

神岡における環境雑音の測定  
および非線形光学素子を用いた信号増幅

東京工業大学 理学部物理学科 宗宮研究室

学籍番号 10B24416

矢野 和城

2014年4月22日

# はじめに

重力波とは、時空の歪みを伝えるさざ波である。1916年に Einstein が発表した一般相対性理論からその存在が予言され、1978年に J.H.Taylor と R.A.Hulse が行った連星パルサー PSR1913+16 の観測からその存在が間接的に証明された。しかし重力波は物質との相互作用が非常に小さいため、いまだに直接検出はなされていない。重力波の直接検出を目指すことは、一般相対性理論が検証されるだけに留まらず、逆にその高い透過性を利用した”重力波天文学”という新たな天文学の開拓にもつながると期待されている。

重力波の検出方法には様々なものがあるが、Michelson 干渉計を基本としたレーザー干渉計を用いたものが主流である。重力波は自由質点間の距離を伸び縮みさせるという特性をもつため、重力波による微小な距離の変化を光の干渉の変化としてみることができる。重力波の信号は非常に小さく、検出器の感度は様々な雑音に制限されている。したがって重力波の初検出成功の鍵は、どれだけ信号を増幅し、どれだけ雑音を低減できるかである。そしてどのようにしてそれらを実現するかが、重力波検出の最大のテーマだといえる。干渉計を構成する装置による雑音の他にも、干渉計を設置する場所に依存する環境雑音などがあり、どちらも理論的な予測だけでなく実際に測定しなければならない。

このような背景から、今世界中で最先端の技術を導入したレーザー干渉計型重力波検出器が稼働、建設されており、重力波の初検出を目指している。アメリカの LIGO やイタリア、フランスの Virgo は大規模なアップグレード中、日本の KAGRA は建設中であり、現在はドイツ、イギリスの GEO600 だけが稼働中である。

これらの検出器はレーザー干渉計型重力波検出器の歴史から第二世代に位置付けられており、その感度は主に量子雑音と呼ばれる雑音に制限されている。したがって次の第三世代以降の重力波検出器では、この量子雑音の改善が重要な課題となる。量子雑音改善の手段として、量子光学を応用した光スクイーズ技術を用いる方法や、光の輻射圧を利用して光ばねを用いる方法がある。さらにこの2つの手法を組み合わせることによって、より高度な量子雑音の改善が期待できる。

本論文では、2013年10月に KAGRA の建設場所である神岡鉱山で行った環境雑音の測定およびその検証と、重力波検出器における量子雑音の改善を目的とした、非線形光学素子を用いた信号増幅実験について述べる。

# 目次

はじめに	i
<b>第 1 章 重力波とその検出</b>	<b>1</b>
1.1 重力波の導出 . . . . .	1
1.2 重力波の特性 . . . . .	3
1.3 重力波の放出と重力波源 . . . . .	4
1.4 重力波の検出 . . . . .	4
1.5 世界の重力波検出器 . . . . .	7
<b>第 2 章 感度と雑音</b>	<b>9</b>
2.1 干渉計の感度 . . . . .	9
2.2 地面振動 . . . . .	10
2.3 磁場雑音 . . . . .	12
2.4 量子雑音 . . . . .	13
2.5 その他の雑音 . . . . .	15
<b>第 3 章 レーザー干渉計型重力波検出器</b>	<b>17</b>
3.1 Fabry-Perot 共振器 . . . . .	17
3.2 パワーリサイクリングとシグナルリサイクリング . . . . .	21
3.3 DRSE 干渉計 . . . . .	22
<b>第 4 章 量子雑音の改善</b>	<b>24</b>
4.1 光ばね . . . . .	24
4.2 光スクイーズ技術 . . . . .	25
4.3 光ばねと光スクイーズ技術の利用 . . . . .	27
<b>第 5 章 神岡における環境雑音の測定</b>	<b>30</b>
5.1 測定環境 . . . . .	30
5.2 測定器具およびその原理 . . . . .	31
5.3 測定手順 . . . . .	32
5.4 測定結果および考察 . . . . .	33
<b>第 6 章 信号増幅実験</b>	<b>35</b>
6.1 実験原理 . . . . .	35

---

6.2	セットアップおよび実験装置 . . . . .	42
6.3	Michelson 干渉計の組み立てと制御 . . . . .	44
6.4	非線形効果を用いた信号増幅 . . . . .	46
6.5	実験結果 . . . . .	46
<b>第 7 章</b>	<b>結論および今後の課題</b>	<b>50</b>
7.1	環境雑音測定 . . . . .	50
7.2	信号増幅実験 . . . . .	50
参考文献		53
謝辞		54

## 第 1 章

# 重力波とその検出

Einstein は 1916 年に発表した一般相対性理論の中で、重力場を記述する Einstein 方程式を導いた。重力波は、弱い重力場の場合において線形近似された Einstein 方程式の波動解である。重力波のもつ自由質点間の固有距離を変化させるという性質から、その検出方法としてレーザー干渉計を用いたものがある。

本章では、まず重力波の導出を示した後、その特性と期待される重力波源を紹介する。その後、重力波の特性を利用したレーザー干渉計型重力波検出器の検出原理について述べる。

### 1.1 重力波の導出

#### Einstein 方程式

一般相対性理論において、4次元時空内の異なる 2 点  $x^\mu$  と  $x^\mu + dx^\mu$  の間の距離 (線素  $ds$ ) は、時空の曲がり具合を示す計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  を用いて次のように書ける<sup>1</sup>。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.1)$$

重力場のない平坦な時空 (Minkowski 時空) を考えた場合、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  は

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

となり、この  $\eta_{\mu\nu}$  を Minkowski 計量と呼ぶ。

重力場のある時空を考えた場合、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  は、次の Einstein 方程式に従う。

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

ここで、 $G$ 、 $c$  はそれぞれ重力定数、光速であり、 $T_{\mu\nu}$ 、 $G^{\mu\nu}$  はそれぞれエネルギー運動量テンソル、Einstein テンソルと呼ばれるものである。 $G^{\mu\nu}$  は計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  が複雑に組み合わさったものである。

式 (1.3) の左辺を構成する  $g_{\mu\nu}$  は時空の曲がり具合を表し、右辺はエネルギーや運動量の密度を表している。ここで、エネルギーや運動量と質量は等価であると考えてよい。つまり Einstein 方程式とは、質量の密度分布によって時空の曲がり具合がどのように変化するかを求める方程式であり、これはまさに重力場を記述するものである。

<sup>1</sup> ギリシャ文字、ローマ文字の添え字はそれぞれ  $\{0, 1, 2, 3\}$ 、 $\{0, 1, 2\}$  をとるものとする。また、時空は  $x^\mu = (ct, x, y, z)$  と四次元に統一する。

## 線形化された Einstein 方程式

Einstein 方程式から、質量が移動したならばそれに応じて周囲の時空の歪み方も変化すると考えることができる。ここで電磁波の発生を思い起こしてみよう。電荷は静止または等速運動している限り、周りの静電ポテンシャルに従って運動している。しかし電荷がその速度を変えて、つまり加速度運動をした場合、その変化の情報を持った電磁波が発生するのであった。電磁波と同様に、質量をもった物質が加速度運動をするとき、それに応じて変化するエネルギーや運動量の情報を持った時空の歪みが伝播する現象があり、これを重力波と呼ぶ。

ここで弱い重力場、つまり重力場を平坦な時空からの摂動として考えたときにできる重力波について考える。Minkowski 時空からのずれを  $h_{\mu\nu}$  とすると、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  は次のように書ける。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.4)$$

ここで、 $\bar{h}_{\mu\nu}$  を以下のように定義する。

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (1.5)$$

ただし、 $h \equiv h_i^i$  である。さらに Lorenz ゲージ条件  $\bar{h}^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$  を課すと、Einstein テンソルは

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\square\bar{h}_{\mu\nu} \quad (1.6)$$

のように書ける<sup>2</sup>。

したがって弱い重力場における Einstein 方程式 (1.3) は次のよう書け、これを線形化された Einstein 方程式と呼ぶ。

$$\square\bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.7)$$

## 重力波解

次に真空中、つまり  $T_{\mu\nu} = 0$  となる場合を考える。このとき Einstein 方程式 (1.7) は次のようになる。

$$\square\bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.8)$$

これは波動方程式そのものであり、 $\bar{h}_{\mu\nu}$  が波として時空を伝搬することを意味している。これが重力波である。この波動方程式 (1.8) の解として、次の平面波を考える。

$$\bar{h}^{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(i\mathbf{k}_\alpha x^\alpha) \quad (1.9)$$

ここで  $A_{\mu\nu}$  は振幅を表すテンソルであり、 $\mathbf{k}_\alpha$  は 4 次元波数ベクトルで、3 次元波数ベクトル  $\mathbf{k}$  を用いて  $\mathbf{k}_\alpha = (\omega, \mathbf{k})$  となる。また、 $|\mathbf{k}|^2 = \omega^2/c^2$  を満たす。

この平面波解 (1.9)、つまり重力波が真空中で線形化された Einstein 方程式 (1.8) と Lorenz ゲージ条件、さらに TT ゲージ (Transverse Traceless ゲージ) 条件を満たすとき、

<sup>2</sup> Minkowski 計量  $\eta_{\mu\nu}$  の 0 でない成分は 1 か -1 しかないので、 $|h_{\mu\nu}(x)| \ll 1$  とし、2 次以上の項は無視できるとした。

重力波の進行方向を  $z$  軸にとると、重力波解は次のようにまとめられる。

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} e^{ik(ct-z)} \tag{1.10}$$

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{h}_+ & \bar{h}_\times & 0 \\ 0 & \bar{h}_\times & -\bar{h}_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

この式から重力波が横波であること、そして光速で伝播することがわかる。また、 $\bar{h}_+$ 、 $\bar{h}_\times$  は2つの独立な偏光モードを表しており、それぞれプラスモード、クロスモードと呼ぶ。

## 1.2 重力波の特性

### 自由質点に対する重力波の影響

重力波が自由質点に対して及ぼす影響について考える。 $z$  方向に重力波が入射した場合、 $\epsilon^i$  だけ離れた2質点間の固有距離は次のように変化する

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \delta\epsilon^x \\ \delta\epsilon^y \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{h}_+ & \bar{h}_\times \\ \bar{h}_\times & -\bar{h}_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} \\ &= \frac{1}{2} \bar{h}_+ \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} + \frac{1}{2} \bar{h}_\times \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} \end{aligned} \tag{1.12}$$

この第一項と第二項はそれぞれ重力波のプラスモードとクロスモードの偏波を表している。例えばプラスモードの重力波は、 $\epsilon^i$  だけ離れた2質点間の固有距離を  $\bar{h}_+ \epsilon^i / 2$  だけ変化させるのである。これらの質点の動きを図示すると、図 1.1 のようになっている。

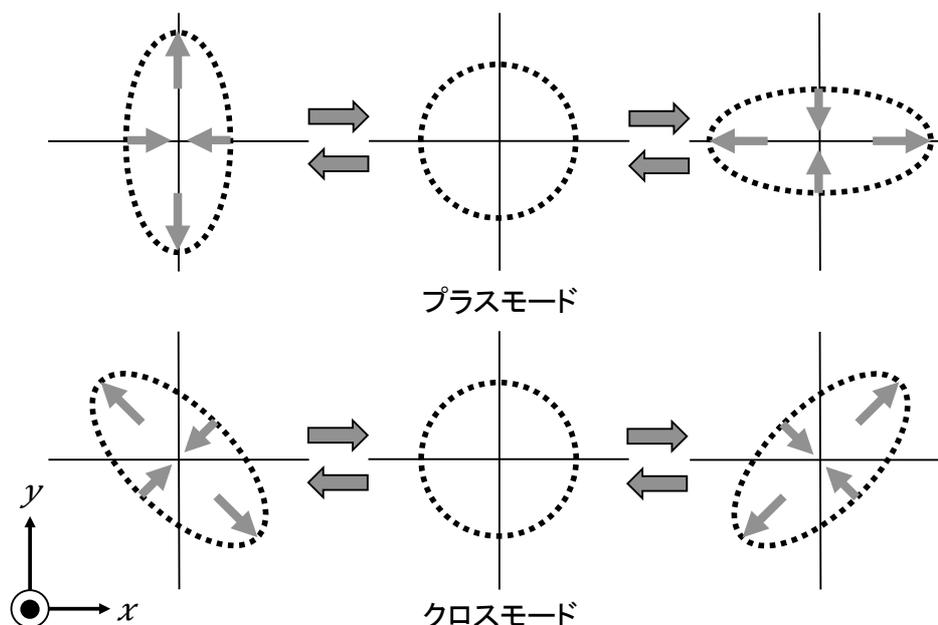


図 1.1 重力波の偏波：重力波にはプラスモードとクロスモードの2つの偏波がある。

今後本論文では重力波の振幅  $\bar{h}_+$  や  $\bar{h}_\times$  を単に  $h$  で表す。

## 1.3 重力波の放出と重力波源

### 重力波の放出

重力波の放出について考えるために、まず電磁波の放出を考えてみる。電磁波の放出は双極子モーメントの時間変化によって生じる。しかし重力波の放出の場合、負の電荷にあたる負の質量が存在しないため、重心系をとると質量双極子モーメントは0になってしまう。そこで以下のような質量四重極子モーメントを考える。

$$I_{ij}(t) = \int \rho(t, \mathbf{y}) \left( y_i y_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} y^i y^j \right) d^3 y \quad (1.13)$$

ただし、重力波源の位置を  $\mathbf{y}$  とした。

この質量四重極子モーメントを用いると、線形化された Einstein 方程式 (1.7) から、重力波源から距離  $r$  だけ離れた地点での重力波強度  $\bar{h}$  は次のように表される<sup>3</sup>。

$$h = -\frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2 I_{ij}(t')}{dt'^2} \quad (1.14)$$

ここで  $t' = t - r/c$  である。

### 重力波源

質量をもって加速度運動する物体からは重力波が放出されている。しかし重力波の振幅は非常に小さいため、観測が期待される重力波源はより質量スケールの大きい天体現象に限られてくる。予想されている発生頻度や検出器の感度などから、観測可能な重力波源としては、主に中性子星連星の合体やブラックホール連星の合体、超新星爆発などが考えられる。重力波がその波形まで含めて観測できれば、重力波源までの距離や質量、Hubble 定数などを求めることができる。

例えば、1.4 太陽質量で地球から 20 Mpc 地点にある中性子星連星が、周波数 400 Hz で互いに 20 km まで近づいているときに発生する重力波の振幅  $h$  は  $10^{-21}$  程度である。これは地球と太陽間の固有距離  $1.5 \times 10^{11}$  km を水素原子の直径程度しか変化させない。

