

重力波望遠鏡の高感度化

2024年12月27日

Science Tokyo

宗宮

重力波研究の特徴

- 実験、理論、データ解析の役割分担
- 対象学問の幅広さ
- 周波数の低さ
- 線幅の狭さ

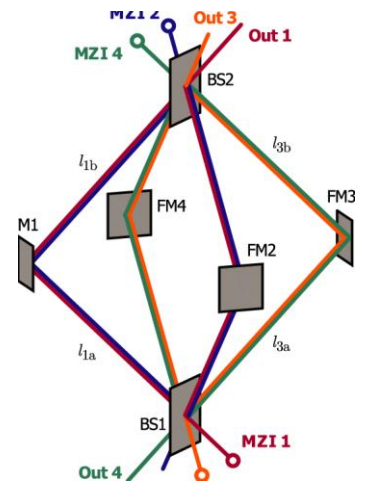
宗宮が
感じる

川村研の特徴



- 独創的なアイデアの検証 → 他との競争がない
- そのアイデア以外はシンプル → 主テーマをずっと考える
- 研究室全体でテーマは3つほど → チームワーク

⇒ 楽しそう



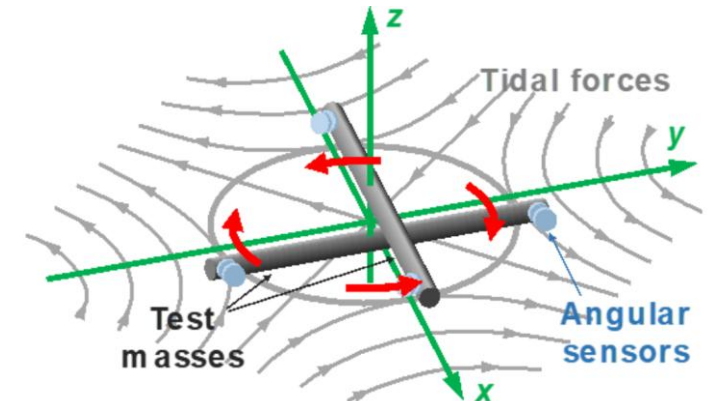
最近気
づいた

安東研の特徴



- 独創的な技術の開発 → 学生のうちに論文を執筆
- 実験系が本格的で複雑 → 実験スキルが上達
- 卒業後はテーマを変更 → 大型望遠鏡へ

⇒ 人材の輩出に成功



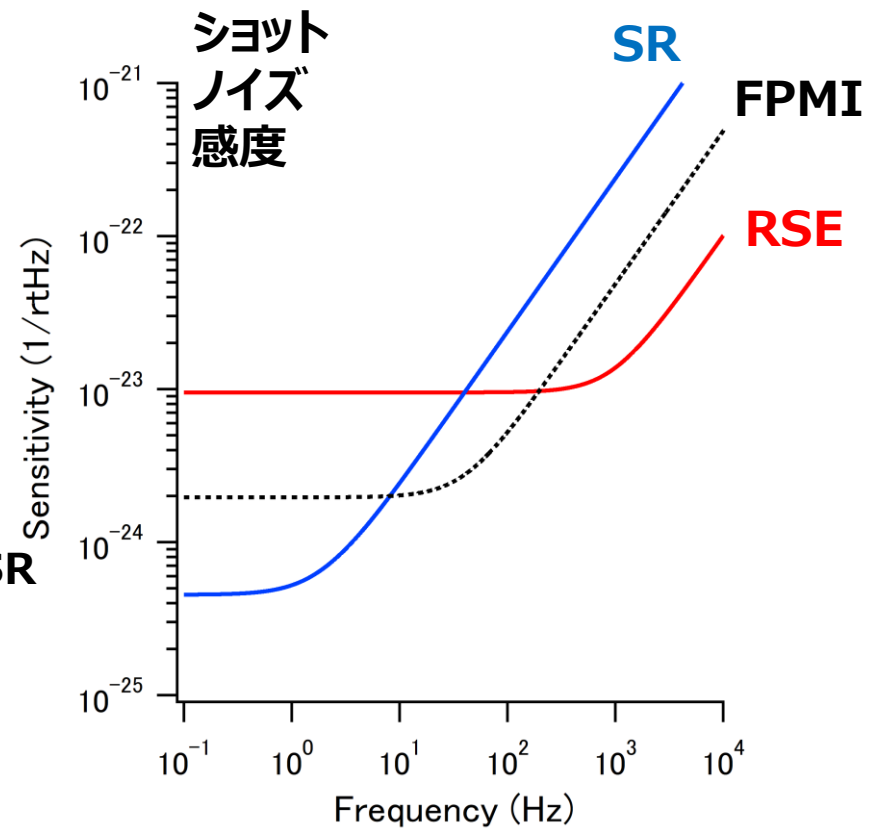
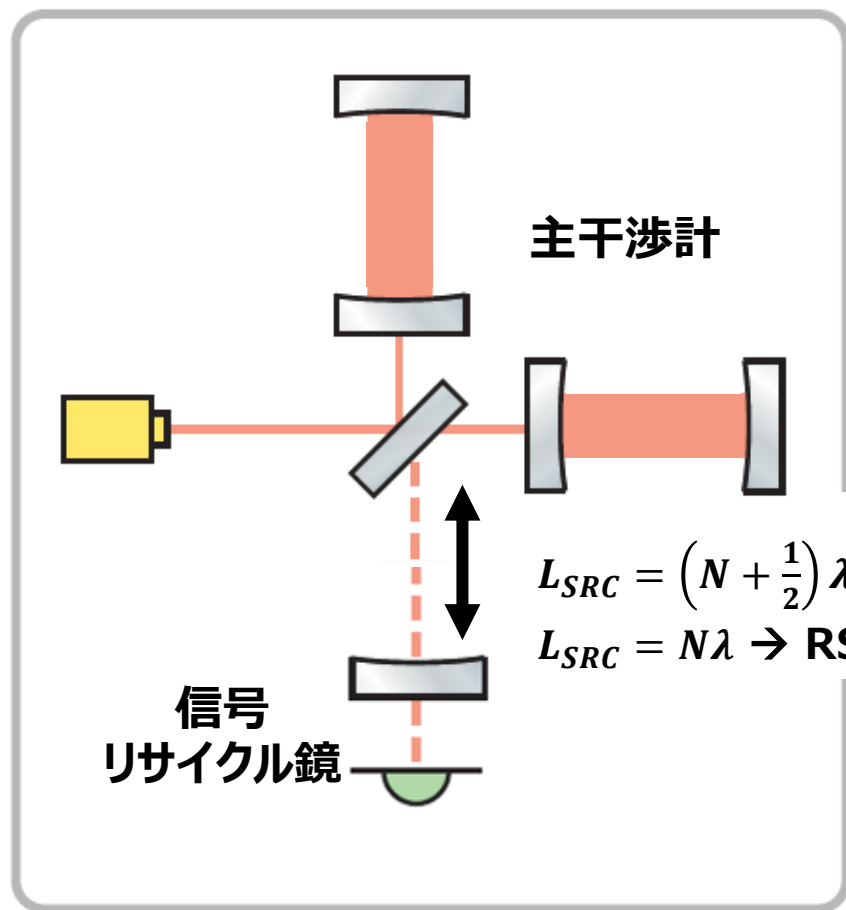
宗宮研の研究内容

- OPAを組み込んだ**光ばね**による高周波重力波の検出
- **反磁性浮上**を用いた巨視的量子力学の検証
- 機械学習と多重分割PDを用いた**姿勢制御法**開発
- **非平衡系熱弾性雑音**の計算
- 神岡の地下水がもたらす**重力勾配雑音**の計算
- 機械学習を用いた連続重力波の解析

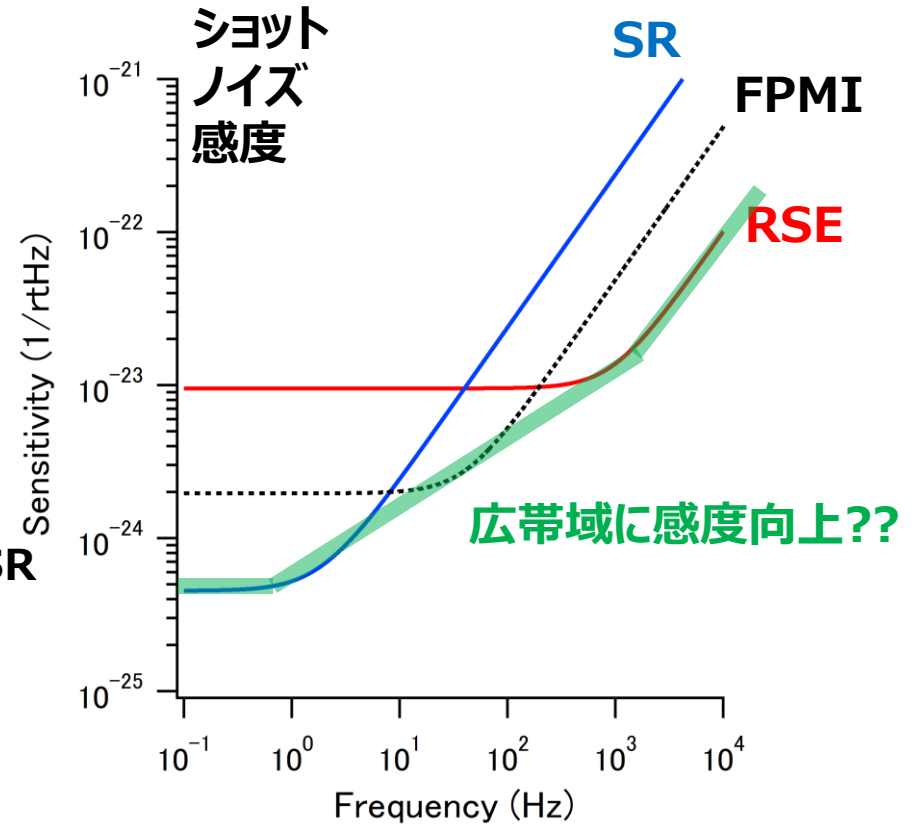
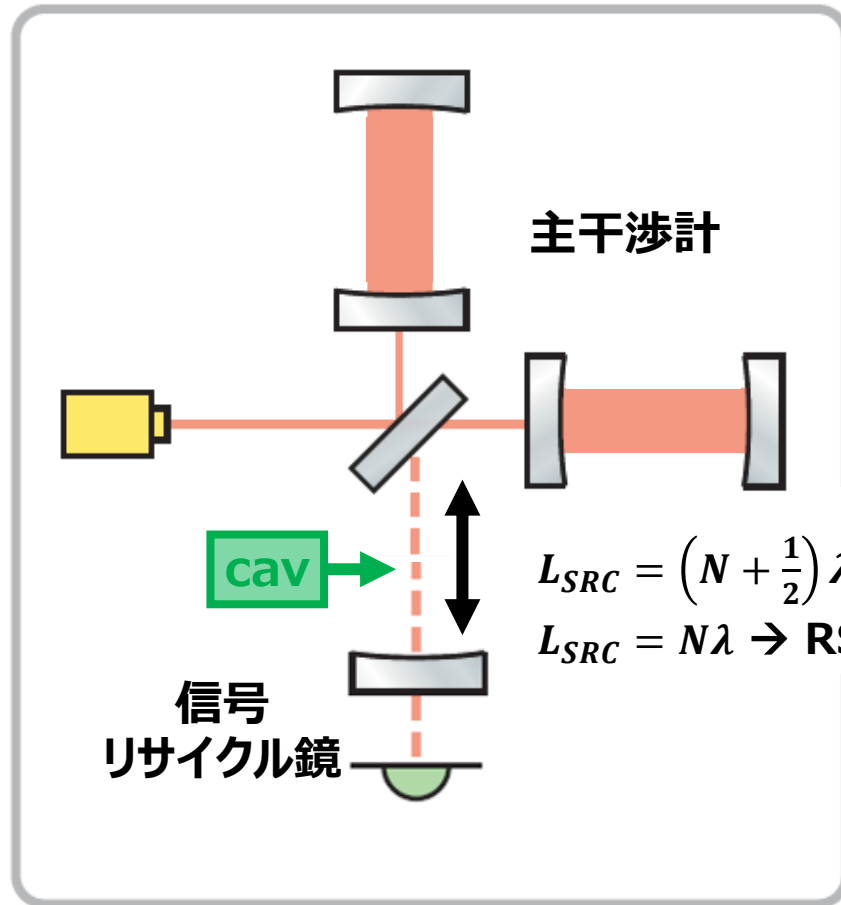
今日の内容

