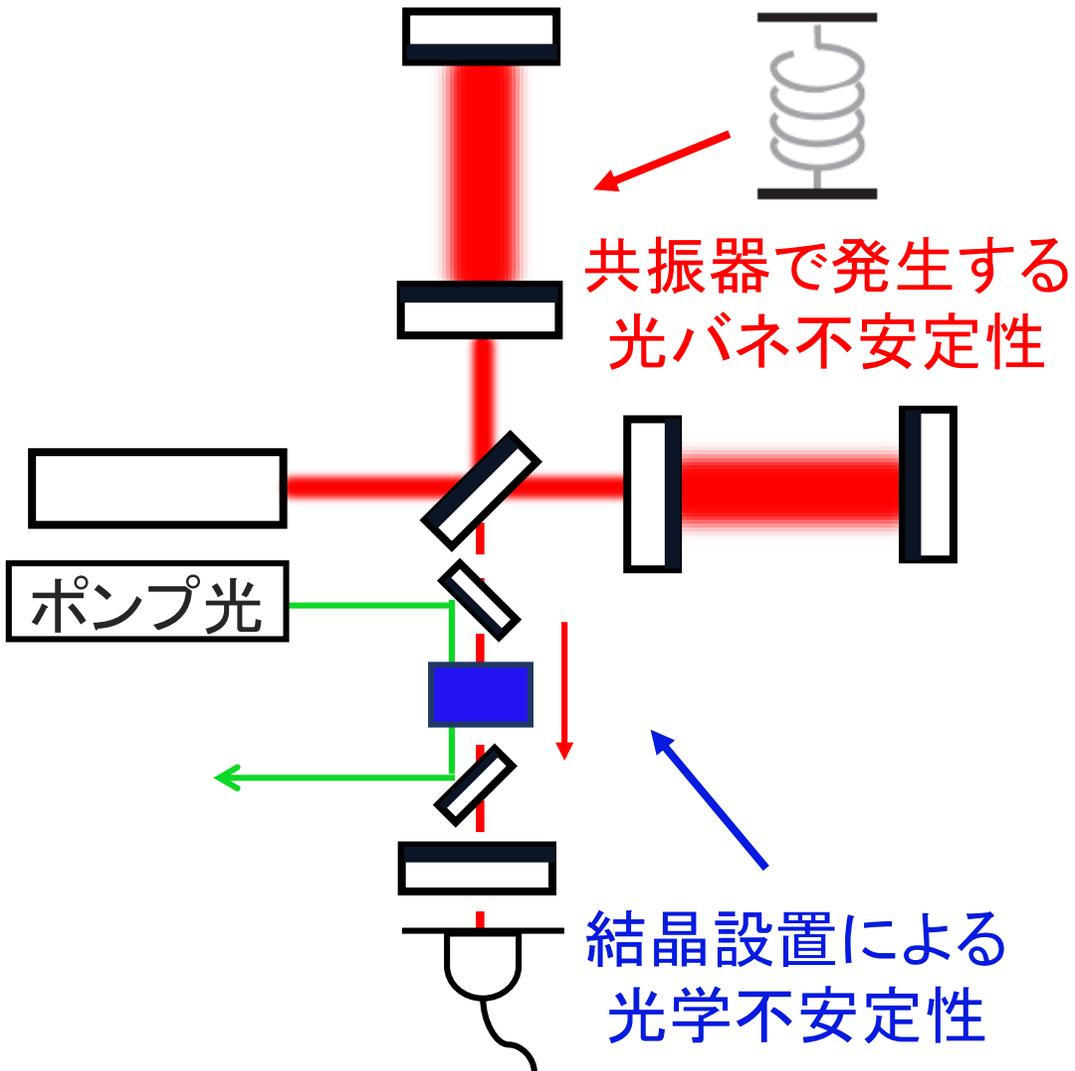


光バネ不安定性 > 光学不安定性



光学不安定性の振る舞いが  
光バネによる不安定性の振る舞いに  
隠されてしまっている？

➡ 検証の振る舞いと一致



# まとめ

# 結論

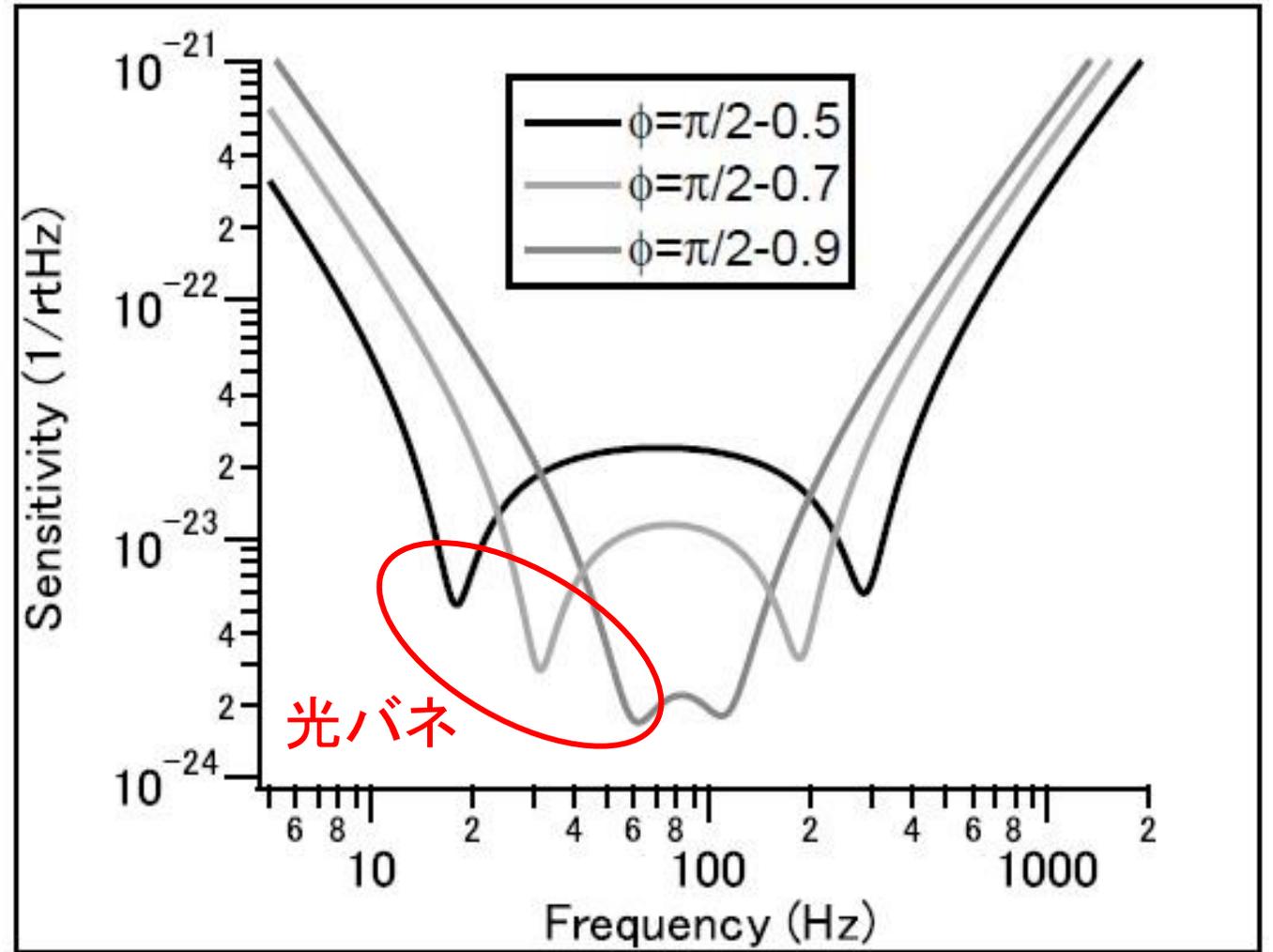