## 1.4 重力波の検出

重力波は自由質点間の固有距離を変化させるという性質を持っている。しかしこの重力波の影響は非常に小さく、その検出にはいまだに成功していない。重力波の検出方法には様々なものがある。電波望遠鏡を用いてパルサーの回転速度の低下を検出するパルサータイミングアレイや、重力波に対する物質の固有応答を検出する共振器型検出器などがあるが、現在主流となっているものは光の干渉を利用したレーザー干渉計型検出器である。

### Michelson 干渉計

レーザー干渉計型重力波検出器では、基本的に図 1.2 のような Michelson 干渉計を用いている。Michelson 干渉計とは、レーザー光源から出た光をビームスプリッターによって直交した  $x$  方向と  $y$  方向

<sup>3</sup> 重力波源の時間変動がゆっくりしている、重力波源が放出される重力波の波長と比べて十分小さい、として近似した。

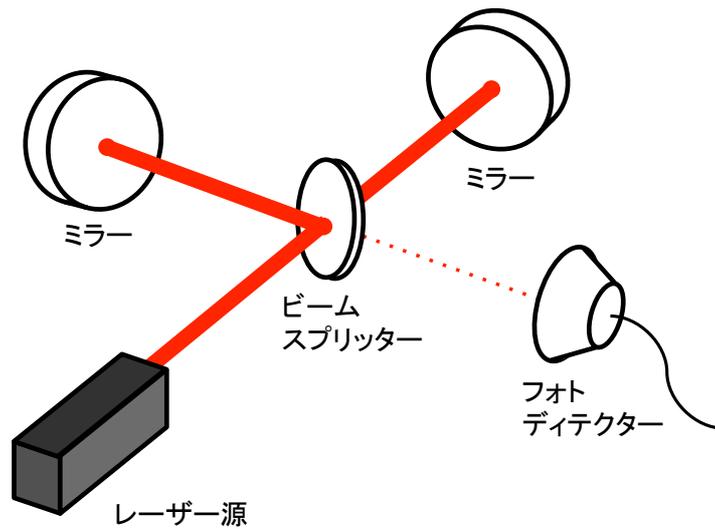


図 1.2 Michelson 干渉計：重力波がやってくることによる干渉光の変化を検出する。

に分けた後、それぞれの光をミラーによって反射させて再びビームスプリッターで再結合して干渉させる装置である。ミラーを自由質点として扱えるようにしたとき、レーザー干渉計に重力波が入射すると重力波のもつ性質によってビームスプリッターからミラーまでの固有距離が変化する。その結果、ビームスプリッターに戻ってきた  $x$  方向の光と  $y$  方向の光の間に位相の差が生じる。レーザー干渉計では、この位相差を重力波信号として検出する。

## 位相差の検出

レーザー光源から出た光の電場  $E_{\text{in}}$  が次のように書けるとする。

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (1.15)$$

ここで  $\Omega$  はレーザーの発振角周波数である。

ビームスプリッターによって分けられた 2 つの光はそれぞれミラーで反射され、再びビームスプリッターに戻ってくる<sup>4</sup>。このとき、ビームスプリッターで再結合した後の電場  $E_{\text{out}}$  は次のようになる。

$$E_{\text{out}} = \frac{1}{2} E_0 \left\{ e^{i(\Omega t - \phi_x)} - e^{i(\Omega t - \phi_y)} \right\} \quad (1.16)$$

ここで  $\phi_x$ 、 $\phi_y$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の腕を折り返して戻ってくるまでに生じる位相変化成分である。

$$\phi_x = \frac{2\Omega l_x}{c} \quad (1.17)$$

$$\phi_y = \frac{2\Omega l_y}{c} \quad (1.18)$$

ただし  $x$  方向、 $y$  方向の腕の長さをそれぞれ  $l_x$ 、 $l_y$  とした。

この電場  $E_{\text{out}}$  をフォトディテクターで検出する際、その出力は以下のような電場の強度  $|E_{\text{out}}|^2$  に比例した信号  $P_{\text{out}}$  となる。

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{2} P_{\text{in}} (1 - \cos \phi_-) \quad (1.19)$$

<sup>4</sup> 特に明記しない限り、ビームスプリッターは 50% 反射、50% 透過とする。

ただし  $P_{\text{in}} = |E_0|^2$ 、 $\phi_- = \phi_x - \phi_y$  とした。

実際の Michelson 干渉計では、ミラーの反射率の違いなどによって式 (1.19) から少しずれ、強度の最大値  $P_{\text{max}}$  と最小値  $P_{\text{min}}$  を用いて次のようになる。

$$P_{\text{out}} = \frac{P_{\text{max}} + P_{\text{min}}}{2} - \frac{P_{\text{max}} - P_{\text{min}}}{2} \cos \phi_- \quad (1.20)$$

ここで、 $P_{\text{max}}$  と  $P_{\text{min}}$  はそれぞれ干渉縞の明縞と暗縞に対応し、以下で表されるコントラスト  $C$  によって干渉縞の明瞭度を表す指標となる。

$$C \equiv \frac{P_{\text{max}} - P_{\text{min}}}{P_{\text{max}} + P_{\text{min}}} \quad (1.21)$$

あらかじめ Michelson 干渉計のフォトディテクター側にレーザー光が来ないようにしておけば、重力波による信号のみを検出することができる。この状態をダークフリンジと呼び、このときのフォトディテクター側をダークポート、レーザー源側をブライトポートと呼ぶ。

## 重力波による位相差の検出

$x$ - $y$  平面内に固定した Michelson 干渉計に、 $z$  軸方向に進むプラスモードの重力波が入射する場合を考える。光が  $x$  軸、 $y$  軸上を往復するときに生じる位相変化は、それぞれ次のように書ける。

$$\phi_x = \frac{2l_x \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^t \bar{h}(t') dt' \quad (1.22)$$

$$\phi_y = \frac{2l_y \Omega}{c} - \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_y}{c}}^t \bar{h}(t') dt' \quad (1.23)$$

したがって Michelson 干渉計のアウトプットから、次のような位相変化の情報を取り出すことができる。

$$\phi_- = \frac{2l_- \Omega}{c} + \delta\phi_{\text{GW}} \quad (1.24)$$

$$\delta\phi_{\text{GW}} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \bar{h}(t') dt' \quad (1.25)$$

ただし、基線長  $l \simeq l_x \simeq l_y$ 、 $l_- = l_x - l_y$  とした。上式において、第1項はビームスプリッターから2つのミラーまでの距離の違いによる静的な位相差を表し、第2項の  $\delta\phi_{\text{GW}}$  が重力波の影響による位相変化を表している。

## 周波数応答と基線長

次に、Michelson 干渉計の周波数応答を考える。Fourier 分解した  $\bar{h}$ 、つまり

$$\bar{h}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.26)$$

を用いると、式 (1.11) の  $\delta\phi_{\text{GW}}$  は次のように書ける。

$$\delta\phi_{\text{GW}} = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{MI}}(\omega) \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.27)$$

ただし  $H_{\text{MI}}(\omega)$  は

$$H_{\text{MI}}(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-i\frac{l\omega}{c}} \quad (1.28)$$

とした。この  $H_{\text{M}}(\omega)$  が、角周波数  $\omega$  の重力波に対する、Michelson 干渉計の周波数応答関数である。この周波数応答関数(??)から、重力波の周波数がある値に決まっているときの  $H_{\text{MI}}(\omega)$  を Michelson 干渉計の腕の長さである基線長  $l$  の関数として考える。すると

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \quad (1.29)$$

のとき  $|H_{\text{MI}}(\omega)|$  は最大になり、Michelson 干渉計の重力波に対する感度が最も良くなる。しかし、ここからさらに基線長を長くしても感度は向上しない。これは光が往復する間に重力波の影響が相殺されて、感度が低下する為である。

ここで具体的な例として、100Hz の重力波に対して  $|H_{\text{MI}}(\omega)|$  が式 (1.29) を満たす基線長を考えると、これは 750km と大変長くなる。現実的にはこのように長い基線長を持ったものを地上に建設する事は難しいため、光路長を稼ぐ方法として様々な工夫がなされている。これについては第3章で詳しく述べる。

## 1.5 世界の重力波検出器

現在稼働、建設、またはアップグレード中のレーザー干渉計型重力波検出器について紹介する。

### KAGRA

日本の大型レーザー干渉計型低温重力波検出器。現在、岐阜県神岡鉱山の地下 1000m に建設中である。基線長は 3km ある。最大の特徴は、干渉計のミラーを 20K まで冷却することであり、ミラーの熱雑音を抑えた高感度の実現を目指す。

### LIGO

アメリカの大型レーザー干渉計型重力波検出器。基線長 4km の干渉計がワシントン州ハンフォードとルイジアナ州リヴィングストンにある。2 台同時に稼働させることで相関をとり、感度を高めている。現在 Advanced LIGO (aLIGO) へとアップグレード中。

### Virgo

フランスとイタリアの共同研究による大型レーザー干渉計型重力波検出器。イタリアのピサ近辺に基線長 3km の干渉計が設置されている。大型低周波防振装置の開発により、低周波での感度が優れている。現在 Advanced Virgo へとアップグレード中。

### GEO600

イギリスとドイツの共同研究による基線長 300m の大型レーザー干渉計型重力波検出器。ドイツのノーファールに設置されており、現在稼働している唯一の重力波検出器である。

**ET**

欧州各国で協力して建設予定の重力波検出器 (Einstein Telescope)。一辺 10km の干渉計を正三角形に配置し、各辺を干渉計の腕としている。KAGRA と同様に地下に設置をし、低温と常温の干渉計を組み合わせることで広い帯域で高感度化を目指す。

## 第2章

# 感度と雑音

重力波検出器には、重力波という非常に小さな信号を検出できる感度が必要不可欠である。しかし重力波検出器には様々な雑音が存在し、その感度を制限している。主な雑音源としては地面振動、ミラーの熱雑音、サスペンションの熱雑音、量子雑音がある。

本章では、まず重力波検出器における感度とこれらの雑音について簡単に説明する。その後、今回実際に測定した地面振動と環境磁場雑音、そして非線形光学素子を用いて改善を試みた量子雑音について詳しく述べる。

### 2.1 干渉計の感度

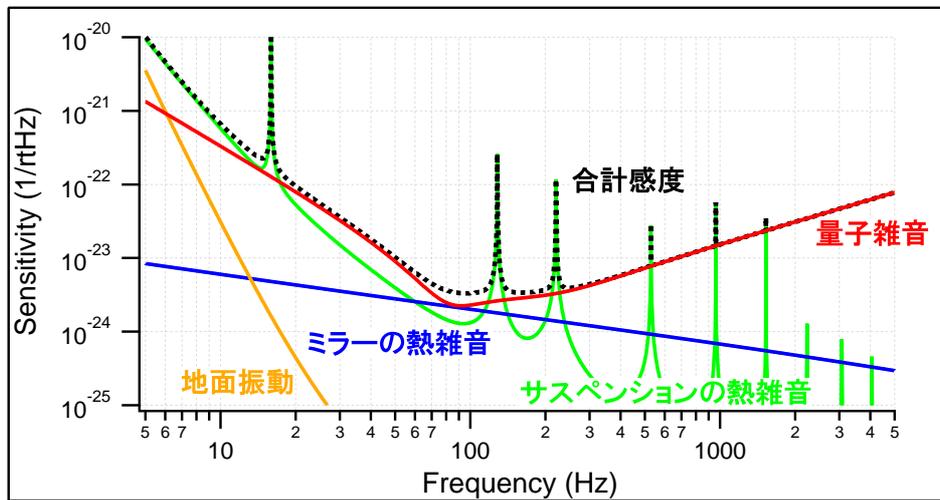


図 2.1 KAGRA の目標感度曲線:様々な雑音の合計で表されるノイズスペクトル。

干渉計の感度といったとき、図 2.1 のようなノイズスペクトルのことを指す。つまり、各周波数での雑音の合計を干渉計の感度と呼ぶのである。また、感度の単位としては、 $1/\sqrt{\text{Hz}}$  や  $\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  を用いる。

雑音による変位を  $x(t)$  とおく。一般に  $x(t)$  が無限に続くときには Fourier 変換は存在しない。そこで  $x(t)$  を区間  $[-T/2, T/2]$  に切り出した関数を

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & (|t| \leq T/2) \\ 0 & (|t| > T/2) \end{cases} \quad (2.1)$$

と定義し、この Fourier 変換を  $X_T(\omega)$  で表す。

$$X_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{i\omega t} dt \quad (2.2)$$

この  $X(\omega)$  を用いてパワースペクトル密度  $S(\omega)$  は次のように定義される。

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle |X_T(\omega)|^2 \rangle}{2\pi T} \quad (2.3)$$

この  $S(\omega)$  は単にパワースペクトルと呼ぶことが多い。  $x(t)$  と  $S(\omega)$  には次のような関係がある。

$$\bar{x}^2(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (2.4)$$

つまりパワースペクトル  $S(\omega)$  は、ランダムに変動する変位の平均パワー  $\bar{x}^2(t)$  の各周波数成分からの寄与を示している。実際には  $\omega = 2\pi f$  とおき、  $f \geq 0$  に対するスペクトルを考える。これは片側パワースペクトルと呼ばれ、次のように  $G(f)$  で表す。

$$\bar{x}^2(t) = \int_0^{\infty} G(f) df \quad (2.5)$$

$$G(f) = 4\pi S(\omega) \quad (2.6)$$

パワースペクトルの具体値をあげるときには、  $\sqrt{G(f)}$  で表すことが多い。これが感度の単位として  $1/\sqrt{\text{Hz}}$  や  $\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  を用いる理由である。

## 2.2 地面振動

### 地面振動の振幅

地面は地震等がなくてもあらゆる周波数で微小振動しており、地面振動の影響は、干渉計の設置場所における地面振動の大きさと、干渉計に組み込まれる防振系の性能で決まる。地面振動の典型的なスペクトルはおおよそ次のように表される。

$$\bar{x}_{\text{seismic}}(f) = 10^{-7} \left( \frac{1[\text{Hz}]}{f} \right)^2 [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.7)$$

この値は地域によって差があり、日本の重力波検出器 KAGRA が建設されている神岡鉱山ではこれより約 2 桁小さい。

干渉計内のミラーは振り子によって吊られている。この振り子はミラーを自由質点にするためだけでなく、防振の役割もある。ミラーが、共振周波数  $\omega_0$ 、Q 値  $Q$  の単振り子によって吊られている場合を考える<sup>1</sup>。このとき、振り子の支持点に対するミラーの変位の伝達関数は次のように書ける。

$$H(\omega) = \frac{\omega_0^2 + i\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 + i\frac{\omega\omega_0}{Q} - \omega^2} \quad (2.8)$$

ここで、  $|H(f)|$  を防振系における防振比と呼ぶ。

<sup>1</sup> Q 値とは振動に対する減衰特性を示す無次元数で、共振の鋭さを表す。Q 値が低い素材は振動がすぐに減少する性質がある。

$\omega_0 \ll \omega$  かつ  $Q \gg \omega/\omega_0$  のときには、地面振動によるミラーの変位のスペクトルは次のように書ける。

$$\bar{x}_{\text{mirror}}(f) = H(f)\bar{x}_{\text{seismic}}(f) \tag{2.9}$$

$$\sim \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{10^{-7}}{f^2} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \tag{2.10}$$