- SRとRSEとその中間について
- 反磁性浮上実験について
- 非平衡系熱雑音の計算について

SRとRSE

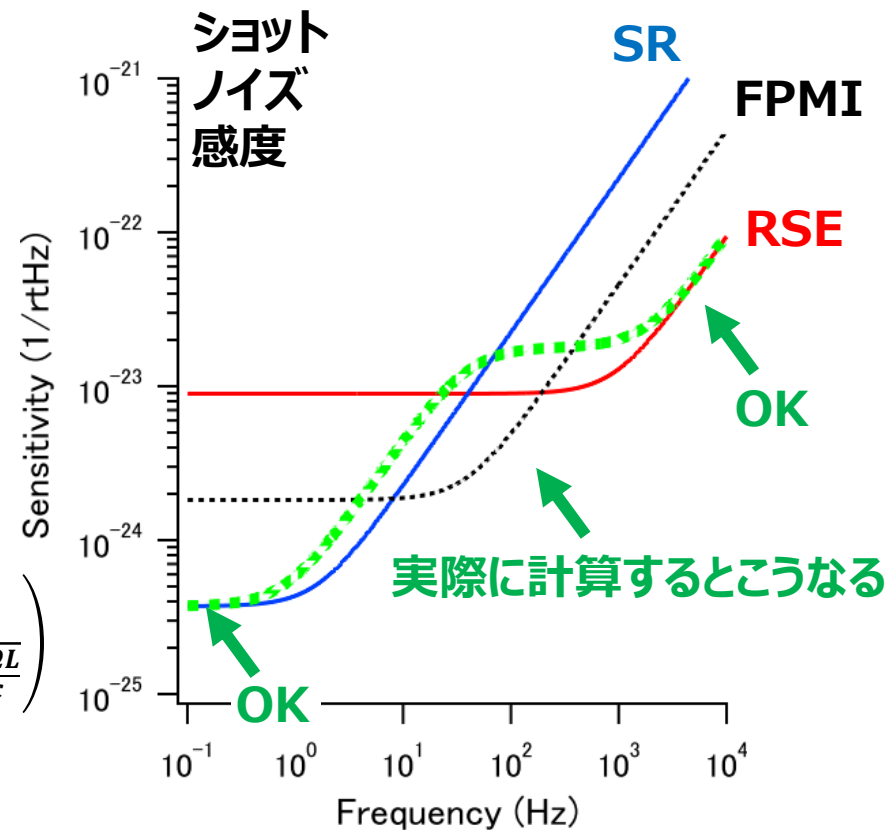
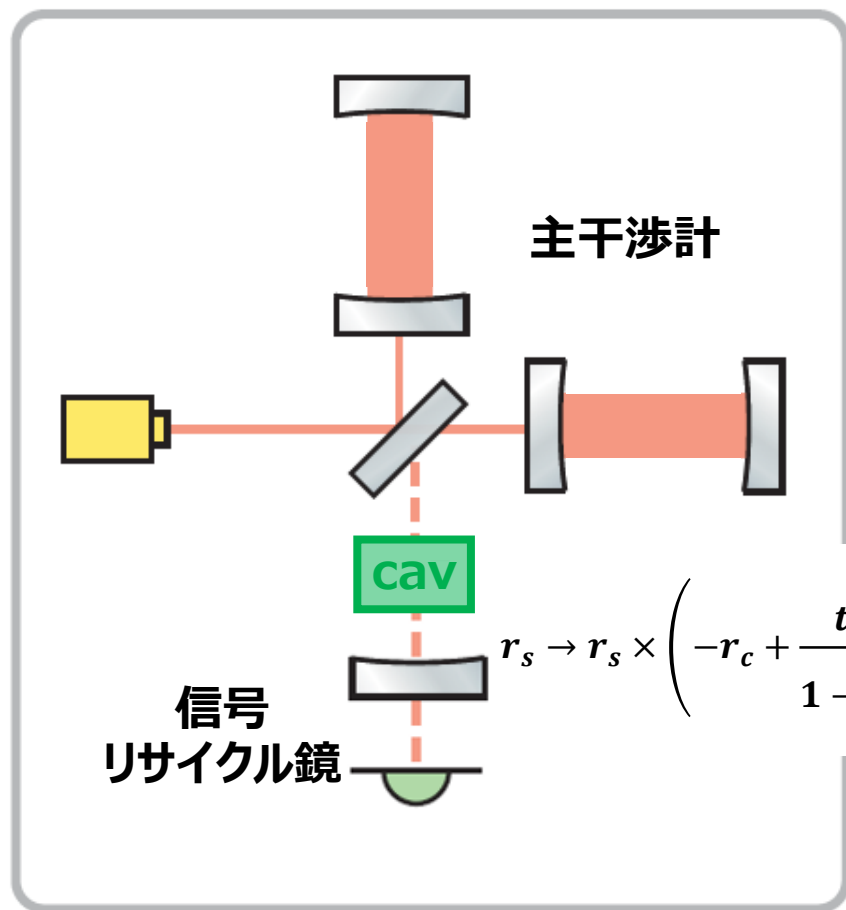


SRとRSE



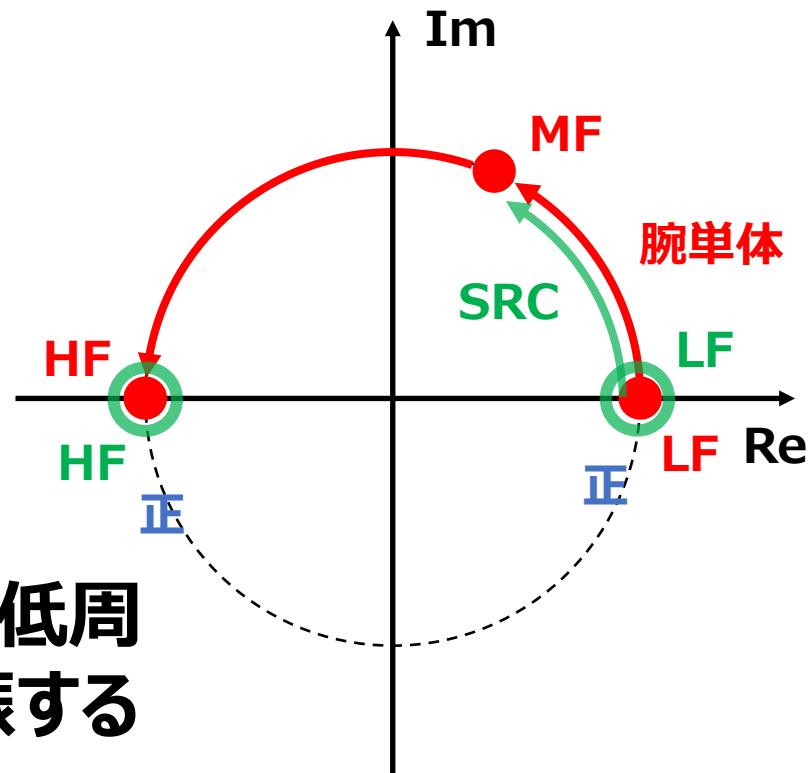
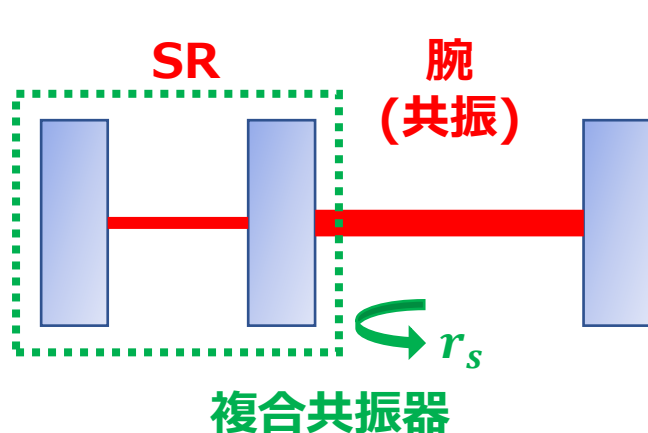
共振器の位相が高周波で反転することを利用したら、
低周波でSR、高周波でRSE、みたいなことができるのでは？

SRCに共振器を入ると…



中間周波数帯で反射率の虚部が効いてきて感度は悪くなる

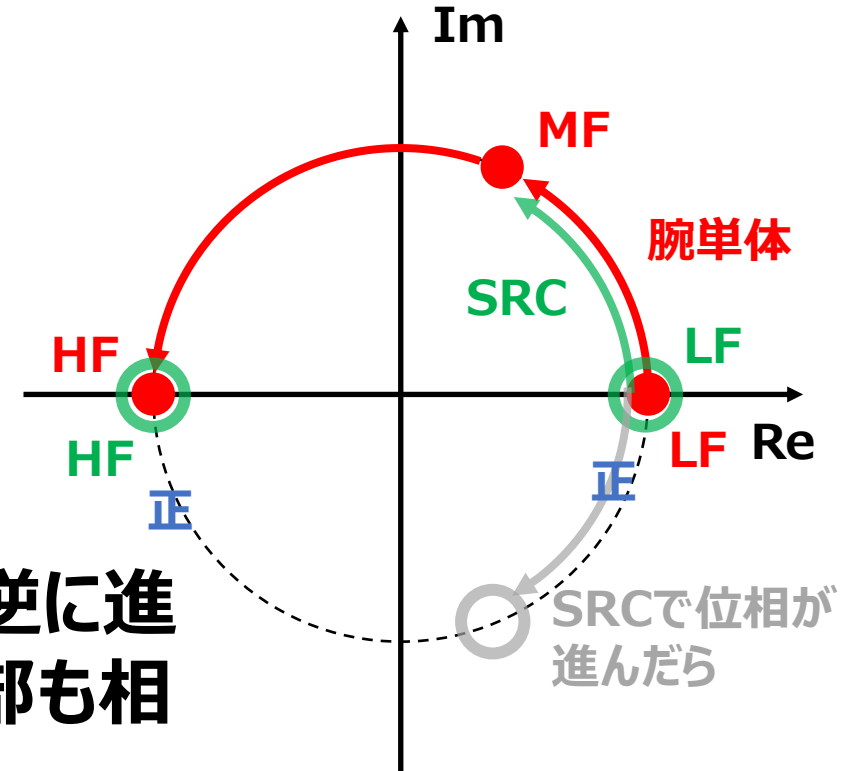
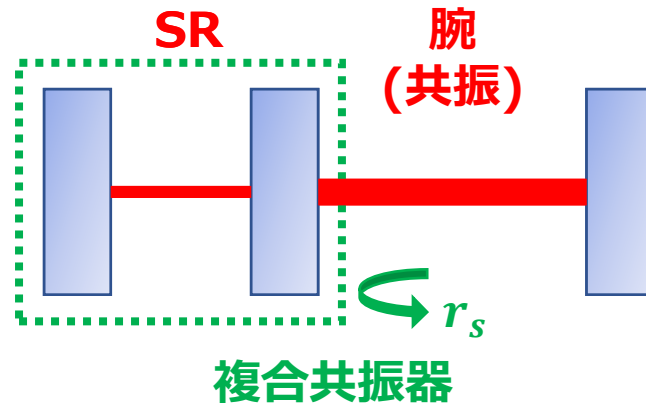
位相空間で説明しよう