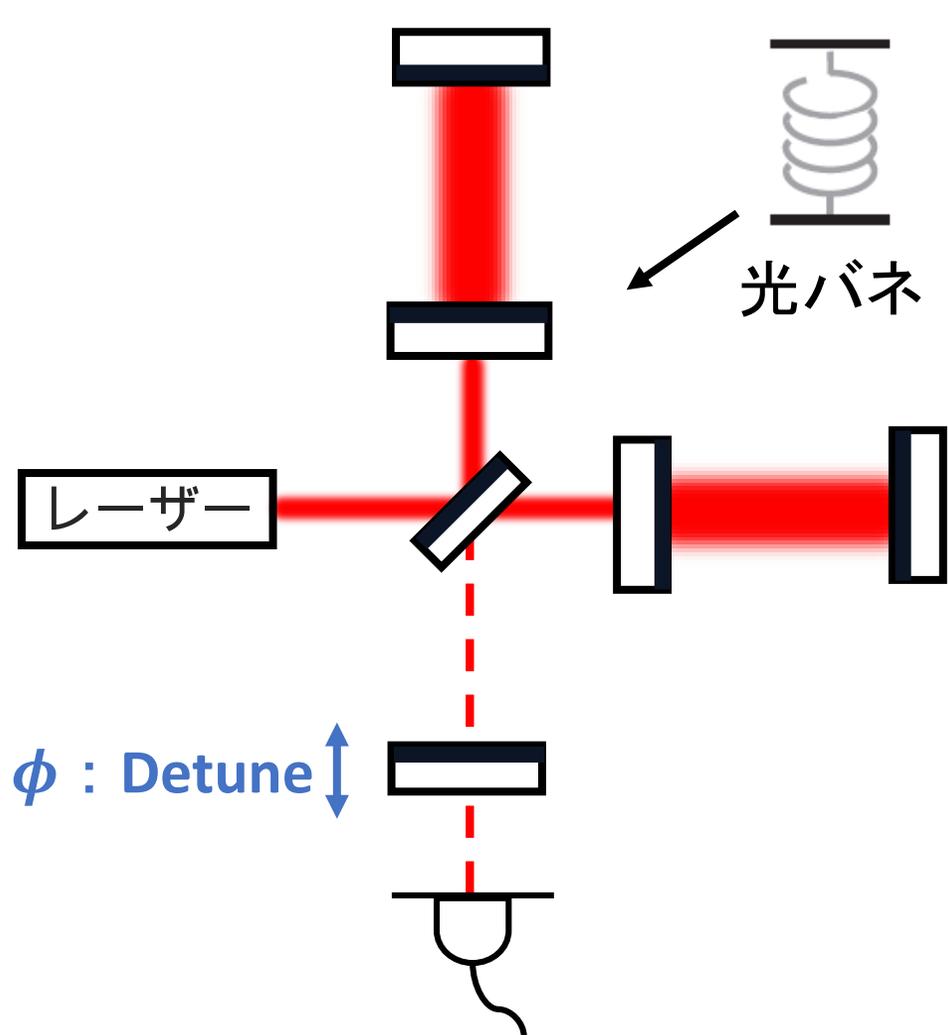
- 非線形光学結晶挿入型重力波検出器で、高周波帯での高感度を実現した
- システム全体がレーザー発振してしまう「光学不安定性」が危険視され、その検証のために伝達関数を用いた計算を行った
  - >>伝達関数が行列形式であったが、入力と出力の関係から22成分のみ抜き出して考えるという簡易化を行い、ナイキストの安定判別法を利用した
- ナイキスト線図から、光学不安定性が起こり得ることが示されたが、光学不安定性の直感的な解釈と異なる結果が得られた
  - >>光学不安定性の効果が光バネの不安定性の効果に比べて小さいため見えなくなっている可能性が考察された