このように  $\omega_0$  が低く、 $Q$  値が高い振り子を用いれば地面振動の影響を低減することができる。また、振り子を多段にすることによってさらに防振比をかせぐことができる。

ここで振り子の共振周波数付近での揺れを考えてみる。 $\omega \sim \omega_0$ 、 $Q \gg 1$  として伝達関数 (2.8) を近似すると、

$$H(\omega) \sim Q \tag{2.11}$$

となり、ミラーが振り子の共振周波数付近で大きく揺れることがわかる。

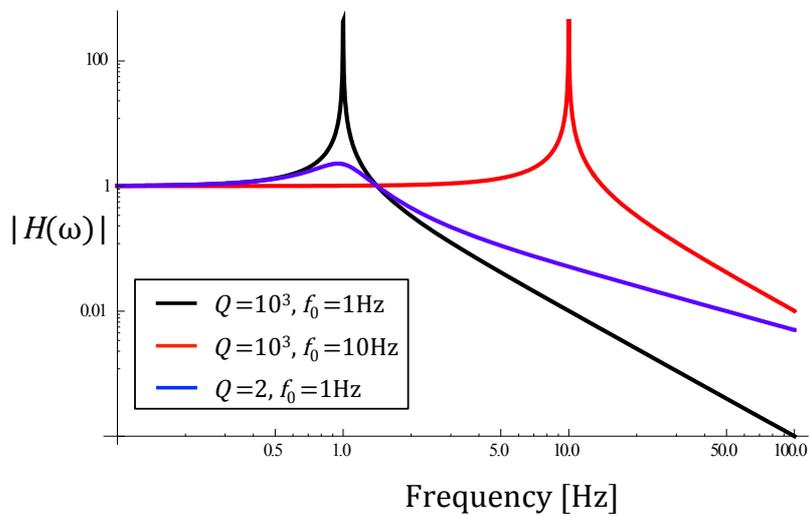


図 2.2 単振り子の支点からおもりの振動への伝達関数： $Q$  を大きくすれば共振周波数以上での揺れをより抑えることができる。

### 干渉計の制御への影響

ここまでスペクトルを用いて地面振動について述べてきた。これは重力波の観測低域での地面振動を考えるためである。

ここで低周波のまで含めた全周波数帯でのミラーの振幅、Root Mean Square (RMS) 振幅について考える。地面振動の RMS 振幅は、式 (2.7) の 2 乗を全周波数で積分してその平方根をとることで求まる<sup>2</sup>。

$$\begin{aligned} x_{\text{sRMS}} &= \left[ \int_{0.1}^{\infty} |\bar{x}_{\text{seismic}}|^2 df \right]^{1/2} \\ &= \left[ \int_{0.1}^{\infty} \frac{10^{-7}}{f^2} df \right]^{1/2} \\ &\sim 2 \text{ } [\mu\text{m}] \end{aligned} \tag{2.12}$$

つまり、地面は少なくとも数  $\mu\text{m}$  は常に振動していることになる。

<sup>2</sup> 式 (2.7) は 0.1Hz までにはよく成り立つことが知られているため、積分範囲を 0.1Hz からとした。

また、防振系によって防振されたミラーの RMS 振幅は次のようになる。

$$\begin{aligned} x_{\text{mRMS}} &= \left[ \int_{0.1}^{\infty} |\bar{x}_{\text{mirror}}|^2 df \right]^{1/2} \\ &= \left[ \int_{0.1}^{\infty} |H(f) \frac{10^{-7}}{f^2}|^2 df \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

このように防振系での RMS 振幅は防振系の伝達関数  $|H(f)|$  によって変わる。一般的に防振系の共振周波数  $\omega_0/2\pi$  は低く見積もって 0.1Hz 程度である。防振系は図 2.2 のように、共振周波数付近からそれ以下の低周波に対して防振効果をもたず、むしろ振動を増幅させる。したがって、ミラーの RMS 振幅を地面振動のレベルよりも小さくすることは難しく、 $1\mu\text{m}$  程の残留振幅が見込まれる。

残留振幅の大きさは防振系の安定性だけでなく、干渉計の制御系にも影響を与える。RMS 揺らぎが小さければ制御帯域を狭くすることができ、制御系の雑音を干渉計にフィードバックせずに済む。つまりミラーの残留振幅が小さいほど制御系の設計が楽になり、安定性も向上する。

## アップコンバージョン雑音

突発的に起こる地面振動についても考えなければならない。こういった地面振動は、私たちが感じる地震を除いて 1 日に数十回ほどの頻度で発生している。

ミラーがレーザー光の進行方向と同じ方向に揺らされると、基線長が変化して重力波と同じような信号が検出されてしまう。このような信号は超新星爆発による重力波信号と区別がつきにくい。

また、本来ミラーの中心に当たるはずだったレーザー光が、ミラーが揺らされることで少しずれた位置に当たってしまい、ミラーに回転させる力が働いてしまう場合がある。少し回転したミラーを反射したレーザー光はその光路を変えてしまい、周りの真空ダクト等に当たって散乱光となる。この散乱光が元のレーザー光とぶつかると、干渉して雑音となる。

このようにして生じた散乱光による雑音は、地面振動の周波数より高い周波数に現れるため、アップコンバージョン雑音と呼ばれる。

主要なミラーによる光路の変化だけでなく、折り返し用のミラーやバッフルなどの光学系を設置した光学テーブルが揺らされることによる散乱光も存在する。突発的な地面振動の周波数が光学テーブルをその共振周波数で揺らし、散乱光が生じる。

定常的な地面振動と突発的な地面振動は、どちらも直接的、間接的に重力波干渉計の雑音源となる。したがって、干渉計を建設する場所での定常的な地面振動の周波数スペクトル、そして突発的な地面振動の発生レートについての情報が必要となる。

## 2.3 磁場雑音

干渉計で用いるミラーには、その動きを抑えるためにアクチュエーターを用いて制御がかけられる。この際ミラーにコイルを取り付けて電流を流すのだが、ミラーとコイルを取り付ける部分に磁石が使われる。磁場雑音源としては、地磁気による定常的な磁場の変化や太陽からの磁気嵐などがある。

### 磁場の変動によるミラーの動き

図 2.3 のようなミラーと磁石の配置を想定し、ピッチ方向のミラーの動きについて考える。このとき磁石は磁気双極子とし、長さ  $l_m$  の棒の両端に磁荷  $q_m$ 、 $-q_m$  が取り付けられたものとする。また、負の磁荷がミラー側になるようにする。

このときミラーにはトルク  $N$  のみが働く。

$$N = 4 \frac{q_m l_m}{\mu_0} B \sin \theta \quad (2.14)$$

ここで、 $\mu_0$  は真空の透磁率で、 $\mu_0 \sim 1.26 \times 10^{-6} [\text{H/m}]$  である。

$\sin \theta \sim 1$  という近似を用いれば、ピッチ方向の回転角  $\bar{\phi}$  は次のように書ける。

$$|\bar{\phi}| = \frac{q_m l_m}{I \pi^2 \mu_0} \frac{1}{f^2 - f_0^2} |\bar{B}| \quad (2.15)$$

ただし、 $I$  は慣性モーメント、 $f_0$  はピッチ方向の共振周波数である。

レーザー光がミラーの中心から 1mm ピッチ方向にずれていたとすると、外部磁場の変動が、光路長の変化として以下のように検出される。

$$|\bar{h}| = \frac{2}{3} 10^{-6} \frac{q_m l_m}{I \pi^2 \mu_0} \frac{1}{f^2 - f_0^2} |\bar{B}| [1/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.16)$$

ただし、変化前の光路長を 3km、ミラーの数を 4 つとした。

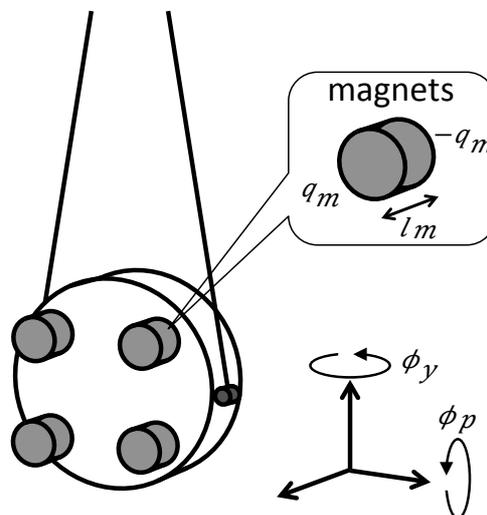


図 2.3 ミラーのデザイン：4 つの磁石を取り付け、アクチュエーターで制御を行う。

## 2.4 量子雑音

干渉計の最終的な感度は、ハイゼンベルグの不確定性原理に由来する光子の量子的な揺らぎによって制限されてしまう。これが量子雑音である。量子雑音は、位相揺らぎに起因する雑音と、振幅つまり光子数揺らぎに起因する雑音に分けることができ、それぞれショットノイズ、輻射圧雑音と呼ぶ。

重力波信号は位相差として検出する。ショットノイズは位相揺らぎであるから、直に干渉計の雑音となる。また光子数揺らぎである輻射圧雑音は、レーザー光のパワーを変化させることでミラーを揺らし、その結果として位相差が生じて雑音となる。

### 真空場

干渉計がダークフリンジのとき、干渉計のフォトディテクター側から入射する真空場による量子雑音の問題となる。真空場とは、光源が存在しない空間でも量子的に光子が揺らいでいる状態である。ここでは真空場によって生じる量子雑音について簡単に述べる。

零光子状態の固有関数は消滅演算子で書けるから、真空場は消滅演算子を用いて次のように表せる。

$$\hat{E}_{in}(t) = \int_0^\infty \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_0}{\mathcal{A}_c}} \hat{a}_\omega e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \tag{2.17}$$

ここで  $\mathcal{A}$  はビームの断面積、 $\hbar$  は Planck 定数である。真空場自体の期待値は 0 になるが、自乗検波して期待値をとると、生成消滅演算子の交換関係

$$[\hat{a}_\omega, \hat{a}_{\omega'}^\dagger] = 2\pi\delta(\omega - \omega') \tag{2.18}$$

から 0 にならない。これは真空場の揺らぎが存在することを示している。この揺らぎが量子雑音のもとになる。

光の量子的な揺らぎは、振幅の揺らぎと位相の揺らぎに分けることができ、それぞれ同相成分、差動成分と呼ぶ。図 2.4 のように、同相成分と差動成分を直交軸にとった位相空間を用いると分かりやすい。いま、重力波信号をレーザー光に対する位相変調として検出するので、振幅方向にレーザー光を固定して考える。このような場合、基本となる位相のレーザー光をキャリア光、キャリア光に対して位相の異なる信号をサイドバンドと呼ぶ。つまり重力波信号はキャリアの上下にサイドバンドを形成するのである。

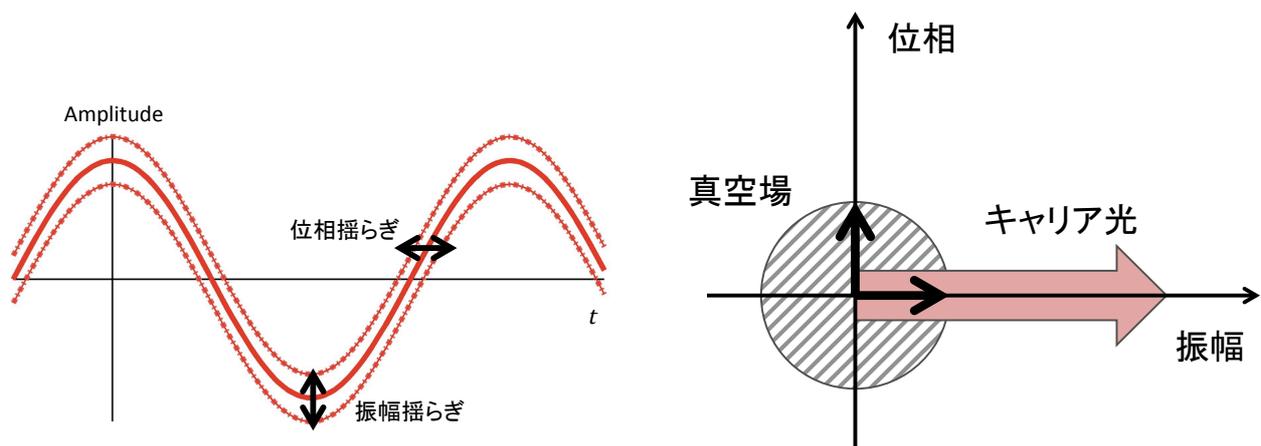


図 2.4 位相空間を用いた振幅と位相の揺らぎ：真空場の揺らぎは位相空間では右図のように広がって見える。

### ショットノイズと輻射圧雑音

重力波信号は位相方向に現れるから、真空場の差動成分は重力波検出にとって直に雑音となる。これをショットノイズと呼ぶ。また、振幅方向に現れる真空場の同相成分は、干渉計内のキャリアのパワーを変

化させる。キャリアのパワーが揺らぐと、光がミラーを押す力である輻射圧が変化してしまい、ミラーを差動に揺らしてしまう。この結果が位相方向に現れることによって雑音となり、これを輻射圧雑音と呼ぶ。

ダークポートから干渉計に入ってくる真空場の同相成分  $\hat{a}_1(\omega)$  と差動成分  $\hat{a}_2(\omega)$  は次のように書くことができる。

$$\hat{a}_1(\omega) = \frac{\hat{a}_{\Omega+\omega} + \hat{a}_{\Omega-\omega}^\dagger}{\sqrt{2}} \quad (2.19)$$

$$\hat{a}_2(\omega) = \frac{\hat{a}_{\Omega+\omega} - \hat{a}_{\Omega-\omega}^\dagger}{\sqrt{2}i} \quad (2.20)$$

以下、 $\omega$  および  $(\Omega)$  を省略する。また、同相成分と差動成分について基底をとりベクトル表示することを考える。このとき、ダークポートから入ってきた真空場と、後述する Fabry-Perot 共振器のある干渉計との相互作用を求める。すると干渉計から出てくる真空場は次のように書ける。

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} e^{2i\beta} + \frac{\sqrt{2\mathcal{K}}}{h_{\text{SQL}}} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} e^{i\beta} \quad (2.21)$$

ここで、 $\mathcal{K}$  はレーザーパワーなどに比例する係数、 $\beta$  は干渉計を片道通過するときの位相の遅れ、 $h$  は重力波による腕の歪みである。