SRCの反射率が反転するので、低周波でも高周波でも共振器が共振する

しかし、反射率の虚部は足し合わされるため、中間周波数では完全に共振とはならない

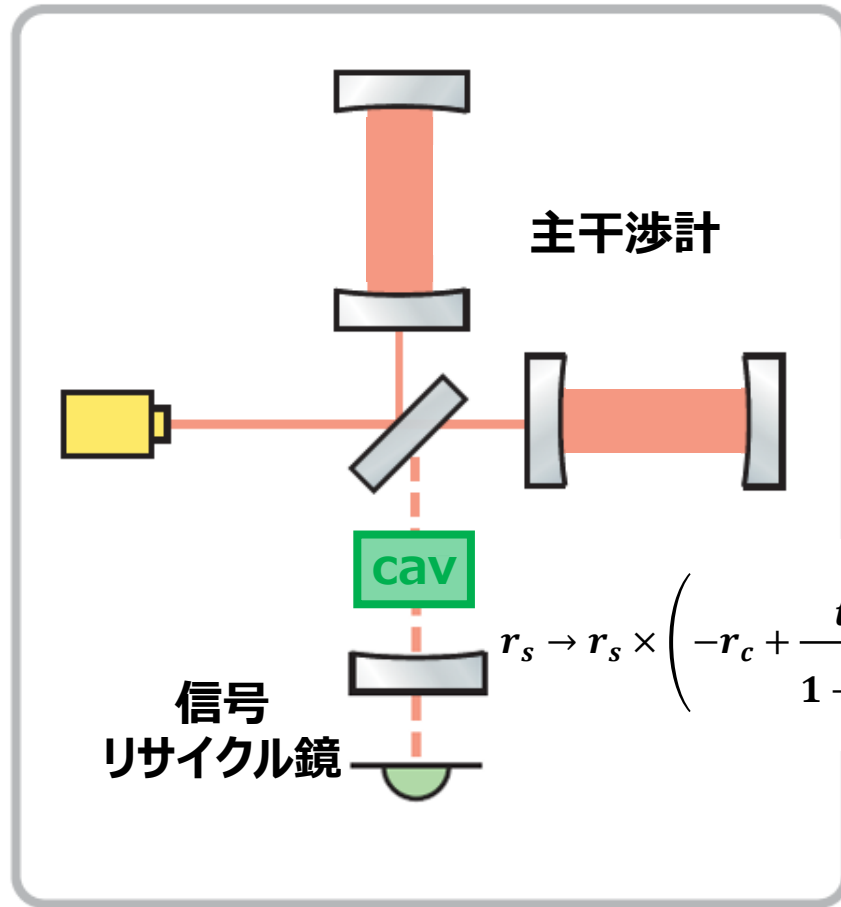
もし位相が進んだら



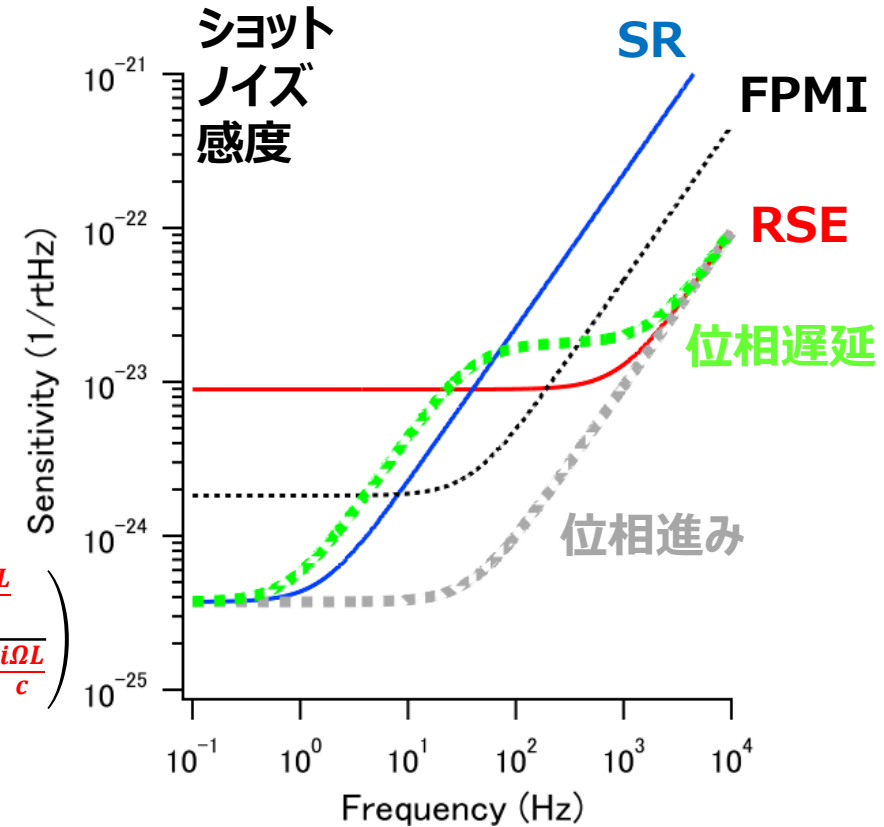
もしSRCで位相が遅延せず、逆に進んだら、全周波数で実部も虚部も相殺するようになる

これがWhite Light Cavityの概念である。ただしこのような負分散は簡単には作れない

もし位相が進んだら

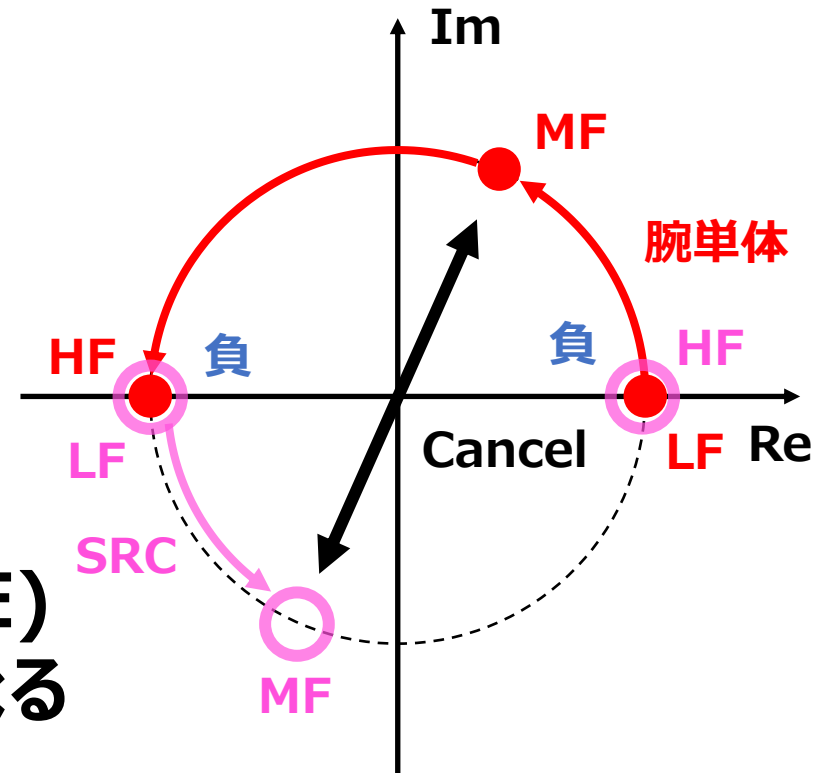
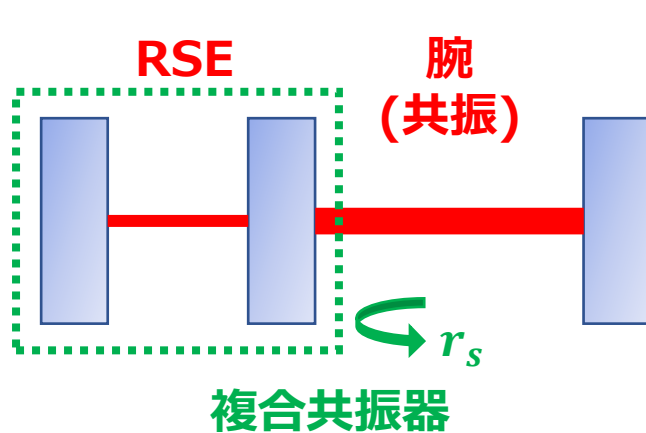


$$r_s \rightarrow r_s \times \left(-r_c + \frac{t_c^2 e^{-\frac{i\Omega L}{c}}}{1 - r_c e^{-\frac{i\Omega L}{c}}} \right)$$



ショットノイズ感度は広帯域に改善する。ただし簡単には実現できない。

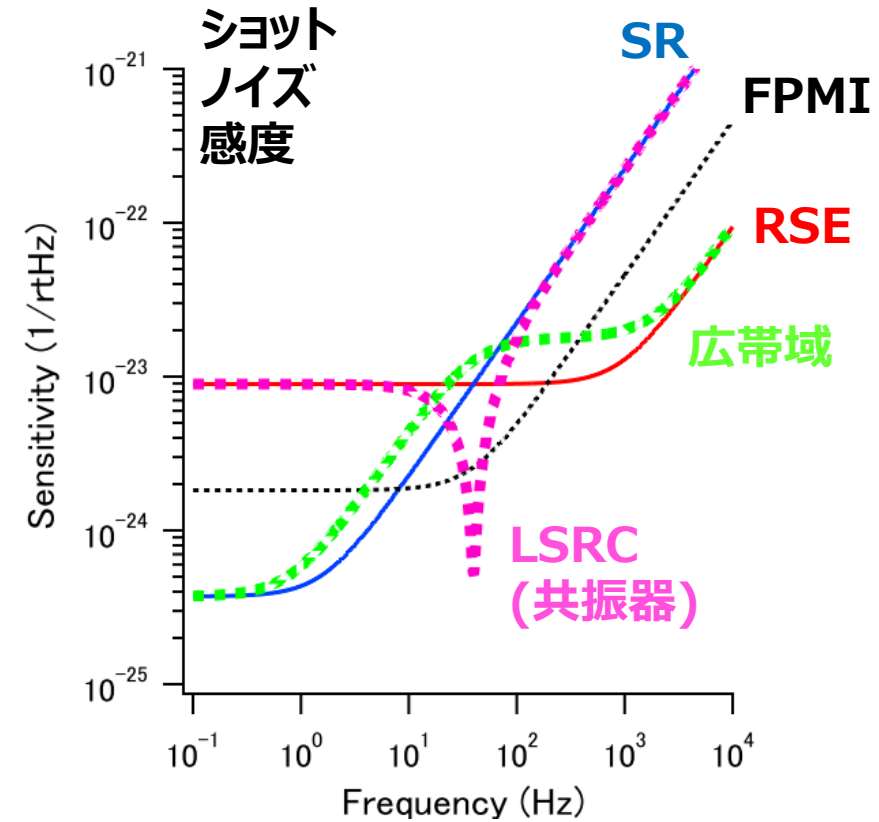
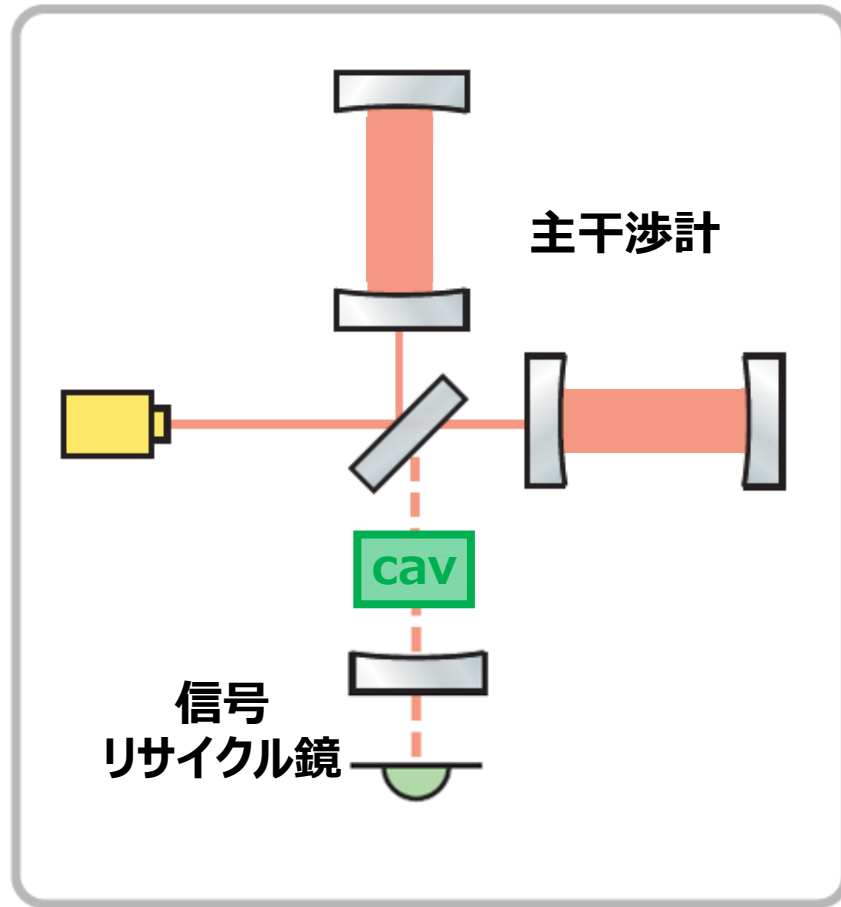
SRCの共振条件を逆にする