# 今後の研究

- 光バネの影響を回避した上で、光学不安定性の再計算
- 状態空間モデル(伝達関数行列)で光学不安定性を計算し、本論文の結果と一致するかどうかを確認
  - 一致しない場合は、伝達関数行列の簡易化で不備のあった箇所を調査
- 光学不安定性を回避するようなフィードバックシステムの考案
  - 光学不安定性が発生する周波数領域を計算し、該当する周波数帯域を制御出来るようなフィードバック機構を考案
- Additional Noise を考慮した上での感度改善率の計算
  - 非線形光学結晶を挿入したことにより生じる雑音を計算し、どの程度感度が改善されたのかを調査

# 補足スライド

# リサイクリング干渉計 量子雑音感度曲線



$I_0 = 75W$

# リサイクリング干渉計 特徴と目標

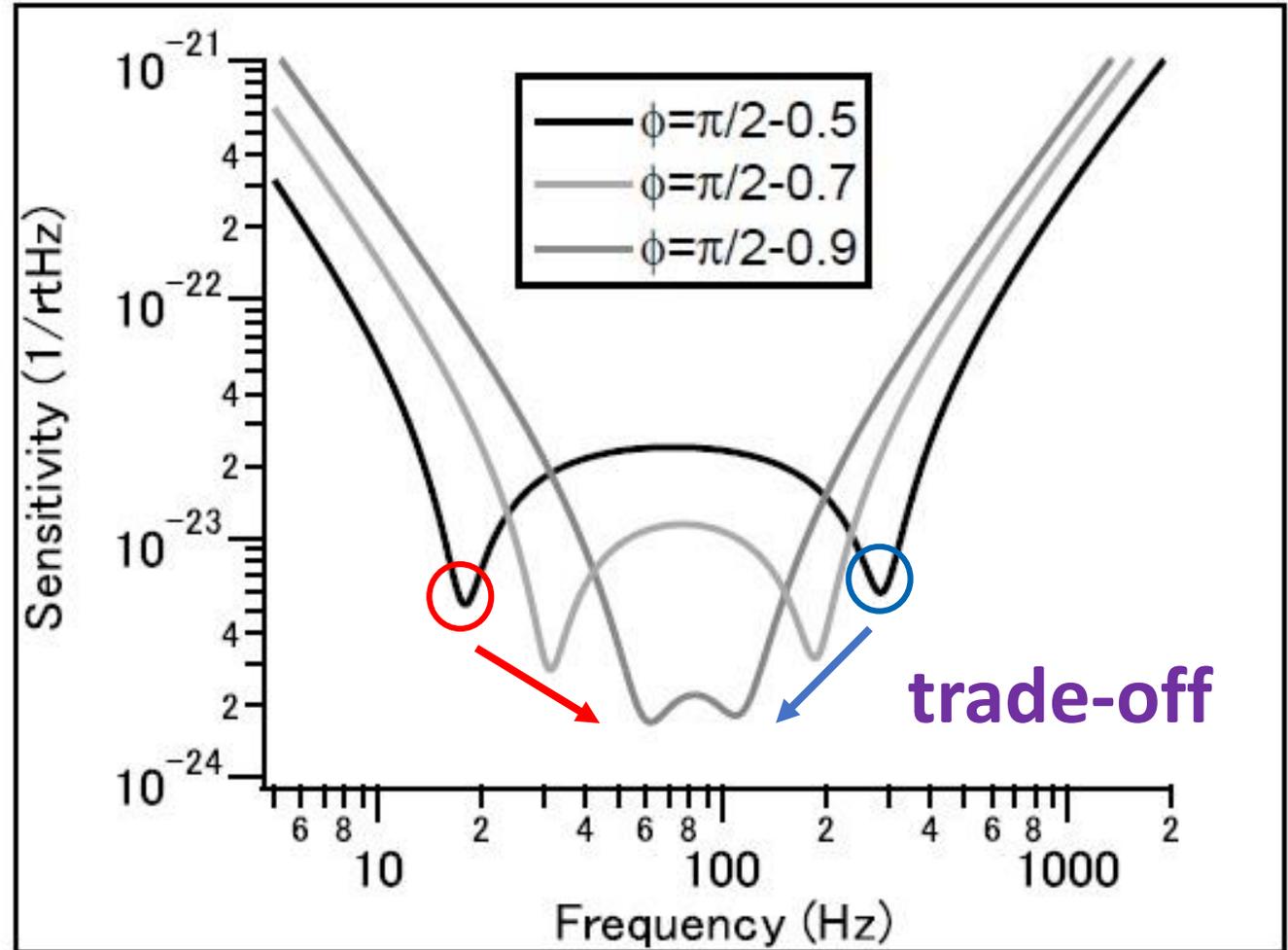
## ◆ 特徴

左の谷が高周波数側に移ると  
右の谷は低周波数側に移る

⇒ Detune だけでは高周波数帯で  
高感度を実現することが難しい

## ◆ 目標

右の谷をそのままに  
左の谷を右側へ寄せたい



$I_0=75W$

# 伝達関数成分

$$g_{22} = \frac{L^2 m s^2 (s^2 - \gamma^2) \cos 2\phi + 8I_0 \omega_0 \sin 2\phi}{L^2 m r s^2 (\gamma - s)(s - \gamma)} .$$

# ナイキストの安定判別法(2)

$$Z = N + \Pi = 0$$

• 例:

$$G_o(s) = \frac{7(s^2 - s + 2)}{(2s + 3)^2}$$

$s = i\omega$ : ラプラス変数

• 極は  $s = -3/2$  の重根(実部が負)なので  
開ループ系  $G_o$  不安定極の数は  $\Pi = 0$

• 右図より、 $G_o$  のベクトル線図において、  
(1,0)を時計回りに巻く回数は2回なので  
 $N = +2$

•  $Z = N + \Pi$  より、閉ループ系の不安定極の数は  
 $Z = 2 + 0 = 2$  なので、このフィードバック系は不安定