## 標準量子限界 (SQL)

重力波信号が現れる位相方向での量子雑音の大きさを歪み  $h_n$  で表すと、

$$h_n = h_{\text{SQL}} \sqrt{\frac{\mathcal{K}^2 + 1}{2\mathcal{K}}} \quad (2.22)$$

となり、レーザーパワーに関わらず、ある限界値  $h_{\text{SQL}}$  を超えないことが分かる。これを標準量子限界 (Standard Quantum Limit; SQL) と呼ぶ。

$$h_{\text{SQL}} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}} \quad (2.23)$$

ただし  $m$  はミラーの質量、 $L$  は干渉計の基線長である。この SQL をどう超えるかという問題が量子雑音改善のテーマである。SQL を超える方法はいくつかあり、それについては第4章で述べる。

## 2.5 その他の雑音

### 熱雑音

物質は周りの熱浴と接することによって熱振動する。熱振動の代表的な現象にブラウン運動がある。高感度を目指す重力波検出器にとってこの熱振動も雑音源となり、これを熱雑音と呼ぶ。干渉計の中でも、ミラーやミラーを吊る振り子の熱雑音は光路長の変化に繋がる大きな問題となる。

熱雑音を低減する方法として、ミラーや振り子自体の温度を下げたり、Q 値の高い材質を用いることが挙げられる。

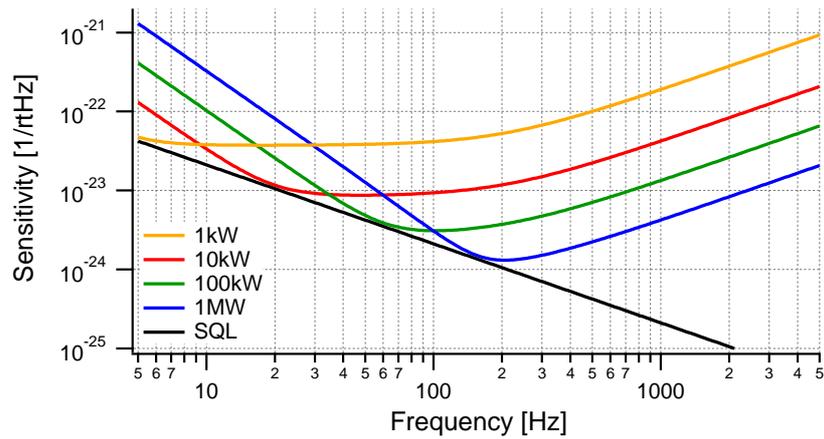


図 2.5 標準量子限界 (SQL) : レーザーパワーを変えていったときの感度がもっともよい点の包絡線を引くと SQL が現れる。

### その他の雑音

これまで挙げた主な雑音以外にも、干渉計の感度を制限する様々な雑音が存在する。例えば、光路上の気体分子による屈折率の変化によって光路長が変化することによる雑音や、レーザー源自体の周波数や振幅の揺らぎによる雑音などがある。これらの雑音の問題を改善するために、干渉計を真空槽に設置したり、より安定なレーザー源の開発などの研究がなされている。

## 第 3 章

# レーザー干渉計型重力波検出器

重力波検出器の原理について第 1 章で簡単に触れたが、実際には第 2 章で紹介したように、様々な雑音はその感度を制限する。よって現在稼働、建設されている干渉計には、感度を向上させるために実効的なレーザーパワーを上げたり、重力波信号を増幅させるなどの工夫がされている。したがって干渉計の構造も複雑になっている。

本章ではレーザー干渉計について、実際に日本の重力波検出器 KAGRA 等で採用される干渉計の構造や、その制御方法について説明する。

### 3.1 Fabry-Perot 共振器

第 1 章で述べたように、100Hz の重力波に対する Michelson 干渉計の最適な基線長は 75km となる。このような長い基線長をもつ干渉計を作ることは現実的に不可能であるため、光の共振を利用した Fabry-Perot 方式が導入されている。Fabry-Perot 方式は、Michelson 干渉計の 2 つの腕を、それぞれ Fabry-Perot 共振器に置き換えたものである。光は Fabry-Perot 共振器が構成する 2 枚の鏡の間を何度も往復し、多重干渉する。Fabry-Perot 共振器のことを腕共振器とも呼ぶ。

#### 光の共振

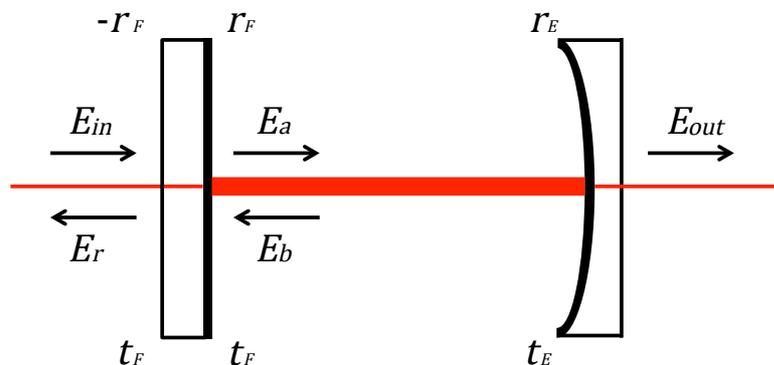


図 3.1 Fabry-Perot 共振器における電場：ミラーの表と裏で反射率の符号が逆になる。

ここで図のような Fabry-Perot 共振器を考える。共振器長を  $L$ 、フロントミラーとエンドミラーの反射率、透過率をそれぞれ  $r_F$ 、 $t_F$ 、 $r_E$ 、 $t_E$  とする。ただし反射率と透過率は、 $r_i^2 + t_i^2 = 1$  ( $i = F, E$ ) の

関係を満たす。

このとき、レーザー光源からの光の電場を式 (1.15) と同様に  $E_{\text{in}} = E_0 e^{i\Omega t}$  として、Fabry-Perot 共振器からの反射電場  $E_r$ 、透過電場  $E_t$  を考える。

$$E_a = t_F E_{\text{in}} + r_F E_b \quad (3.1)$$

$$E_b = r_E e^{-2i\frac{L\Omega}{c}} E_a \quad (3.2)$$

$$E_r = t_F E_b - r_F E_{\text{in}} \quad (3.3)$$

$$E_t = t_E e^{-i\frac{L\Omega}{c}} E_a \quad (3.4)$$

ここで、 $E_a$ 、 $E_b$  は共振器内でのフロントミラー付近での電場を表す。

上の4つの式からなる連立方程式を解くことで、 $E_r$  と  $E_t$  は次のように求められる。

$$E_r = \left( -r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \right) E_{\text{in}} \quad (3.5)$$

$$E_t = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{\text{in}} \quad (3.6)$$

ここで  $\Phi$  は光が共振器内を往復するときの位相変化である。

$$\Phi = \frac{2L\Omega}{c} \quad (3.7)$$

$E_r$ 、 $E_t$  より、Fabry-Perot 共振器を1枚のミラーと考えたときの反射率  $r_{\text{cav}}(\Phi)$  と透過率  $t_{\text{cav}}(\Phi)$  が次のように定義できる。

$$r_{\text{cav}}(\Phi) \equiv \frac{E_r}{E_{\text{in}}} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \quad (3.8)$$

$$t_{\text{cav}}(\Phi) \equiv \frac{E_t}{E_{\text{in}}} = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \quad (3.9)$$

## 共振条件

透過光強度  $P_t = |E_t|^2$  が最大になるとき、共振器内部の光の強度も最大になり、この状態を入射レーザー光と Fabry-Perot 共振器が共振しているという。また、反射光強度  $P_r = |E_r|^2$  が最大になっている状態を反共振しているという。共振条件と反共振条件はそれぞれ次のように書ける。

$$\Phi = 2\pi n \quad (3.10)$$

$$\Phi = \pi(2n - 1) \quad (3.11)$$

ただし  $n$  は自然数である。

また、共振、反共振の場合での Fabry-Perot 共振器の反射率はそれぞれ、

$$r_{\text{reso}} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E}{1 - r_F r_E} \quad (3.12)$$

$$r_{\text{anti}} = -r_F - \frac{t_F^2 r_E}{1 + r_F r_E} \quad (3.13)$$

となる。

実際に干渉計で用いられるミラーは高反射率  $r_F \simeq r_E \simeq 1$ 、低透過率  $t_F \simeq 0$  であるので、

$$r_{\text{anti}} \simeq -1 \quad (3.14)$$

となり、反共振の光はほとんどフロントミラーで反射され、Fabry-Perot 共振器長の変化などによる位相変化の影響をほとんど受けない。

また、反射光強度  $P_r$  と透過光強度  $P_t$  はそれぞれ

$$P_r = |E_r|^2 = \frac{\{(t_F^2 + r_F^2)r_E - r_F\}^2 + 4r_F r_E (t_F^2 + r_F^2) \sin^2(\frac{\Phi}{2})}{(1 - r_F r_E)^2 \{1 + (\frac{2}{\pi})^2 \mathcal{F}^2 \sin^2(\frac{\Phi}{2})\}} |E_{in}|^2 \quad (3.15)$$

$$P_t = |E_t|^2 = \frac{(t_F t_E)^2}{(1 - r_F r_E)^2} \frac{1}{1 + (\frac{2}{\pi})^2 \mathcal{F}^2 \sin^2(\frac{\Phi}{2})} |E_{in}|^2 \quad (3.16)$$

と書ける。ただし  $\mathcal{F}$  はフィネスと呼ばれる値である。フィネスについては次節で触れる。

### フリースペクトラルレンジとフィネス

式 (3.16) より  $\Phi$  を横軸、透過光強度を縦軸としてグラフを書くと図 3.2 のようになる。

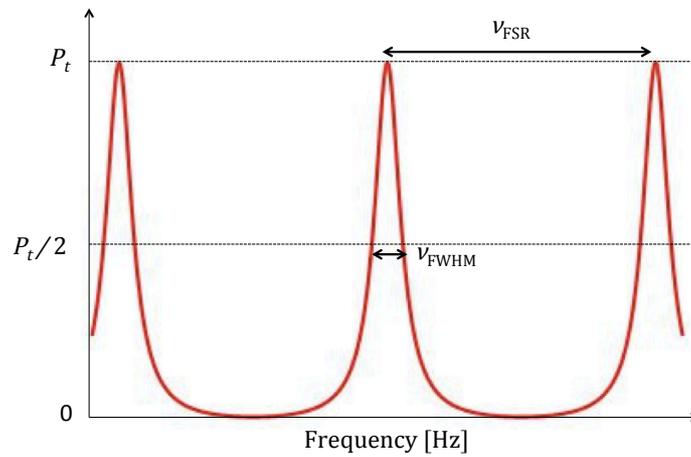


図 3.2 Fabry-Perot 共振器の透過光強度。

$\Phi = \frac{2L\Omega}{c}$  において共振器長  $L$  を固定して考えると、透過光強度は  $\Omega$  の周期関数となっている。この基本周期をフリースペクトラルレンジ (Free Spectral Range; FSR) と呼び、共振周波数の間隔  $\nu_{\text{FSR}} = \Omega_{\text{FSR}}/2\pi$  は、共振条件 (3.10) より

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{\Omega_{\text{FSR}}}{2\pi} = \frac{c}{2L} \quad (3.17)$$

となる。また、共振の半値全幅 ( $\nu_{\text{FWHM}}$ ) は、 $\nu_{\text{FWHM}} \ll \nu_{\text{FSR}}$  のとき、

$$\nu_{\text{FWHM}} = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}} \frac{c}{L} \quad (3.18)$$

となる。

このとき、( $\nu_{\text{FSR}} = \Omega_{\text{FSR}}/2\pi$ ) と ( $\nu_{\text{FWHM}}$ ) の比

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\nu_{\text{FWHM}}} \\ &= \frac{\pi \sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E} \end{aligned} \quad (3.19)$$

がフィネスであり、共振の鋭さを表す。フィネスは鏡の反射率のみで決定される値となる。フィネスが高いということは、共振させたい周波数をより狭くできるということであり、他の周波数の雑音の影響を受けにくくなる。

### 重力波に対する周波数応答

Fabry-Perot Michelson 干渉計 (FPMI) の重力波に対する周波数応答について考える。Michelson 干渉計のときと同じように、 $x-y$  平面内に固定した FPMI にプラスモードの重力波が  $z$  軸方向から入射しているとする。式 (1.4) と同様に Fourier 変換した  $\bar{h}(t')$ 、

$$\bar{h}(t') = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.20)$$

を用いると、Fabry-Perot 共振器からの反射光  $E_r$  は次のようになる。

$$E_r = E_0 e^{i\Omega t} \frac{-r_F + (r_F^2 + t_F^2)r_E}{1 - r_F r_E} \left\{ 1 - i \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{FP}}(\omega) \bar{h}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\} \quad (3.21)$$

ただし、入射光を  $E_{\text{in}} = E_0 e^{i\Omega t}$  とし、Fabry-Perot 共振器内で共振しているとした。また、 $H_{\text{FP}}(\omega)$  は重力波に対する Fabry-Perot 共振器の周波数応答関数である。

$$H_{\text{FP}}(\omega) = \frac{\alpha \Omega}{\omega} \frac{\sin \gamma}{1 - r_F r_E e^{-2i\gamma}} e^{-i\gamma} \quad (3.22)$$

$$\alpha = \frac{t_F^2 r_E}{-r_F + (r_F^2 + t_F^2)r_E} \quad (3.23)$$

$$\gamma = \frac{L\omega}{c} \quad (3.24)$$

さらに、光が共振器内を動くのに要する時間内では重力波の時間変化が十分小さい、つまり  $\omega L/c \ll 1$  のとき、周波数応答関数  $H_{\text{FP}}(\omega)$  の絶対値  $|H_{\text{FP}}(\omega)|$  は次のように書ける。

$$|H_{\text{FP}}(\omega)| = \frac{\alpha \Omega L}{c(1 - r_F r_E)} \frac{|\sin \gamma|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi F}{2} \sin \gamma\right)^2}} \quad (3.25)$$

$$\sim \frac{\alpha \Omega L}{c(1 - r_F r_E)} \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} \quad (3.26)$$

ここで、 $\tau$  は共振器内での光の平均滞在時間を表す。

$$\tau = \frac{2L}{c} \frac{\sqrt{r_F r_E}}{(1 - r_F r_E)} \quad (3.27)$$

この  $\tau$  から、Fabry-Perot 共振器内での光の実効的な折り返し回数  $N_{\text{FP}}$  を定義することができる。

$$N_{\text{FP}} = \frac{c\tau}{L} \quad (3.28)$$

さらに、 $\tau$  はフィネス  $\mathcal{F}$  を用いて

$$\tau = \frac{2L}{\pi c} \mathcal{F} \quad (3.29)$$

と書くことができ、 $N_{\text{FP}}$  とは

$$\mathcal{F} = N_{\text{FP}}^2 \quad (3.30)$$

という関係をもつ。つまりフィネスは、Fabry-Perot 共振器内での光の実効的な折り返し回数を表す値であると考えることができる。実際に干渉計においてフィネスは非常に重要な値として扱われる。