SRCがLFで共振させる(RSE)
と、LFでもHFでも反共振となる

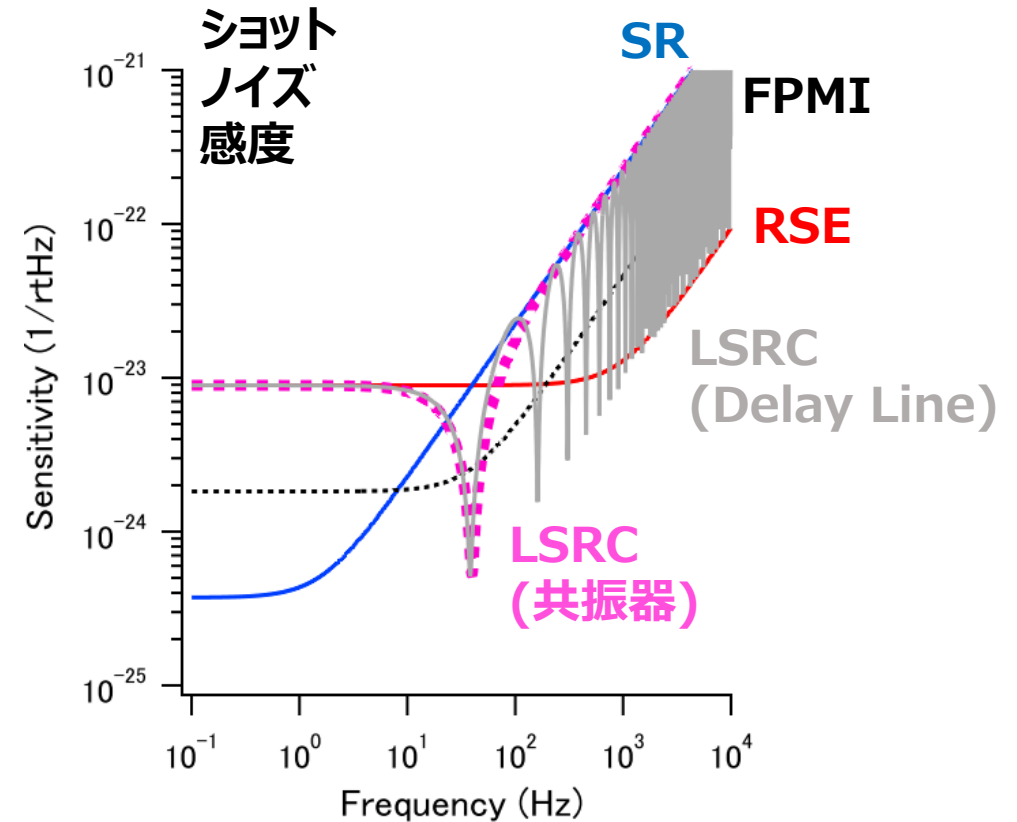
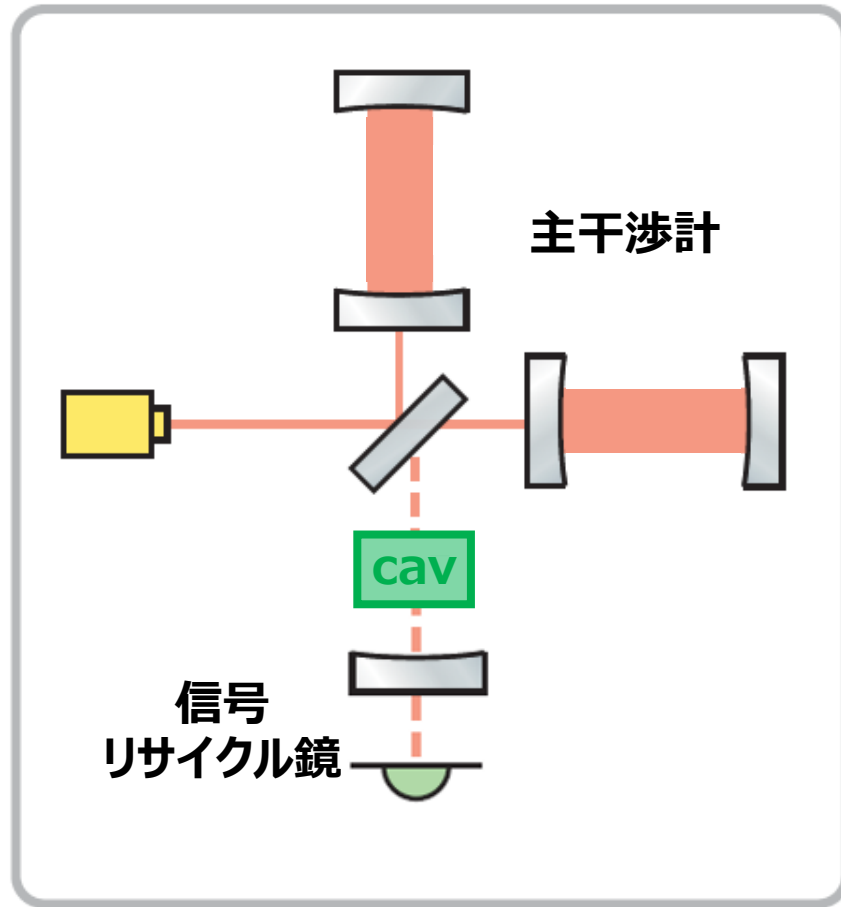
しかし、特定の周波数では実部も虚部もキャンセルする。
これがいわゆるLong SRC効果である

Long SRC



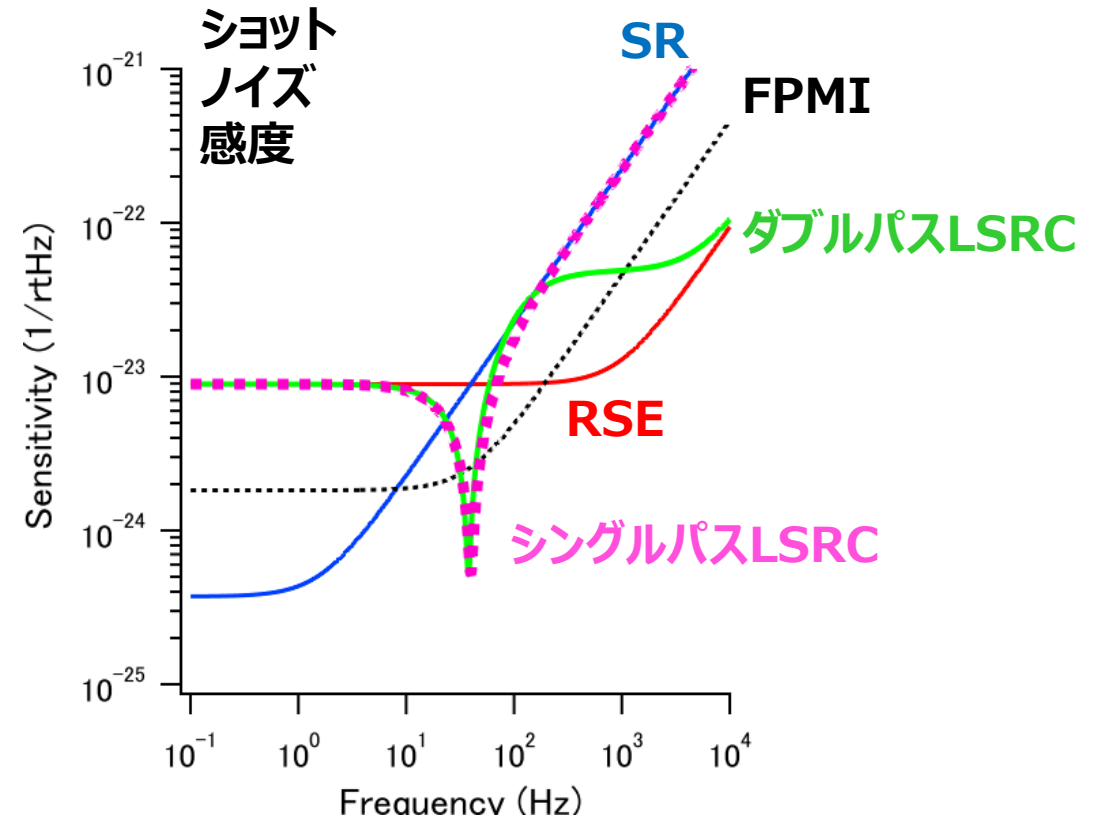
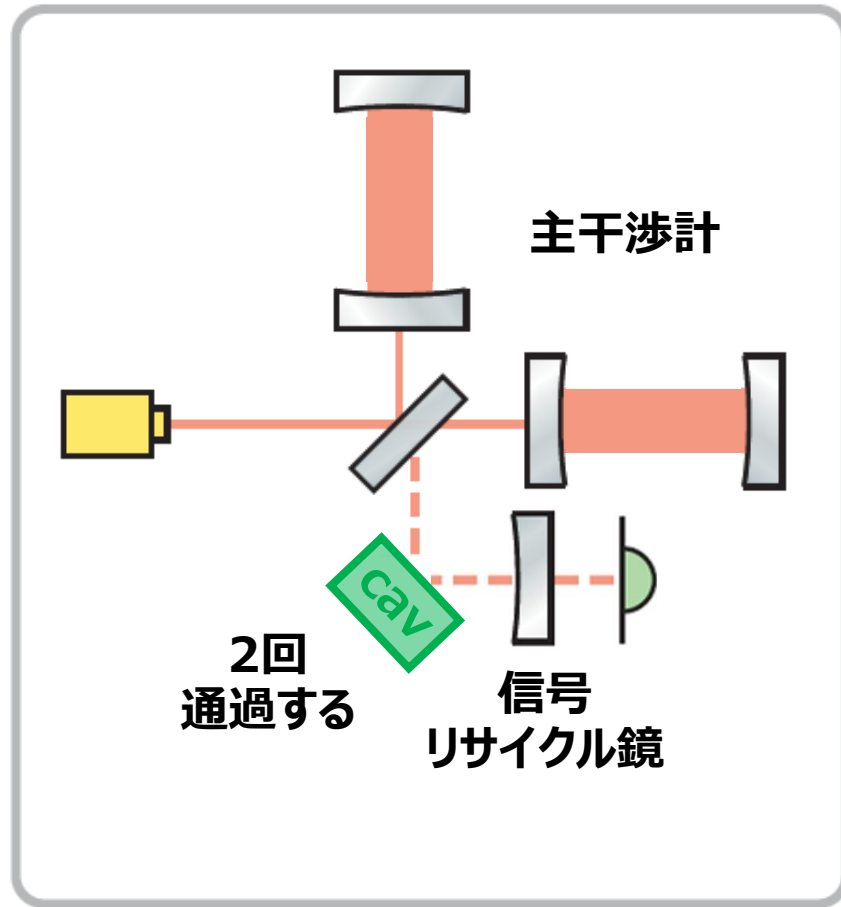
共振器を用いたLSRC効果で中間周波数にディップが出現