### Michelson 干渉計との比較

Michelson 干渉計と FPMI の重力波に対する周波数応答はそれぞれ式 (1.28)、(3.25) から次のように書けた。

$$|H_{MI}(\omega)| = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) \tag{3.31}$$

$$|H_{FP}(\omega)| = \frac{2\Omega}{\omega} \frac{1+r_F}{|1-r_F e^{-2i\frac{L\omega}{c}}|} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right) \tag{3.32}$$

観測すべき周波数を固定して考えると、 $H_{MI}$  を基線長  $l$  の関数として考えると  $l\omega/c = \pi/2$  で絶対値が最大になり、これ以上基線長を長くしても感度の向上はない。同じように  $H_{FP}$  を  $L$  の関数として考えると、 $L\omega/c = \pi/2$  のとき絶対値が最大となる。

$l = L$ 、 $T = t_F^2$  として式 (3.31) と式 (3.32) を比べると、

$$\frac{|H_{FP}(\omega)|}{|H_{MI}(\omega)|} = \frac{4}{T} \frac{1}{\sqrt{1+(4\omega L/Tc)^2}} \tag{3.33}$$

となり、FPMI では  $\frac{4}{T} \frac{1}{\sqrt{1+(4\omega L/Tc)^2}}$  倍得していることがわかる。

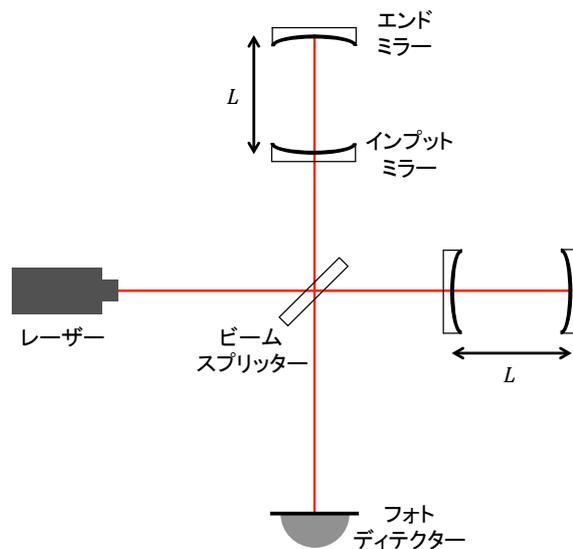


図 3.3 Fabry-Perot Michelson 干渉計。

## 3.2 パワーリサイクリングとシグナルリサイクリング

### パワーリサイクリング

高周波における干渉計の感度は、より高出力のレーザー源を用いることによって改善できる。これはレーザーパワーが大きいほど、高周波で支配的な雑音源であるショットノイズが小さくなるからである。しかし高出力のレーザー源は実現が難しく、安定なレーザーの出力はせいぜい 200W 程度である。干渉計はダークフリンジになるように調整されており、ほとんどのレーザー光はブライトポートへ戻るの

で、このブライトポートに戻ってきた光をミラーで反射し、再び干渉計へ入射することで干渉計内部のパワーを実効的に上げる。これをパワーリサイクリング (Power Recycling; PR) と呼び、レーザー光の周波数で反共振するように合わせたパワーリサイクリング共振器 (PRC) を組むことで実現できる。このとき加えたミラーをパワーリサイクリングミラー (PRM) と呼ぶ。

PRC のゲインを上げることは、レーザーパワーを上げることと等価である。例えば、PRC のゲインを 100 倍にしたときも、レーザーパワーを 100 倍にしたときも、ショットノイズは同じように 10 倍改善する。

### シグナルリサイクリング

パワーリサイクリングと同じように、ダークポートに漏れてきた重力波信号をミラーで反射し、信号を増幅することができる。これをシグナルリサイクリング (Signal Recycling; SR) と呼ぶ。このとき加えたミラーをシグナルリサイクリングミラー (SRM) と呼ぶ。

シグナルリサイクリングがパワーリサイクリングと異なる点は、共振させる周波数を選べることである。例えば、SRM を同じくキャリアが共振するように制御したとき、低周波の感度は良くなり、高周波の感度は悪くなる。これを BSR (Broadband Signal Recycling) と呼ぶ。ドイツとイギリスの重力波検出器 GEO は、腕共振器がなく、パワーリサイクリングと BSR を行っている。このようにパワーリサイクリングとシグナルリサイクリングの両方を組み込んだ干渉計をデュアルリサイクリング (Dual Recycling; DR) 干渉計と呼ぶ。

また、SRM をキャリアが反共振になるように制御したとき、高周波の感度が良くなり低周波の感度は悪くなる。これは、高周波の重力波信号を腕共振器内で相殺する前に取り出していると説明することもできる。この手法を RSE (Resonant Sideband Extraction) と呼ぶ。特にキャリアが反共振になるようにした場合は BRSE (Broadband Resonant Sideband Extraction) と呼ぶ。

## 3.3 DRSE 干渉計

SRC をキャリアにとって共振でも反共振でもない状態に制御することもでき、これをデチューンするという。デチューンすると、どちらか一方のサイドバンドがある周波数付近で共振するようになり、干渉計の感度が狭帯域ではあるが改善することが知られている。これを DRSE (Detuned Resonant Sideband Extraction) と呼ぶ。SRM をキャリアの共振の位置から  $\Delta l_s$  だけずらすことで DRSE を実現できる。

$$\frac{l_s \Omega}{c} = n\pi \quad (\text{BSR}) \quad (3.34)$$

$$\frac{(l_s + \Delta l_s) \Omega}{c} = n\pi + \phi_d \quad (\text{DRSE}) \quad (3.35)$$

ただし  $\phi_d$  は、SRM ずらすことで生じた位相変化で、デチューン位相と呼ぶ。

日本の重力波検出器 KAGRA では DRSE を採用している。重力波の初検出を目指すにあたって、狭帯域でも感度を良くすることは有益である。DRSE では、重力波検出が期待できる数百 Hz 付近で感度を良くすることができる。

また、DRSE では光ばねという量子雑音の改善に有効な手法を使うことができる。光ばねとは光の輻射圧を利用して SQL の突破を図る手法であり、次章で説明する。

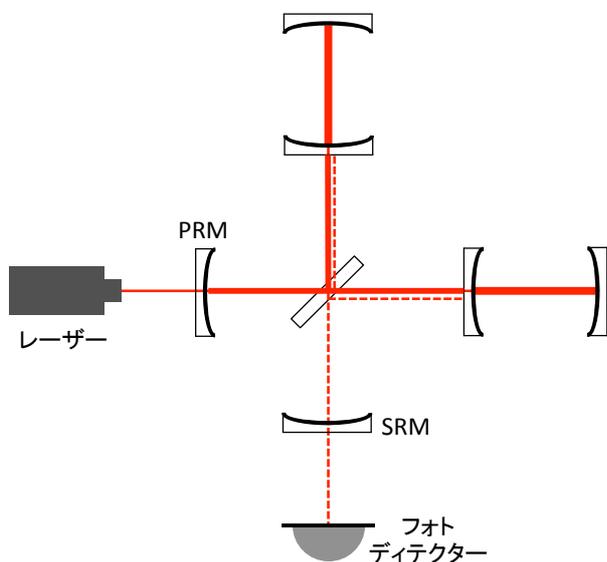


図 3.4 パワーリサイクリングとシグナルリサイクリングを両方用いたデュアルリサイクリング干渉計。

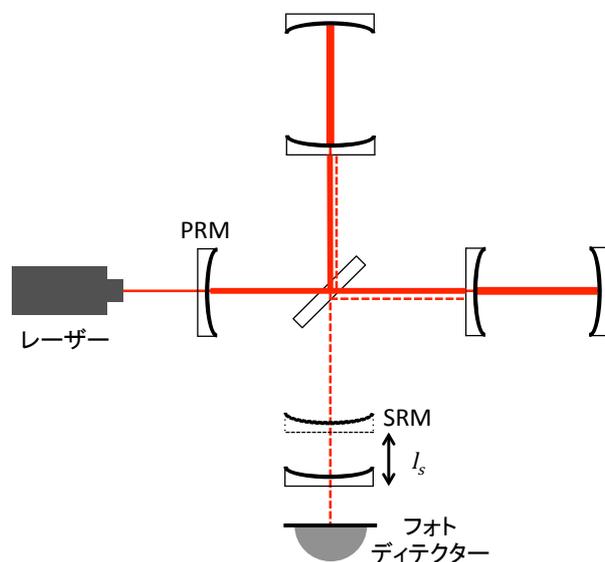


図 3.5 DRSE 干渉計：シグナルリサイクリングミラーをキャリア光の共振点からずらしている。

## 第 4 章

# 量子雑音の改善

量子雑音は、重力波検出器の感度を最終的に制限する雑音である。熱雑音や環境雑音などの低減に成功した次世代重力波器において、更なる感度の向上のためには、量子雑音の低減が必要不可欠となる。

量子雑音の低減手法としては、レーザーパワーを上げたりミラーを重くするといったことが最もシンプルな解決法である。しかし、現段階でさらにレーザーパワーを上げることは非常に困難であるし、ミラーを重くするとその代償として不純物質が多くなり、例えば KAGRA で使用するサファイアのミラーは 23kg の重さにするのが限界である。本章では、このような問題をクリアした量子雑音の改善策として、光ばねと光スクイーズ技術について紹介する。その後、光ばねとスクイーズを組み合わせることで量子雑音の低減できる周波数帯を変えることができることについて説明する。

### 4.1 光ばね

#### 光ばねの原理

第 3 章で最後に述べた DRSE とは、シグナルリサイクリングミラーの制御点を BSR の共振点から少しずらすことで特定の周波数について干涉計の感度を向上させるものであった。共振点からずれた位置で制御されたミラーは、光の輻射圧とミラーを吊っている振り子から受ける力によって、位置が変化したときに元の位置に戻そうとする復元力が働くようになる。このように光がばねのような振る舞いをすることから、この状態を光ばねと呼ぶ。このとき干涉計の感度は光ばねの共振周波数付近で感度がよくなる。

#### 光ばねによる感度の向上

光ばねを用いた干涉計における量子雑音のスペクトルを、デチューン位相を変えた場合と干涉計内のパワーを変えた場合について載せる。

DRSE 干涉計で光ばねを作った場合、図 4.6 のように 2 つのディップが現れていることが分かる。低周波に現れている方が光ばねの共振周波数であり、高周波に現れている方は DRSE で共振しているサイドバンドによるものである。

まずレーザーパワーは変えずにデチューン位相を 0 から増やしていった場合、この 2 つのディップはそれぞれ近づいていき、最終的には同じ周波数に現れる。チューン位相を変えただけでは、光ばねの共振周波数によるディップがもう一方のディップを超えて高い周波数に現れることはない。

また、デチューン位相は変えずにレーザーパワーを高くしていった場合、光ばねの共振周波数だけがビームのパワーが高くなるにつれて高周波へと移動している。また、DRSE による共振周波数は移動し

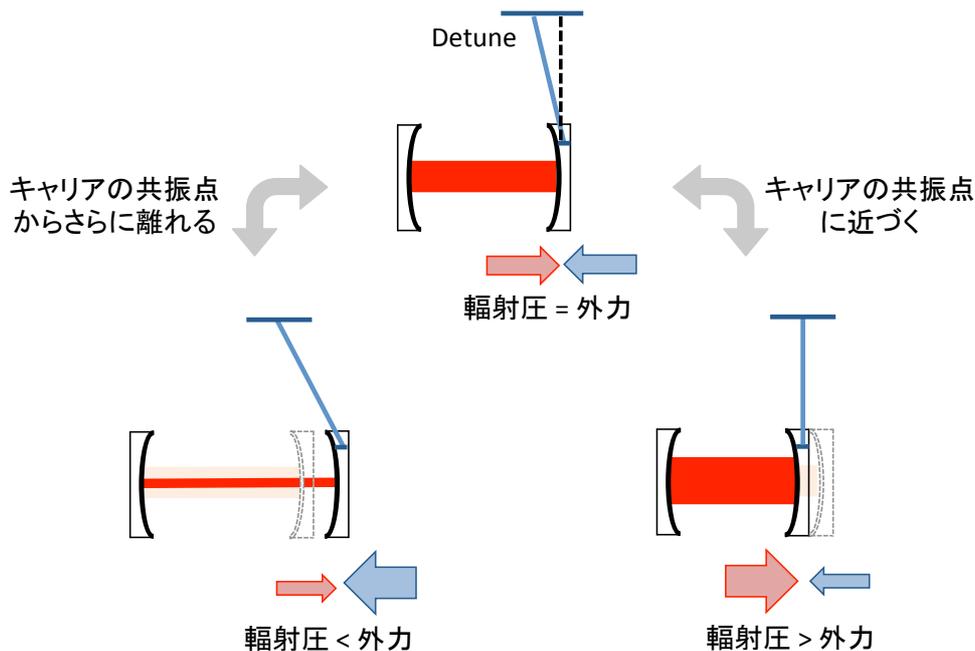


図 4.1 光ばねの原理:デチューンすることで光の輻射圧と外力の関係がばねのように振る舞う。

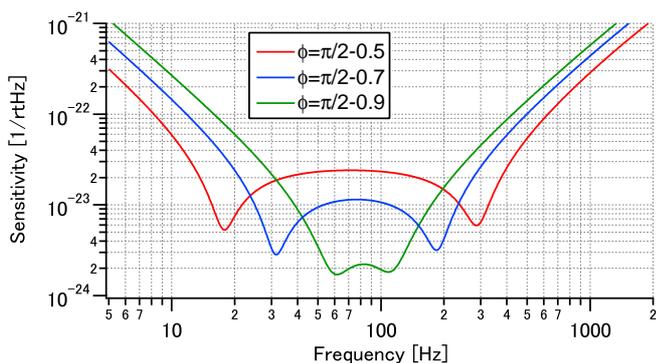


図 4.2 デチューン位相を変えたときの DRSE の感度。

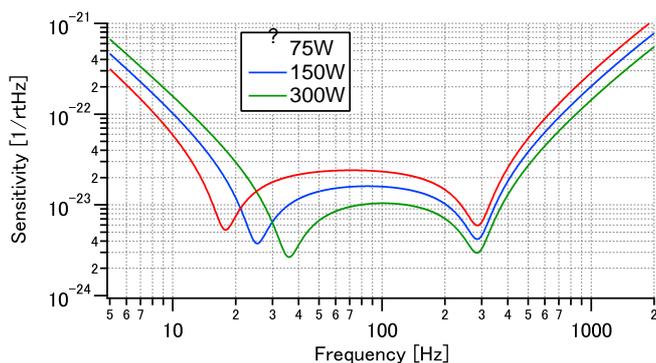


図 4.3 レーザーパワーを変えたときの DRSE の感度。

ない。

## 4.2 光スクイーズ技術

### スクイーズの原理

位置  $\Delta q$  と運動量  $\Delta p$  には Heisenberg の不確定性原理から

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{1}{4} \tag{4.1}$$

のような関係があり、等号が成り立つときを最小不確定状態と呼ぶ。量子雑音の説明のときに述べたが、真空場とは光の振幅成分と位相成分の量子的な揺らぎによって生じる。振幅と位相の間にも Heisenberg の不確定性原理から最小不確定状態と呼べる状態が存在する。最小不確定状態にある光で、振幅成分と位相成分が同じように揺らいでいる光をコヒーレントな光と呼ぶ。真空場はコヒーレント状態にあると考え

てよい。このコヒーレントに揺らいでいる真空場について、2つの成分の積は変えられないが、そのバランスは変えることができる。最小不確定性関係をみたしつつ、片方の揺らぎを犠牲にしてもう一方の揺らぎを抑えた状態をスクイズド状態と呼ぶ。

重力波信号は位相方向に現れるため、位相成分の揺らぎを抑えるようにスクイズした真空場を干涉計のダークポートから入れることができれば、重力波信号に対する真空場の影響、つまりショットノイズを低減することができる。これは信号に対する雑音の比、SNR(Signal Noise Ratio)を良くしたことになる。このように位相揺らぎを抑えた真空場の生成を位相スクイズ、また振幅揺らぎを抑えた真空場の生成を振幅スクイズと呼ぶ。

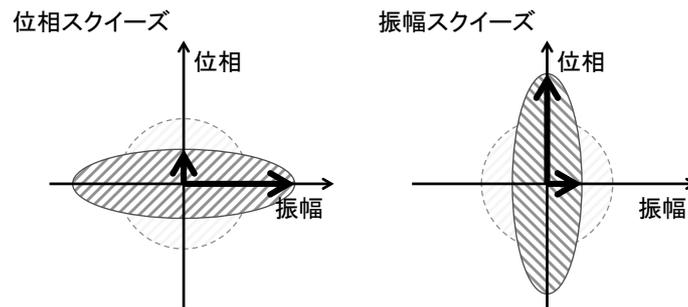


図 4.4 位相スクイズと振幅スクイズ：どちらも Heisenberg の不確定性原理を満たしている。

## スクイズ光の生成

スクイズ光は非線形光学素子を用いて生成することができる。 $\Omega_0$  のキャリア光とその2倍波  $2\Omega_0$  のポンプ光を非線形光学素子に通すと、ポンプ光とキャリア光の周りの真空場がビートを取る。このとき  $\omega_0 + \Omega$  の Upper サイドバンドと  $\omega_0 - \Omega$  の Lower サイドバンドが相関をもつようになる。

振幅スクイズの場合、Upper と Lower の振幅が同じ符号で揺らぐように相関をもち、キャリアにとって真空場の振幅成分は増えて位相成分は減る。また位相スクイズの場合、Upper と Lower の振幅が逆の符号で揺らぐように相関をもち、キャリアにとって真空場の振幅成分が減って位相成分は増える。こうしてスクイズ光を生成することができる。このとき、非線形光学素子を用いてスクイズ光を生成する装置を OPO (Optical Parametric Oscillator) と呼ぶ。

また、ポンプ光はキャリア光を非線形光学素子に通すことを用いて生成することができ、この装置を SHG (Second Harmonic Generator) と呼ぶ。

## スクイズ光による感度の向上

まず、Broadband RSE 干涉計に入射する真空場を 10dB 位相スクイズした時の感度 (赤線) を図 4.7 に示す。干涉計内に光学ロスがなければ入射パワーを 10 倍にしたのと同じ感度 (青線) が得られる。実際には鏡におけるレーザーの吸収や散乱で 50ppm 程度のロスがあるので、それを踏まえて計算するとショットノイズが少し悪くなる (緑線)。

つまり真空場の位相スクイズはレーザーパワーを上げることと同じような効果をもつ。KAGRA のようにミラーを冷却する干涉計では入射パワーが制限されるので、スクイズによるショットノイズの改善が有効である。

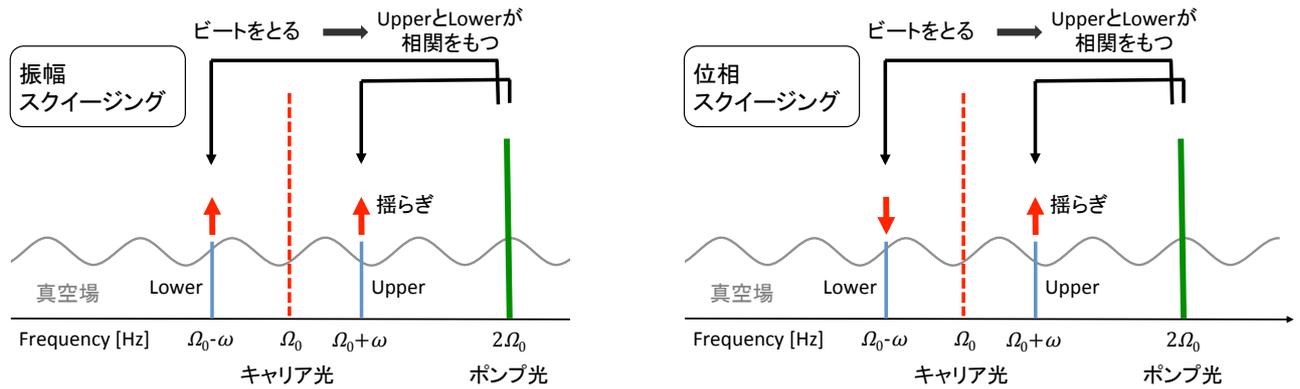


図 4.5 スクイズ光の生成:振幅スクイズでは、Upper と Lower のサイドバンドが同符号で揺らぐように相関をもつ。また位相スクイズでは、相関をもった Upper と Lower のサイドバンドが逆符号で揺らぐように相関をもつ。

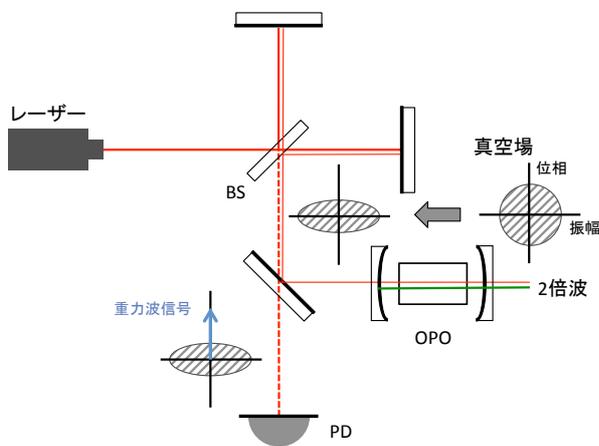


図 4.6 真空場の位相スクイズを入れた Michelson 干渉計。

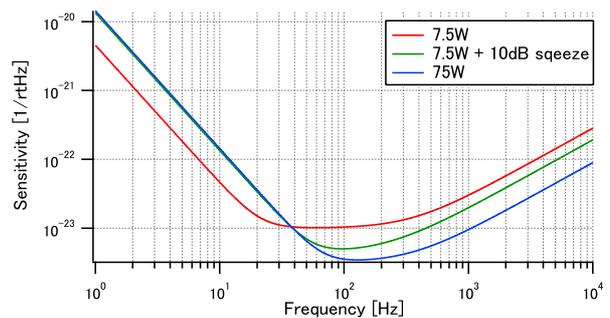


図 4.7 BRSE 干渉計に位相スクイズした真空場を入れた場合とレーザーパワーを上げたときの感度。

### 4.3 光ばねと光スクイズ技術の利用

光ばねの共振周波数は、レーザーパワーを高くすることで高周波側へとシフトさせることができる。また、光スクイズ技術はレーザーパワーを高くすることと同じような効果が得られるのであった。そこで、光ばねの共振周波数を上げるために光スクイズ技術を利用することを考えてみる。

#### 光ばねと真空場のスクイズ

DRSE 干渉計に入射する真空場をスクイズしたときの感度を図 4.8 に示す。Detuned RSE 干渉計ではレーザーパワーを上げると光バネの周波数が移動するが、スクイズを導入しても干渉計のダイナミクスは変わらないので、光バネの周波数は移動しない。

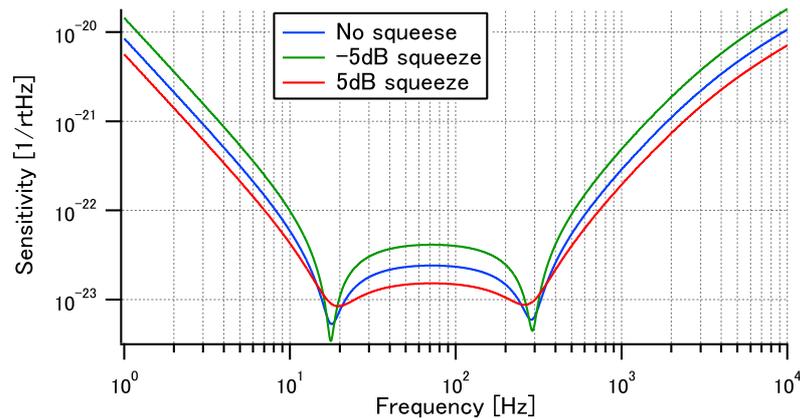


図 4.8 DRSE 干渉計に入射する真空場をスクイズしたときの量子雑音：光ばねの共振周波数の位置は変わらない。

### 4.3.1 光ばねと干渉計内のスクイズ

スクイズした真空場を AS ポートから入れても干渉計のダイナミクスが変わらないので、量子雑音はこれ以上改善しない。光ばねとスクイズの良いところを両立させるためには、干渉計の SRC 内に OPO を置いて振幅スクイズする。振幅スクイズすると干渉計を出てきた重力波信号を増やす事ができる。しかしこのとき、真空場の位相成分も信号と共に増えてしまう。これではショットノイズも増えてしまい、SNR は得をしない。しかし干渉計内で振幅スクイズをすることで、図 4.10 のように光ばねの共振周波数を高周波へとシフトすることができる。

真空場のスクイズでは位相スクイズをしたが、今回は振幅スクイズをしている。

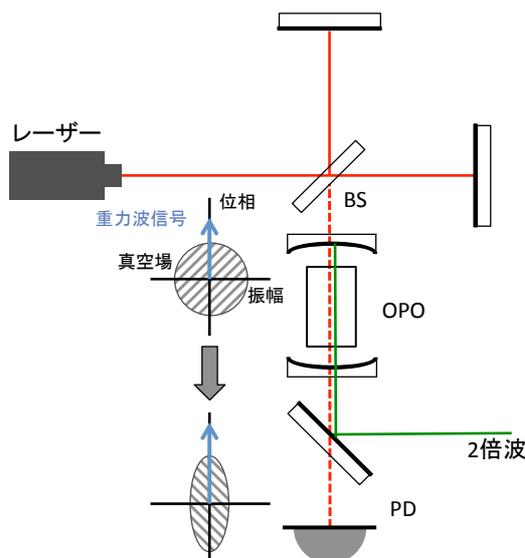


図 4.9 SRC 内に振幅スクイズを入れた Michelson 干渉計。

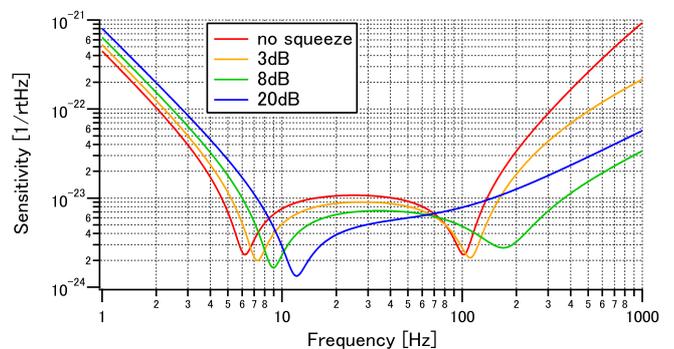


図 4.10 DRSE 干渉計の SRC 内で振幅スクイズをしたときの量子雑音：振幅スクイズが強くなるにつれて、光ばねの共振周波数が高周波側へとシフトしている。

このように光ばねと SRC 内の振幅スクイーズを用いれば、レーザーパワーを上げることなく光ばねの共振周波数を高周波へシフトさせることができる。

## 第5章

# 神岡における環境雑音の測定

干渉計の感度を制限する雑音源の1つに環境雑音がある。環境雑音の影響の度合いは干渉計が設置されている場所によって異なる。したがって干渉計の感度を考えるには、その建設場所での環境雑音がどれくらいかを測定しなければならない。

2013年10月、KAGRAの建設場所である岐阜県の神岡鉱山内にて地面振動と環境磁場雑音の測定を行った。図??で示したKAGRAの感度曲線は、同じ神岡鉱山内にあり、KAGRAのプロトタイプにあたるCLIOのある場所での環境雑音のデータを基に作られている。実際にKAGRAが設置される場所での環境雑音の測定は今回が初であり、実際にKAGRAをインストールする前の重要なデータとなる。

### 5.1 測定環境

今回の測定は、現在トンネルの掘削工事中であるKAGRA建設予定地で行った。測定した場所は、干渉計内での位置としてはBSを吊る防振系が設置される場所にあたる。

2013年10月頃、掘削工事は干渉計の腕のエンドミラー周辺をメインに行われていたため、測定場所は工事現場からは1km以上離れていた。しかし、トンネル内は未舗装であり、土ぼこりも多かった。また、地下水の影響で壁や天井からは少し水が落ちてくるなど、湿度も高かった。

工事現場からは十分離れていたものの、トンネル内は大型の重機が通ったり、数km先では発破を行っていた関係で、工事中はKAGRAのための地面振動を測定することはできなかった。そこで、工事の行われていない時間に合わせて測定を行った。



図 5.1 神岡鉱山内での測定の様子。

## 5.2 測定器具およびその原理

### 5.2.1 磁力計

磁場の測定には、3方向の磁場の変化を測ることのできる ©Bartington Instruments Ltd のフラックスゲート磁力計 Mag649 を用いた。フラックスゲート磁力計のセンサーは、透磁率の高い磁性素材を用いたコアに逆向きドライブコイル、およびピックアップコイルが巻かれたものである。ドライブコイルに電流を流すことでコアを励磁しておく、外部磁場の変動によるコアの磁束密度の変化がピックアップコイル側から電流として検出される。その電流から磁界強度を求める。