Long SRC



高調波が出ないという違いはあるが、共振器を使っても遅延線を使っても同じようなスペクトルになる

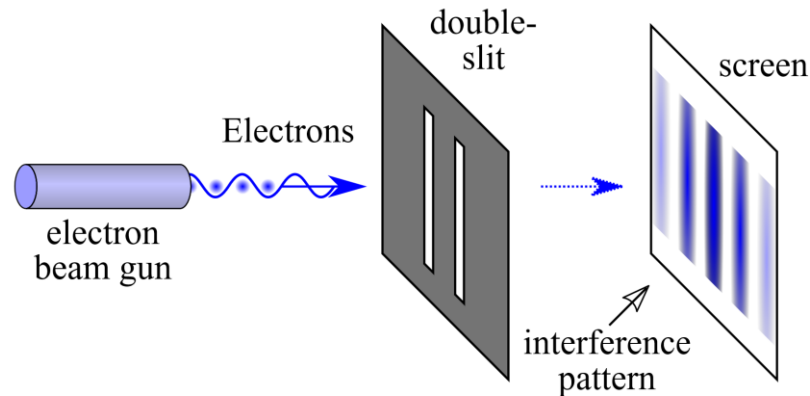
Double-pass cavity LSRC



ダブルパスにすると高周波は共振になるため感度が少し改善する

反磁性浮上実験について

巨視的量子力学の検証

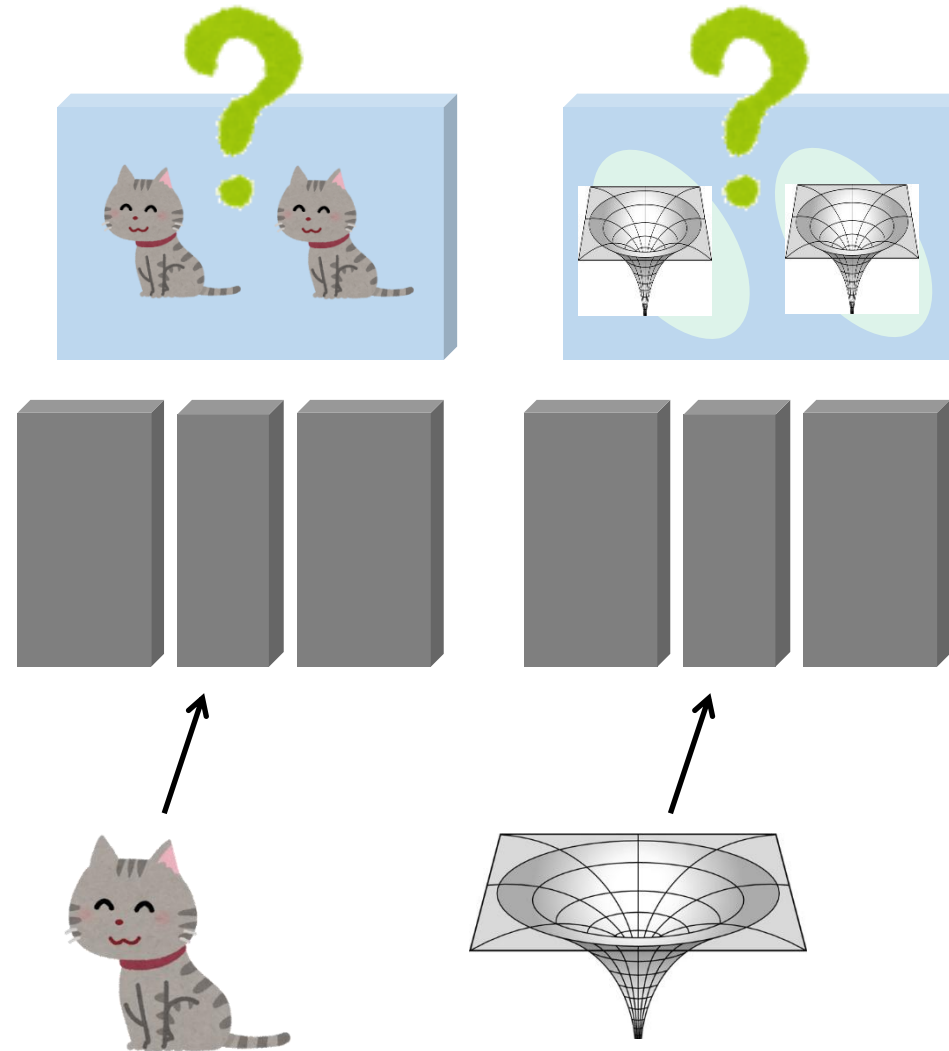


二重スリット実験の条件

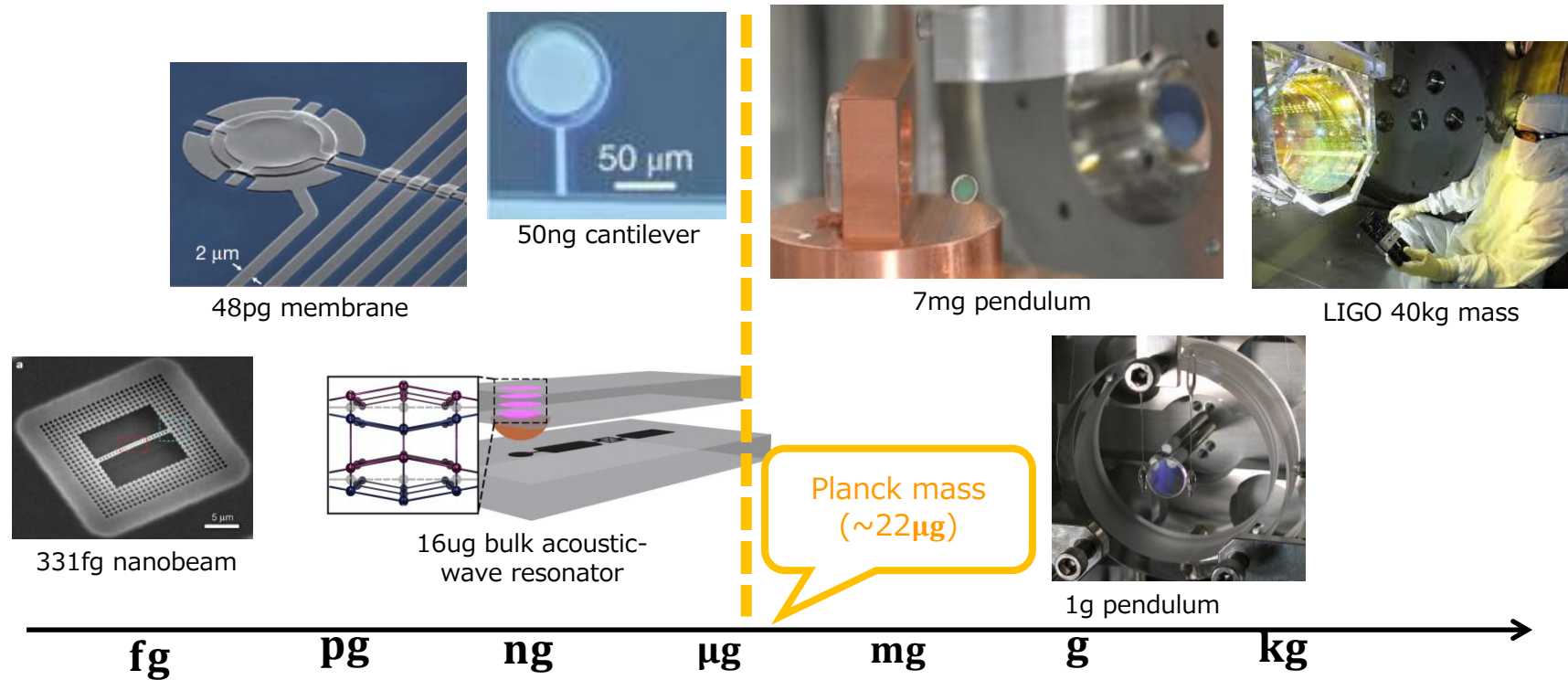
- 熱揺らぎ $\ll$ 波動関数の幅
- スリット幅 $< \sim$ 波動関数の幅
- スリット幅 $\ll$ スリットの間隔

実現方法の例

- qubitとカップルさせる
- 単光子干渉計



さまざまなマススケールでの実験

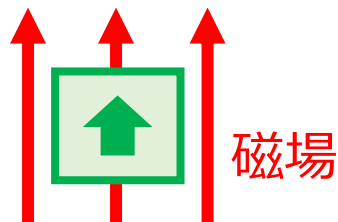


マイクロ機械振動子

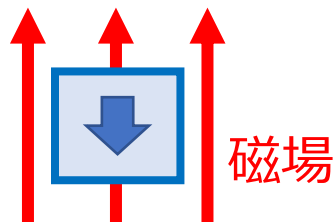
浮上

振り子

反磁性浮上



常磁性、強磁性
(ex. Fe, Al)



反磁性
(ex. Water, Cu)

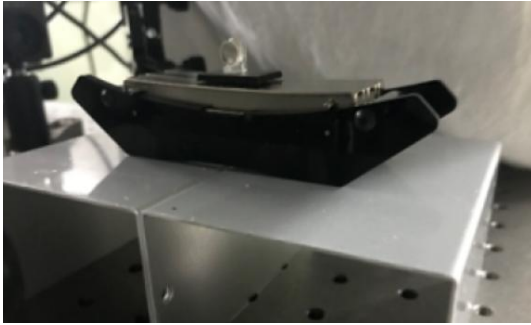


強磁性体に磁場をかけると永久磁石になるが、反磁性は磁場をかけないと生じない

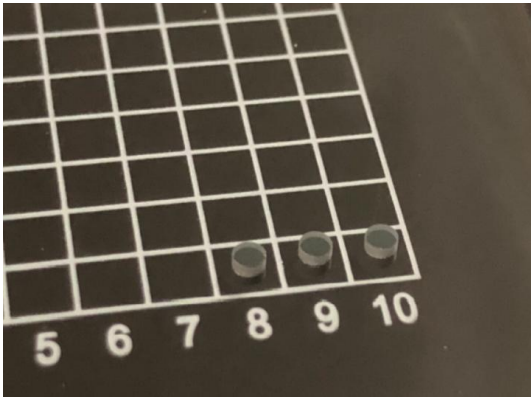
アーンショーの法則から、永久磁石を磁気浮上させると水平か鉛直のどちらかが不安定となるが、反磁性体には適用されない

スケール則が成立し、小さいシステムほど浮上しやすくなる

反磁性浮上：2つのアプローチ



浮上するグラファイト板



浮上用の2mg石英鏡

グラファイト

- 磁化率が高い→大きなシステムでも浮上可能
- 電気抵抗率が低い ($10^{-6} \Omega/\text{m}$)
 - 渦電流熱雑音が大きい
 - 磁場が一様でないといけない

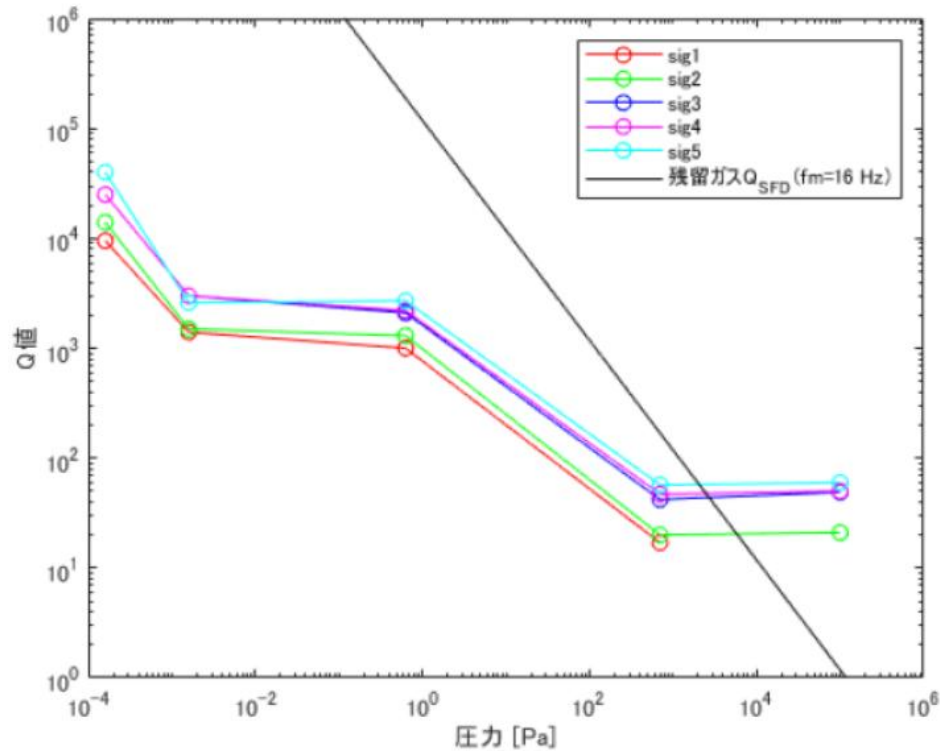
熔融石英

- 磁化率が低い→小さなシステムでのみ浮上可能 ($B_z \partial B_z / \partial z$ が大きくないといけない)
- 電気抵抗率が低い ($10^{16} \Omega/\text{m}$)
 - 鏡表面の渦電流は気にしなくてよい