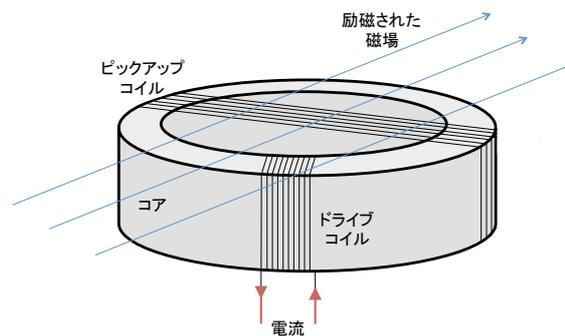


図 5.2 磁力計の原理：ドライブコイルに流れる電流によって励磁されたコアに磁場の変動が起こると、ピックアップコイルに電流が流れる。

#### 磁力計の主なパラメータ

- 測定成分：3成分 ( $x, y, z$ )
- 測定レンジ： $\pm 60\mu\text{T}$
- バンド幅：1kHz 以下 ( $-3\text{dB}$ )
- センサーノイズ： $10 \sim 20\text{pTrms}/\sqrt{\text{Hz}}$

地磁気のような弱い磁場は、その変動が  $1\text{pT}$  程度であり、センサー雑音でリミットされてしまう。したがって今回の測定では磁場の上限を見積った。

#### 地震計

地面振動の測定には、水平方向および鉛直方向で計 3 成分の振動を測ることのできる ©Guralp Systems Ltd の地震計 CNG-3T を用いた。地震計では自由質点とみなせる振り子と検出器を用意し、その振り子と検出器との相対距離を測る。振り子のばねにあたる構造を工夫することで、測れる周波数を変えることができる。一般的に地面振動は低周波に現れるため、今回の測定でも十分低周波を測ることのできる地震計を用意した。

#### 地震計の主なパラメータ

- 測定成分：2 水平成分 (East / West, North / South)、鉛直成分の計 3 成分

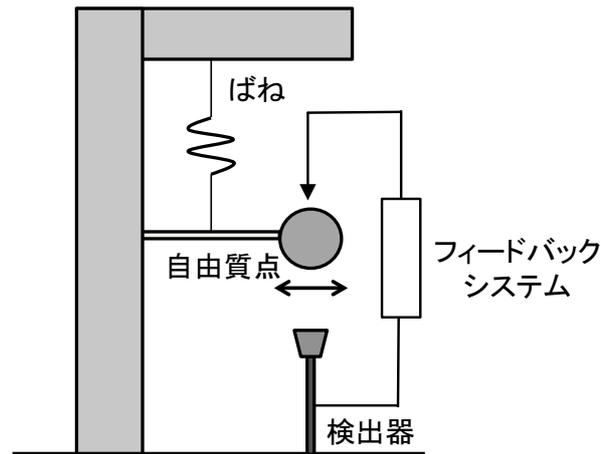


図 5.3 地震計の原理:自由質点と検出器との相対距離の変化を測る。図では水平成だけ書いてあるが鉛直成分も測る。

- 測定レンジ：5mmHz ~ 50Hz

## データロガー

今回、基本的に1度の測定で10時間程度のデータを記録する必要があった。地磁気は1日の間に変動することが知られているし、突発的な磁場の変化や地面振動のレートの情報を得るには、長時間のデータが必要となる。データロガーは、このような長時間のデータを記録するときに用いる。©Yokogawa Meters & Instruments Corporation のDL850を用いた。

## 電圧増幅器

磁力計や地震計やから得た信号の雑音を除去するために電圧増幅器を用いた。特に地面振動は低周波についての情報が欲しいので、地震計を用いた測定の際はローパスフィルタをかけた。

## 5.3 測定手順

### 1. 測定機器の設置

地震計は地面に対してできるだけ水平になるよう、気泡管水準器で確認しながら設置した。また、天井からの水滴から遮断するようにカバーをかけた。磁力計も地震計と同様にカバーで保護した。また、磁力計は近くで電子機器がマクロに動くとその影響も受けてしまうので、データロガーや電源類からは離して設置した。

測定器にSR560を繋いでゲインを100倍にした。地震計については低周波のデータがうまく取れるようにローパスフィルタをかけた。

### 2. 測定条件の設定

データロガーで記録できる時間と1sあたりのサンプリング数から、1kサンプリングで10時間の測定条件にした。これによって1kHzまでのデータは取ることができる。

### 3. 測定

## 5.4 測定結果および考察

### 環境磁場雑音

測定した10時間分のデータを用いて、環境磁場による雑音を評価した。

今回の測定では、環境磁場はセンサーノイズ以下であることが分かった。ここではセンサーノイズを環境磁場雑音の上限値として、KAGRAのミラーへの影響について評価を行う。

KAGRAで用いるミラーは、図2.3のミラーのと同じように4つの磁石が取り付けられる。実際、4つの磁石の極性は、隣り合う磁石同士で逆の極性をもつように取り付けるが、環境磁場雑音の上限を考えるために、これら4つの磁石は全て同じ方向に取り付けると仮定した。またKAGRAにおいて、レーザー光のミラー中心からのずれの要求値は0.1mmであるが、今回は安全係数をかけて1mmのずれを仮定した。

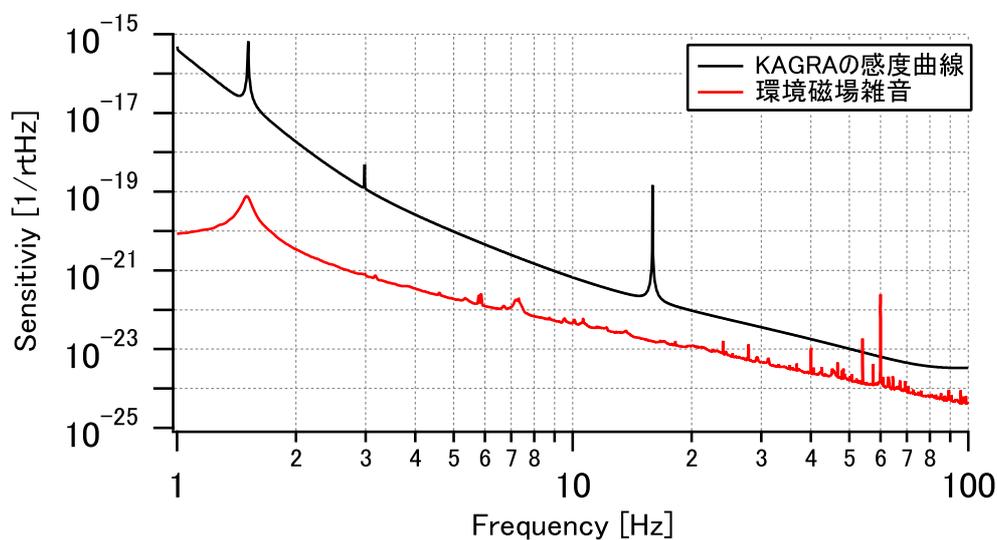


図5.4 環境磁場雑音とKAGRAの要求感度との比較。

今回の測定結果から、環境磁場雑音はKAGRAの感度曲線に影響をあたえることはないと考えてよいことが分かった。

### 地面振動

測定した10時間のデータのうち、工事を中断していた1.5時間のデータを用いて地面振動を考えた。今回はオランダのNikhefというグループがCLIOサイトで測定した地面振動との比較を行った。

数Hz以下において、KAGRAサイトの地面振動はCLIOサイトの地面振動とほとんど変わらないことがわかった。

0.2Hz付近に見られるピークは天候の影響であると考えられる。0.2Hz付近に現れる雑音源としては、マイクロサイズミックノイズと呼ばれるものが挙げられる。マイクロサイズミックノイズとは、地面が海の波によって揺れることによって生じる雑音である。神岡鉱山は日本海に近い位置にあるため、天候が悪いとマイクロサイズミックノイズの影響がピークとして現れやすいと考えられている。図5.6は地面振動を測定した10月23日の天気図である。日本列島に南から台風が近づいていることや、日本海側に低気圧

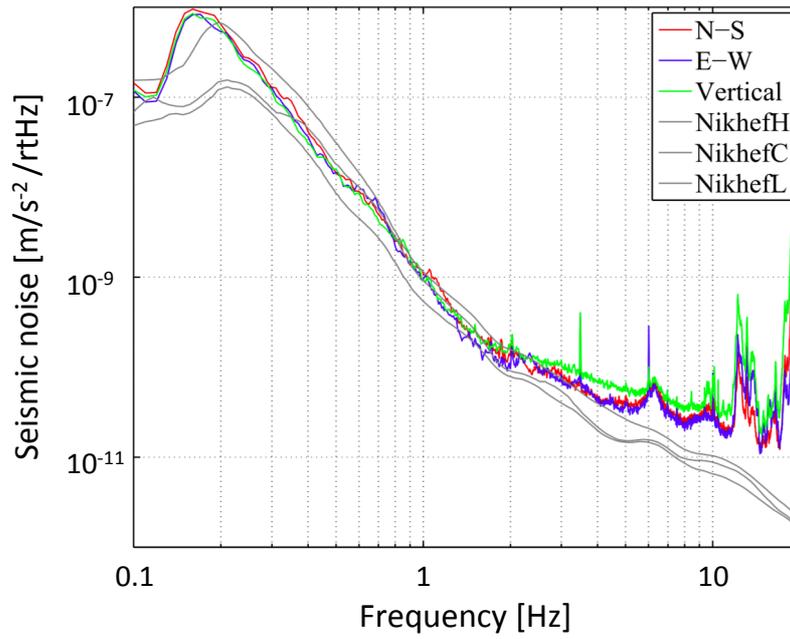


図 5.5 KAGRA サイトと CLIO サイトでの地面振動の比較： N-S(赤色) および E-W(青色) が KAGRA サイトの地面振動の水平成分、Vertical(緑色) が鉛直成分である。Nikhef(灰色) は CLIO サイトの地面振動で、測定期間中最も地面振動が大きかった場合のデータが Nikhef-H、平均的な場合が Nikhef-C、小さかった場合が Nikhef-L に対応している。

が見られることから、当日は日本海側の波が荒れていたと考えられる。

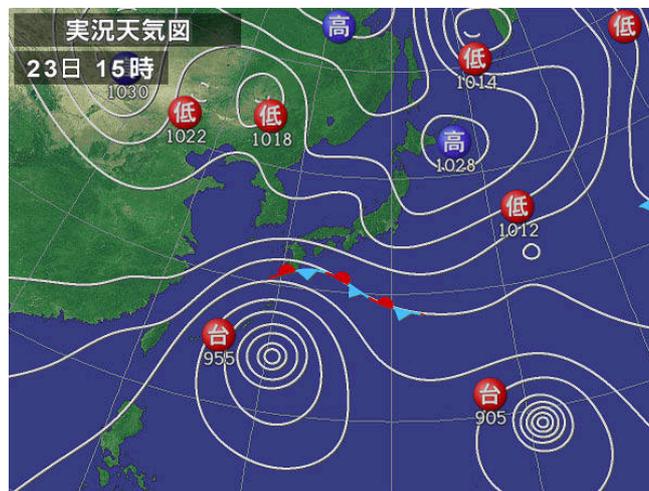


図 5.6 測定期間の天候。

## 第6章

# 信号増幅実験

量子雑音の低減する方法として光ばねというものがある。光ばねの共振周波数を変えることができれば、干渉計の感度の向上帯域を高周波へ移動させることができる。光スクイーズ技術を利用したアンチスクイーズ光を用いると、光ばねの共振周波数を変化させることができる。

本章では、非線形光学素子を用いてアンチスクイーズ光を生成し、信号増幅を検証する実験について述べる。

### 6.1 実験原理

#### 6.1.1 Gaussian ビーム

Gaussian ビームとは、伝播方向と垂直な面内での強度分布が Gauss 関数で記述できる光である。

真空中の電場  $E$  について考える。このとき  $E$  は Maxwell 方程式に従い、次の波動方程式を満たす。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0 \quad (6.1)$$

ここで角周波数  $\omega$  のビーム

$$E(x, y, z, t) = u(x, y, z) e^{i\Omega t} \quad (6.2)$$

を考えると、式 (6.1) は次のように書ける。

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (6.3)$$

ただし  $k = \Omega/c$  である。式 (6.3) を Helmholtz 方程式と呼ぶ。

Helmholtz 方程式の解として、 $z$  軸方向に伝播し、単一偏向で波数  $k$  の平面波に近いビーム

$$u(r, z) = \psi(r, z) e^{ikz} \quad (6.4)$$

を考える。ただし  $r^2 = x^2 + y^2$  である。このとき Helmholtz 方程式は

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (6.5)$$

となる。ここで、このビームの振幅  $\psi(x, y, z)$  が  $z$  軸方向に関して緩やかに変化するとして第 3 項を無視すると、

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (6.6)$$

が得られる<sup>1</sup>。これを近軸 Helmholtz 方程式と呼ぶ。近軸とは、光軸、つまり  $z$  軸からの傾き角が十分小さく、その角度での  $\sin$  および  $\tan$  がその角度自身で近似できるような光軸近傍を指す。

いま、レーザー光のような回転対称性のあるビームを想定しているので、2つの複素関数で表される位相  $P(z)$  と曲率半径  $q(z)$  を用いた

$$\psi = \exp \left[ -i \left( P(z) + \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) \right] \quad (6.7)$$

という球面波の解を考える。この  $\psi$  を式 (6.6) に代入すると、次式が得られる。

$$\left( \frac{1}{q} \right)^2 + \frac{d}{dz} \frac{1}{q} = 0 \quad (6.8)$$

$$\frac{d}{dz} P = \frac{i}{q} \quad (6.9)$$

ただし、媒質が一様である場合の Gaussian ビームを仮定した<sup>2</sup>。これを解くと、式 (6.7) は次のように書ける。

$$\psi = \frac{q_0}{q_0 + z} \exp \left( -i \frac{k}{2(q_0 + z)} r^2 \right) \quad (6.10)$$

この  $\psi$  が物理的な妥当性をもつためには、 $r$  が  $\infty$  で 0 に近づかなければならない。そこで  $q_0$  を次のように書くことにする。

$$q_0 = i \frac{k w_0^2 n}{2} \equiv i z_R \quad (6.11)$$

すると  $\psi$  は最終的に

$$\psi = \frac{1}{1 - iz/z_R} \exp \left( -\frac{r^2}{w_0^2 (1 - iz/z_R)} \right) \quad (6.12)$$

もしくは

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{1 + (z/z_R)^2}} \exp \left( i \tan^{-1} \frac{z}{z_R} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w_0^2 [(1 + (z/z_R)^2)] (1 + iz/z_R)} \right) \quad (6.13)$$

と書ける。ただし  $w_0$  は  $z = 0$  におけるビーム半径である。

さらに次のように

$$w^2(z) = w_0^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_R^2} \right) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (6.14)$$

$$R(z) = z \left( 1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (6.15)$$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + iz_R} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad (6.16)$$

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_R} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) \quad (6.17)$$

<sup>1</sup> 緩やかな振幅変動の近似 (Slowly Varying Amplitude approximation;SVA 近似) として知られている。ビームの横方向の広がりか波長より十分大きい場合、SVA 近似は妥当である。