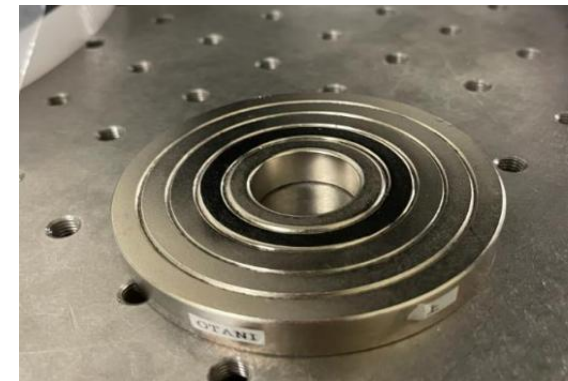
材質によって異なるアプローチが必要となる

現状

[Kuribayashi 2022]
[Oliveira-Koudry 2024]

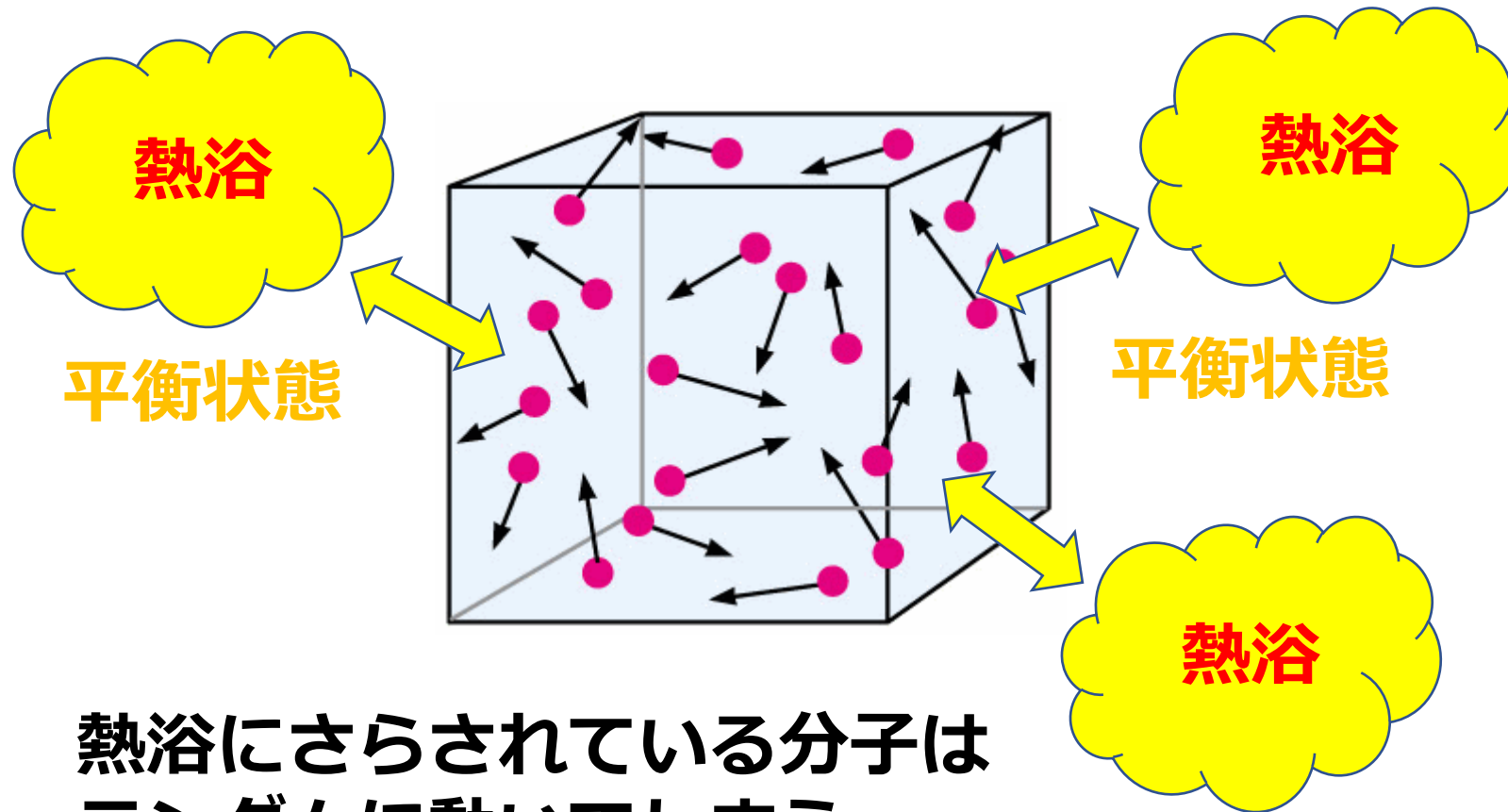


- 石英浮上：2022年は残留ガスがQ値を制限→真空系を改善
- 石英浮上：磁石が劣化→再製作したが浮上せず→磁石交換
- グラファイト浮上：2021年の実験では目標までx40届かず
→ 磁石の水平度など調整が必要
→ OISTが開発した石英成膜グラファイトを作成中



非平衡熱雑音について

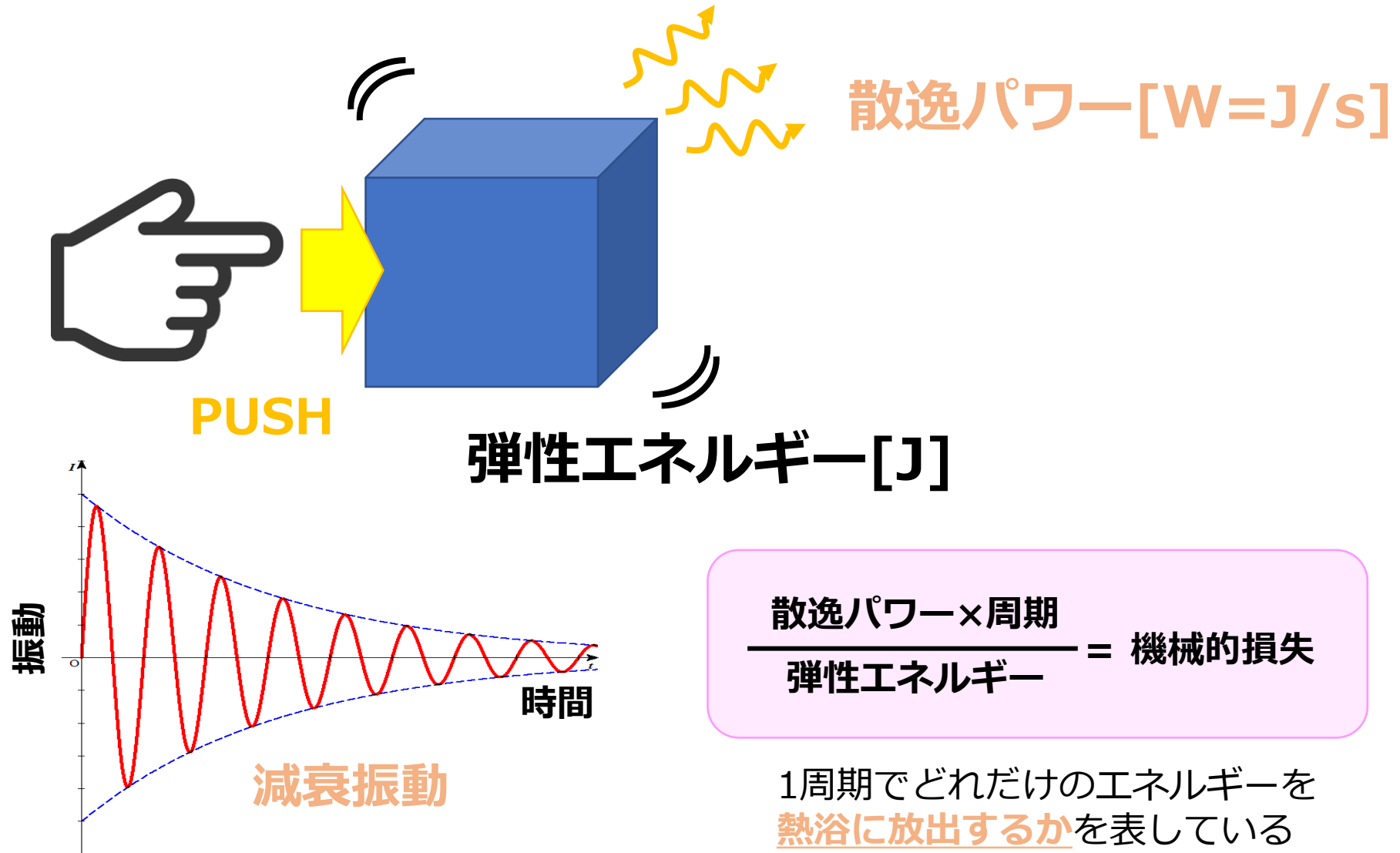
熱雑音 = ブラウン運動



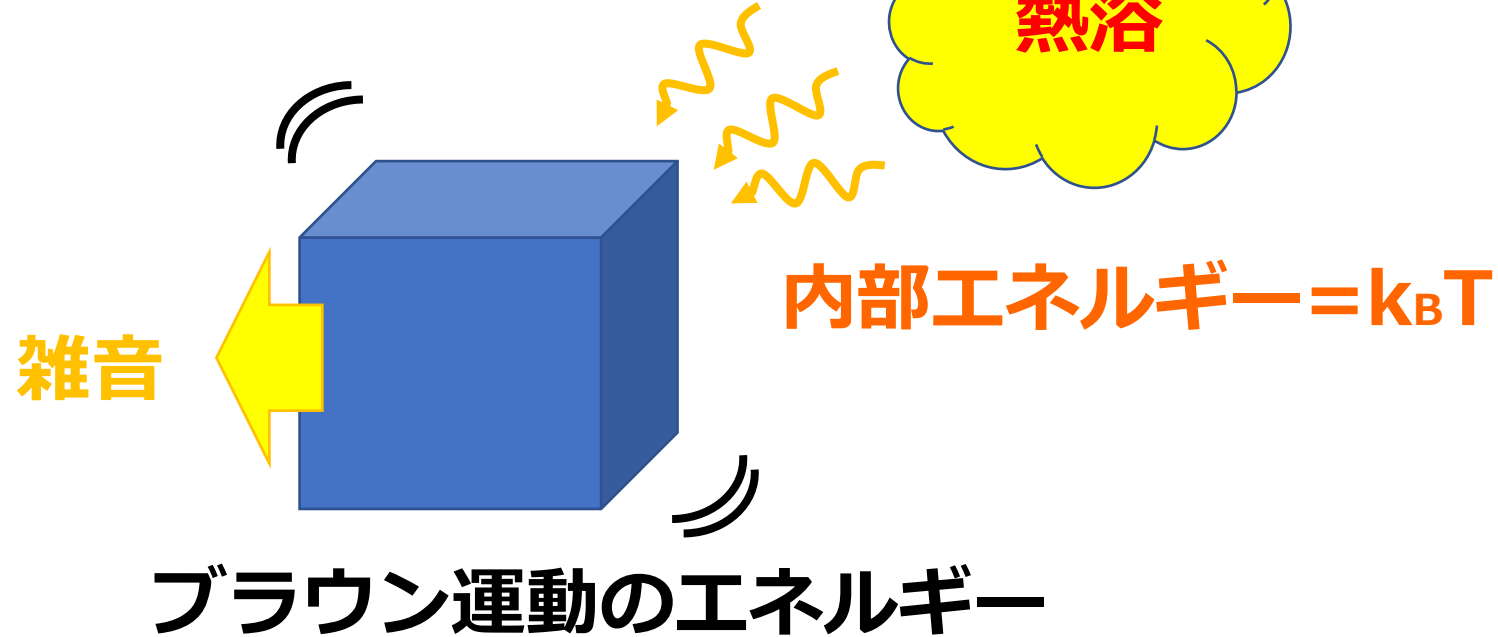
熱浴にさらされている分子は
ランダムに動いてしまう

熱浴とのエネルギーのやりとりが大きい物体ほど、
ブラウン運動も大きくなる

熱浴とのやりとりを表す「機械的損失」



熱浴とのやりとりを表す「機械的損失」

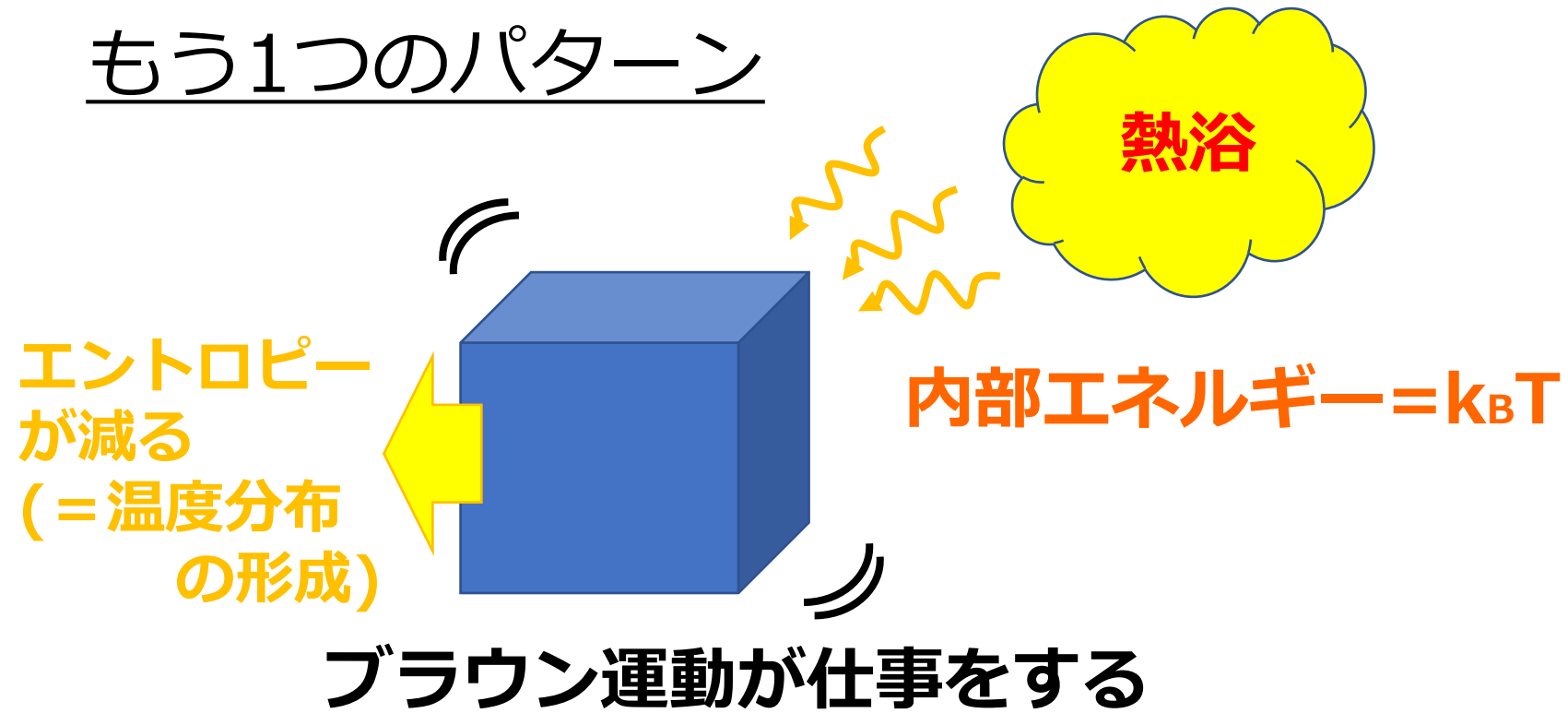


"エネルギーの熱浴への放出と
吸収が同じ係数で表される"
(=揺動散逸定理)

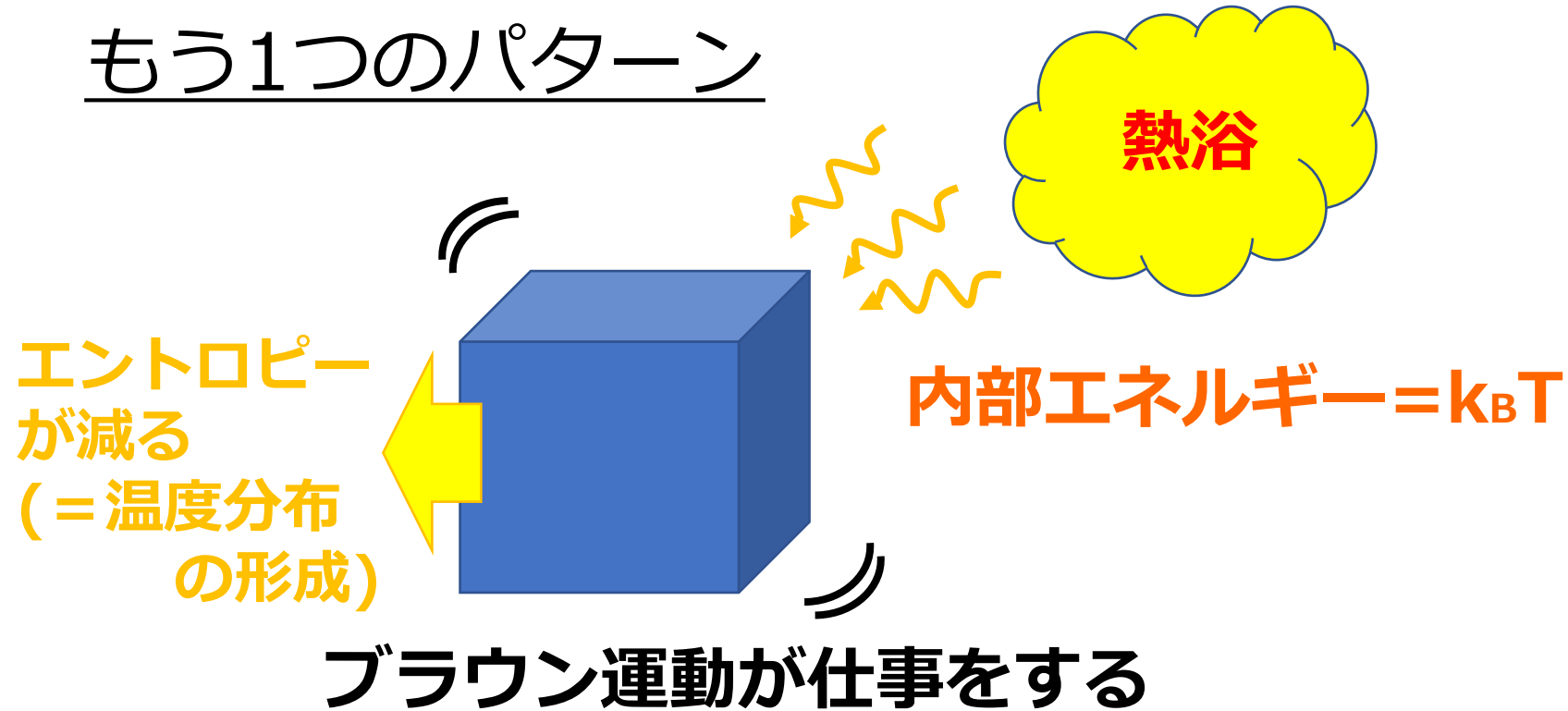
$$\frac{\text{運動エネルギー}}{\text{内部エネルギー}} = \text{機械的損失}$$

1周期でどれだけのエネルギーを
熱浴から吸収するかを表している

もう1つのパターン



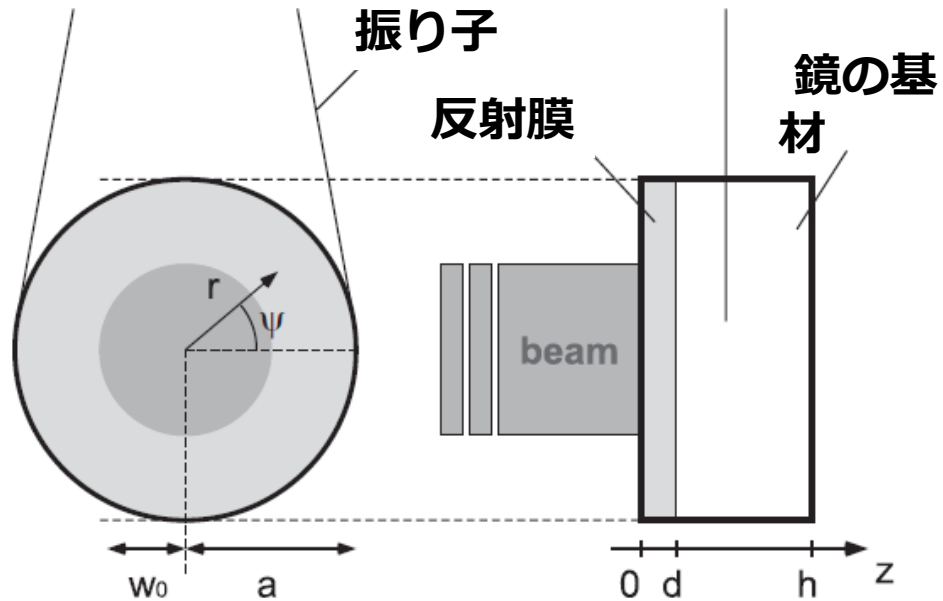
もう1つのパターン



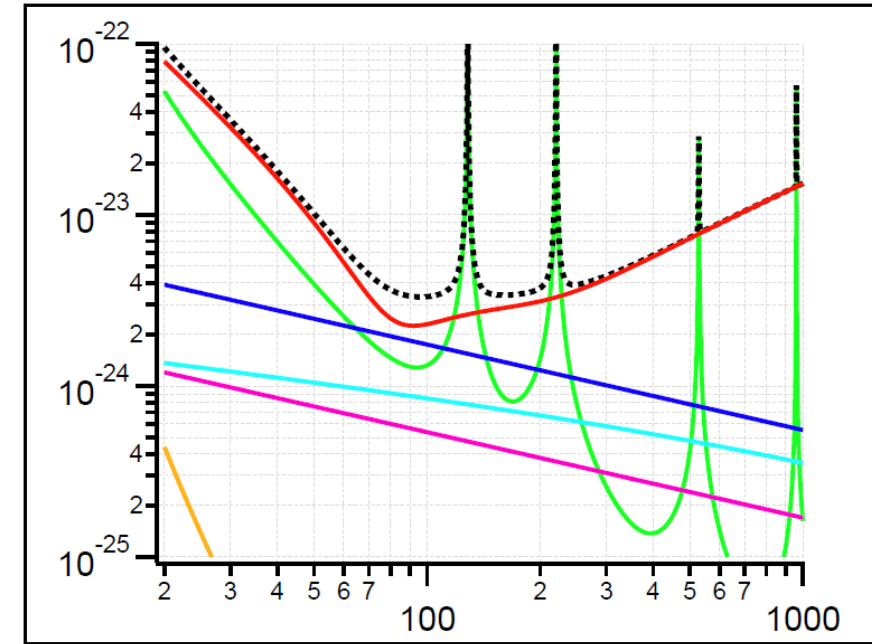
1. 熱浴 $\Rightarrow$ 運動エネルギー(pV) $\Rightarrow$ 表面の変形 $\Rightarrow$ 雑音
2. 熱浴 $\Rightarrow$ 仕事(TS) $\Rightarrow$ 温度分布 $\Rightarrow$ (熱膨張率と結合) $\Rightarrow$ 雑音
3. 熱浴 $\Rightarrow$ 仕事(TS) $\Rightarrow$ 温度分布 $\Rightarrow$ (屈折率と結合) $\Rightarrow$ 雑音

1: ブラウニアン熱雑音 2: 熱弾性雑音 3: サーモリフラクティブ雑音

熱雑音の発生場所



100Hz付近のKAGRAの目標感度



反射膜ブラウニアン熱雑音：反射膜は機械的損失が大きい

基材の熱弾性雑音：低温 $\Leftrightarrow$ 高熱伝導率 でなんとか小さい

基材のブラウニアン熱雑音：サファイアは機械的損失が小さい

振り子のブラウニアン熱雑音：低周波を制限&ピークがある

※赤は量子雑音、橙は地面振動、黒は合計、サーモリフラクティブ雑音は小さい

熱雑音の改善方法

例：反射膜の熱雑音

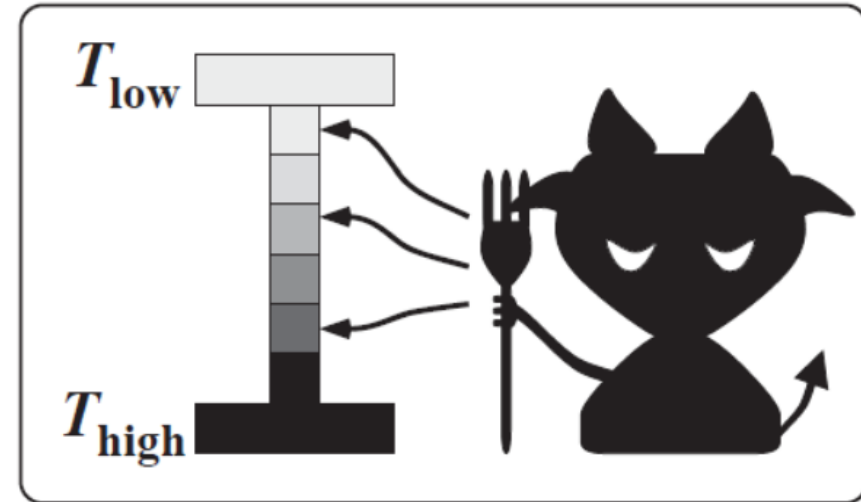
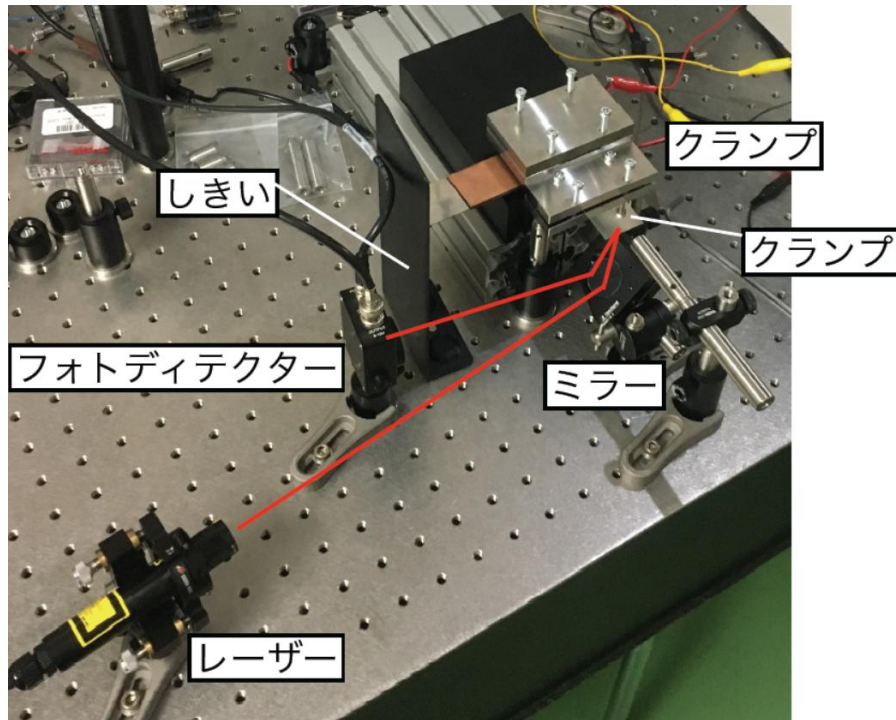
$$S_x = \frac{4k_B T}{\Omega} \frac{d}{\pi w_0^2} \frac{Y_c^2 (1 + \nu_s)^2 (1 - 2\nu_s)^2 + Y_s^2 (1 + \nu_c)^2 (1 - 2\nu_c)}{Y_s^2 Y_c (1 - \nu_c^2)} \phi_c$$

- 膜厚dを減らす
- ビーム径 w_0 を大きくする (LIGO, Virgo)
- 基材のヤング率 Y_s を大きくする (KAGRA)
- 膜の機械的損失 ϕ_c を小さくする (LIGO, Virgo)
- 温度Tを下げる (KAGRA)

他にも熱雑音を減らすためのアイデアがいろいろ生まれている

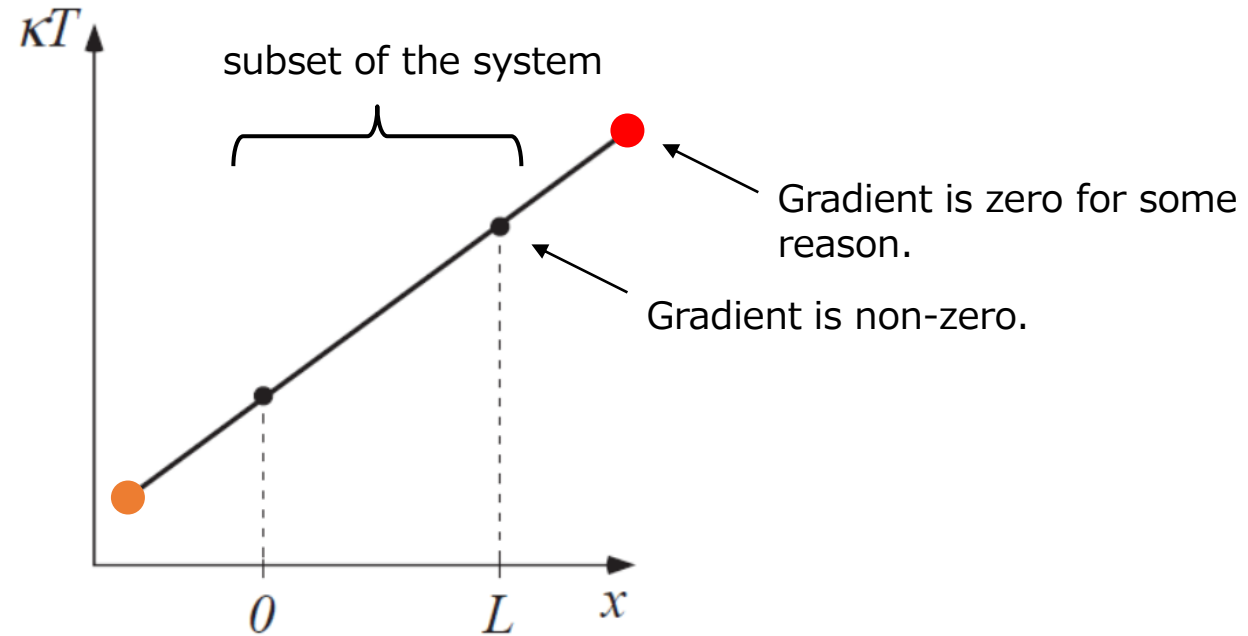
非平衡系熱雑音

[Sasaki (2020)]



KAGRAは鏡がレーザーから受ける熱をサスペンション経由で冷凍機に伝熱するため、サスペンション内に温度差がある。このような非平衡系では従来の熱雑音計算が成立しない可能性がある。我々は境界条件に着目した。

境界での熱流



非平衡系では境界での熱勾配が必然的にゼロでない。このことが熱弾性雑音の計算にどう影響するのか計算する。

…と思ったが、サスペンション縦方向熱弾性雑音の計算自体が掲載されている文献が見つからなかった。

まずは熱流がないときの熱弾性雑音を計算

1次元の棒の縦方向の熱拡散方程式と弾性方程式

$$i\omega\theta - \chi\theta'' = \underline{-i\omega SE\chi u'} \quad (\text{Heat eq.})$$

$$\rho\omega^2 u + Eu'' - \underline{E\alpha\theta'} = 0 \quad (\text{Elastic eq.})$$

連立方程式を解くと4階微分方程式となる。

解き方は3つある。

- Braginskyの方法：温度揺らぎのランジュバン項を追加して解く
- Levinの方法：棒を引っ張って生じる熱拡散を求めて解く
- Q値を求める方法：運動方程式の形に直してばね定数を求める

Braginskyの方法

ランジュバン方程式

$$i\omega\theta - \chi\theta'' = \mathbf{F} \quad (\text{Heat eq.})$$

ランジュバン項を追加
膨張の熱源は無視

$$\rho\omega^2 u + Eu'' - E\alpha\theta' = 0 \quad (\text{Elastic eq.})$$

代入

上下端で $\theta' = 0 \rightarrow \theta = \Sigma \theta_n \cos(n\pi x/L)$ とする

$$\text{ランジュバン項のアンサンブル平均 } \langle FF^* \rangle = \frac{k_B T^2 \kappa}{(\rho C)^2} \delta t \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta x$$

$$\rightarrow S_u = \frac{8k_B T^2 \alpha^2 L^3}{\pi^2 \kappa} \left(\frac{\pi^2}{4\beta} \frac{\sinh 2\beta - \sin 2\beta}{\cosh 2\beta - \cos 2\beta} \right)$$

Levinの方法

膨張項は無視
仮想力を追加

揺動散逸定理の応用:

$$\rho\omega^2 u + Eu'' = 0; u'(L) = f \text{ (El eq.)}$$

$$i\omega\theta - \chi\theta'' = -i\omega SE\chi u' \text{ (Heat eq.)}$$

代入

上端固定、下端自由の条件で弾性方程式を解く

熱散逸 $W = \frac{\kappa}{T} \int |\theta'|^2 dx$ と $S_u = \frac{4k_B T}{\omega^2} \frac{W}{f_0^2}$ からスペクトルを求める

$$\rightarrow S_u = \frac{8k_B T^2 \alpha^2 L^3}{\pi^2 \kappa} \left(\frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi^2}{4\beta} \frac{\sinh 2\beta - \sin 2\beta}{\cosh 2\beta - \cos 2\beta} \right)$$

ここの分だけ合わない！

第3の方法

4階微分方程式を解くと

$$u = A \sin k_1 x + B \cos k_1 x + C \sin k_2 x + D \cos k_2 x$$

となる（ $k_{1,2}$ は各式単体の解に膨張項を加えたもの）

少し近似して書き直すと

$$M\omega^2 u - SEu \cdot k_2 \cot k_2 L + \Delta SEu(k_1 \cot k_1 L - k_2 \cot k_2 L) = F$$

となる。 $S_u = \frac{4k_B T}{\omega^2} \text{Re}[\frac{i\omega u}{F}]$ から解くが合わない。虚部をとれば

$$S_u = \frac{8k_B T^2 \alpha^2 L^3}{\pi^2 \kappa} \left(\frac{\pi^2 \sinh 2\beta - \sin 2\beta}{4\beta \cosh 2\beta - \cos 2\beta} \right) \text{ となり Braginsky に一致する}$$

現状

- 3つとも合わない…
- 鏡の熱弾性雑音の導出でBraginskyとLevinは一致している
- 横方向熱弾性雑音は第3の方法で求めているが式が少し変わる
- 1次元で近似しているのがよくないかも→B4が3次元で計算中
- Braginskyは最後に(熱拡散長/物理長)を乗じているが…
- 級数に n^{-4} をかけると形が同じになるが…