<sup>2</sup> 媒質中の屈折率  $n = 1$  とする。

を定義する。これらを用いて、電場は次のように表すことができる。

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w} \exp \left[ -i[kz - \eta(z)] - r^2 \left( \frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right) \right] \quad (6.18)$$

この  $E$  を Gaussian ビームの基本解と呼ぶ。

式 (6.14) は伝播距離  $z$  でのビーム半径  $w(z)$  を表した式である。 $w_0$  はビーム半径の最小値であり、この位置をビームウエストと呼ぶ。ビーム強度  $|E|^2$  がピーク値から  $1/e^2$  に落ちるときのビーム径をビームの直径と定義する。

式 (6.15) は伝播距離  $z$  での波面の曲率半径  $R(z)$  を表した式である。曲率半径はビームウエストで  $\infty$ 、そこからある特定の距離  $z_R$  で一番小さくなり、そこを過ぎると大きくなり十分遠方で再び  $\infty$  となる。曲率が一番小さくなる  $z_R$  をレイリーレンジ (Rayleigh Range) と呼び、

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (6.19)$$

と定義される。

式 (6.17) で表される  $\eta$  は Gouy 位相と呼ばれるものである。Gouy 位相とは、波動の伝播によって光軸上に発生する位相シフト  $e^{ikz}$  に加えて生じる位相シフト項である。負の無限遠から正の無限遠で 180 度位相変化する。共振器を組むとき光が共振器内で往復して Gouy 位相がどれくらい回るかが重要となり、0 度や 90 度に近いと高次のモードが共振して共振器が不安定になる。

ここまで、伝播方向に対して横方向の変化を  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  のみの関数として解を導いたが、実際には角度方向の変化も考慮すると、より複雑な高次のモードについても考えなければならない。そのような高次モードの Gaussian ビームまで考慮した電場  $E$  には、Hermite 多項式や Laguerre 陪多項式が現れる。Gaussian ビームの基本解で表される Gaussian ビームは TEM00 モードであるという。

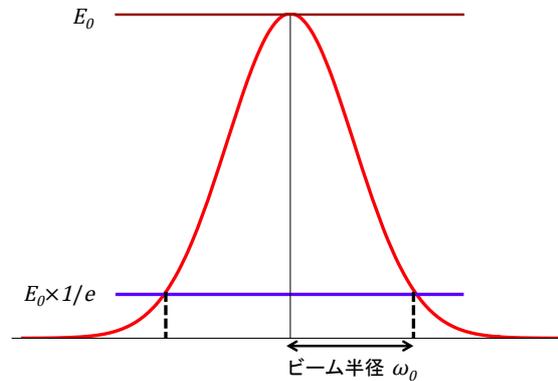


図 6.1 Gaussian TEM00 モードの放射強度分布。

### 6.1.2 モードマッチング

モードマッチングとは、実験で欲しい半径や曲率を、レンズ等を用いて調整することである。最適なビーム半径や曲率を作るためには、Gaussian ビームがレンズに対してどのような変化をするかを考えなければならない。

これまで述べてきた Gaussian ビームの解は、一様な媒質における波動方程式の解であった。屈折率を

考慮して媒質を伝播する Gaussian ビームを考えたとき、式 (6.8) は次のようになる。

$$\left(\frac{1}{q}\right)^2 + \frac{d}{dz} \frac{1}{q} + g^2 = 0 \quad (6.20)$$

ここで  $g$  は媒質の特性を示す実数の定数である。このとき、 $z = 0$  で初期値が  $q_0$  のビームが  $z$  方向に伝播するときの  $q$  の発展は次のように書ける。

$$q(z) = \frac{\cos(gz)q_0 + \sin(gz)/g}{-\sin(gz)gq_0 + \cos(gz)} \quad (6.21)$$

$q(z)$  は光線行列の要素を用いるともっと簡単に考えることができる。

光軸からビームまでの距離である光線距離  $r$  と、光軸に対するビームの傾きである光線角  $r' = dr/dz$  からなる 2 要素の列ベクトルを、光線ベクトルと呼ぶ。光線ベクトルを用いると、様々な光学素子の前後での光線の変化をより分かりやすく記述することができる。光線ベクトルと、光学素子によって異なる 2 行 2 列の光線行列を使って、光学素子前後でのビームの変化は

$$\begin{pmatrix} r_{out} \\ r'_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{in} \\ r'_{in} \end{pmatrix}. \quad (6.22)$$

と書ける。ただし  $AD - BC = 1$  である。例えば幾何光学において、焦点距離  $f$  のレンズ前後での光線ベクトルの変化は次のように考えればよい。

$$\begin{pmatrix} r_{out} \\ r'_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{in} \\ r'_{in} \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

それぞれの光学素子における光線行列の要素  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  を求めれば、媒質の屈折率の変化によるビームの変化を知ることができる。

光線行列の要素を用いると、パラメータ  $q$  の変換式 (6.21) は次のように書ける。

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (6.24)$$

いま、図 6.2

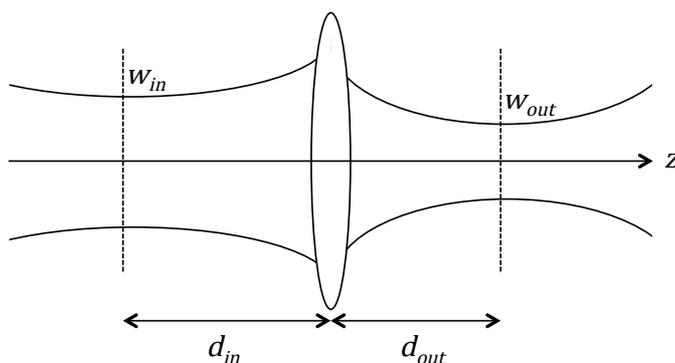


図 6.2 レンズによる Gaussian ビームの変化は光線行列を用いて計算できる。

このときレンズの光線行列は次のように書ける。

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.25)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - d_2/f & d_1 + d_2 - d_1 d_2/f \\ -1/f & 1 - d_1/f \end{pmatrix} \quad (6.26)$$

これから、入射ビームに対する出射ビームのパラメータを求めることができる。

$$w_2^2 = \frac{d_2 - f}{d_1 - f} w_1^2 \quad (6.27)$$

$$d_2 - f = \frac{f^2}{z_1^2 + (d_1 - f)^2} w_1^2 \quad (6.28)$$

今回のモードマッチングを行う際には JamMT というソフトウェアを使用した。JamMT では、レーザーのビームウエストの位置やビームウエスト径、そしてレンズの焦点距離と位置を指定することで最終的なビームの形を計算することができる。

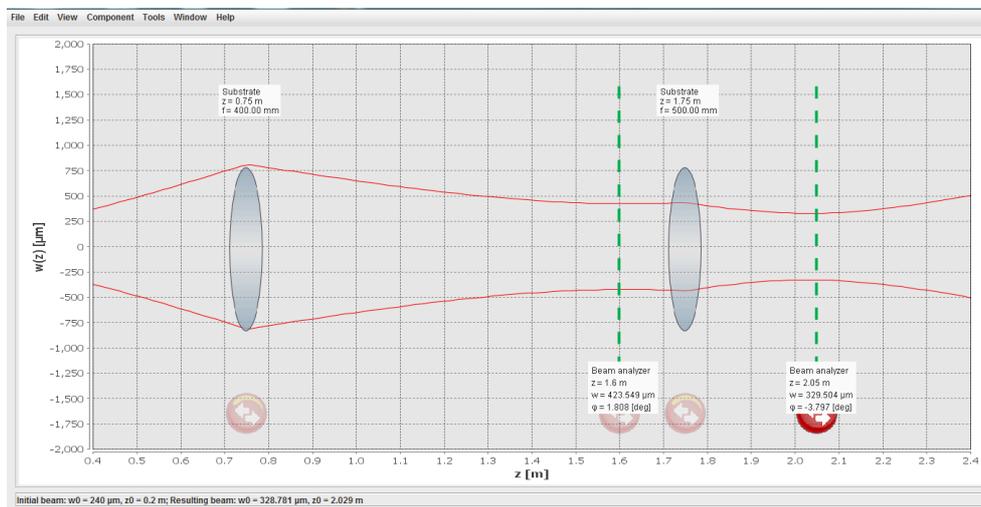


図 6.3 JamMT : ビームやレンズの情報を指定することでモードマッチングの計算を行うことができる。

### 6.1.3 ファイバーカップリング

光を低損失で搬送する手段として、光の全反射を利用した光ファイバーがある。

ファイバーの構造は 3 つの部位に分けることができる。中心にコアと呼ばれる芯があり、その外側を覆うクラッド、さらにその外側に被覆がある。コアには石英が使われることが多く、クラッドには、全反射のために石英よりわずかに屈折率の低い素材が使用される。

ファイバーはコアの大きさから 2 つに分けられる。1 つのモードの光だけを伝搬させるシングルモードファイバーと、複数のモードの光を伝搬させるマルチモードファイバーである。シングルモードファイバーの方が、マルチモードファイバーよりも高速かつ長距離を、高精度で伝搬させることができる。

ファイバーのパラメータとしては開口数 (NA) と V ナンバーがある。NA とは、入射光がファイバー内で全反射するための最大角  $1\alpha$  によって表される値であり、ファイバーの集光能力の目安および光をどの

程度簡単にカップリングできるかを示す。図・のように、コアとクラッドの屈折率をそれぞれ  $n_1$ 、 $n_2$  であるファイバーを考えたとき、NA は次のように書ける。

$$NA = \sin \alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.29)$$

また、V ナンバーは

$$V = \frac{\pi NA d}{\lambda} \quad (6.30)$$

で表される値である。ここで  $d$  はコアの半径である。

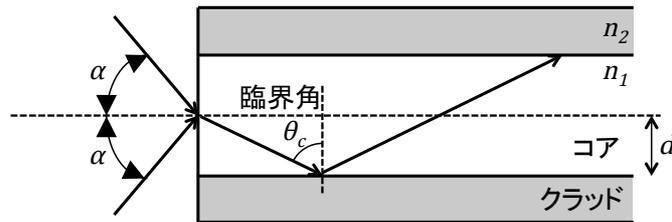


図 6.4 光ファイバーの構造：コアとクラッドの屈折率から開口数 NA が決まる。

レーザー光を効率良くファイバーに通すには、使用するファイバーによって最適な入射ビーム径に設定する必要がある。この作業をファイバーカップリングと呼ぶ。

使用するファイバーによってコアの直径  $d$ 、開口数 NA、および V ナンバーは決まっている。これらを用いてファイバーに入るべきビームウエストを求めることができる。

$$w = d \left( 0.65 + \frac{1.619}{V^{1.6}} + \frac{2.879}{V^6} \right) \quad (6.31)$$

また、ウエストを  $w$  まで絞るために、コリメーターレンズ  $f$  を使用した。これによってレンズへレーザー光を入射させる時のビームの直径が決まる。

$$f = D \frac{\pi w}{4\lambda} \quad (6.32)$$

式 (6.31) および式 (6.32) から、直径  $D$  の平行光をレンズの手前で入射させればよいことが分かる。また、ファイバーは入射するとき偏光が決まっているため偏光も合わせなければならない。

#### 6.1.4 Schnupp 変調法

第 1 章で述べたように、ダークフリンジにある Michelson 干渉計のミラーの差動揺らぎはダークポートに現れる。

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{2} P_{\text{in}} (1 - \cos \phi_-)$$

このフォトディテクターで検出できる信号は強度の時間平均であり、光の位相の情報は失われてしまっている。しかし、Michelson 干渉計のフィードバック制御には位相の情報をもった線形信号が必要である。そこで Schnupp 変調法と呼ばれる方法を用いる。Schnupp 変調法とは、サイドバンドとマクロなアシンメトリを用いて信号を取得する方法である。

キャリア光を  $E_0 e^{i\Omega t}$  とする。この光に変調器によって変調指数  $m$ 、変調角周波数  $\omega_m$  で位相変調をかけると、キャリア光の周りにサイドバンドが形成される。

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i(\Omega t + m \sin \omega_m t)} \quad (6.33)$$

$$\simeq J_0(m) E_0 e^{i\Omega t} + J_1(m) E_0 e^{i(\Omega + \omega_m)t} + J_{-1}(m) E_0 e^{i(\Omega - \omega_m)t} \quad (6.34)$$

ここで  $J_n (n = 0, 1, \dots)$  は以下で表される Bessel 関数である。

$$J_n(m) = \frac{1}{n!} \left(\frac{m}{2}\right)^n + \frac{-1}{(n+1)!} \left(\frac{m}{2}\right)^{n+2} + \dots \quad (6.35)$$

$$J_{-n} = (-1)^n J_n \quad (6.36)$$

Bessel 関数は  $m$  が小さいとき、 $J_0 \sim 1$ 、 $J_{\pm 1} \sim \pm m/2$  と近似できるので、式 (6.34) は次のように書ける。

$$E_{\text{in}} \simeq E_0 e^{i\Omega t} \left(1 + \frac{m}{2} e^{i\omega_m t} - \frac{m}{2} e^{-i\omega_m t}\right) \quad (6.37)$$

$$= E_0 e^{i\Omega t} (1 + im \sin \omega_m t) \quad (6.38)$$

一般的に変調周波数は数十 MHz と高いため、このときのサイドバンドを RF サイドバンドと呼ぶ。式 (6.37) から、変調位相によって角周波数  $\Omega$  の光が  $\Omega - \omega_m$ 、 $\Omega$ 、 $\Omega + \omega_m$  の3つの角周波数の光に分けられたことがわかる。

ここで Michelson 干渉計の基線長にマクロな差  $\Delta l$  をつけておく。  $\Delta l$  をキャリアの波長の整数倍にしておけば、干渉計がキャリアに対してダークフリンジであることには変わらない。このように腕の長さにマクロな差を Schnupp アシンメトリと呼ぶ。

このときダークポートのフォトディテクターからは以下のような信号を得ることができる。

$$E_{\text{out}} = \left| \frac{1}{2} E_0 e^{i(\Omega t + \phi_-)} \left[1 - im \sin \omega_m \left(t + \frac{\Delta}{c}\right)\right] - \frac{1}{2} E_0 e^{i(\Omega t - \phi_-)} \left[1 - im \sin \omega_m \left(t - \frac{\Delta}{c}\right)\right] \right|^2 \quad (6.39)$$

$$\simeq E_0^2 |i[\sin \phi_- + m \sin \alpha \cos \omega_m t] - [m \sin \phi_- \cos \alpha \sin \omega_m t]|^2 \quad (6.40)$$

$$= E_0^2 \left[ \sin^2 \phi_- + \frac{m^2}{2} (\sin^2 \alpha + \sin^2 \phi_- \cos^2 \alpha) \right. \\ \left. + 2m \sin \phi_- \sin \alpha \cos \omega_m t \right. \\ \left. + \frac{m^2}{2} (\sin^2 \alpha - \sin^2 \phi_- \cos^2 \alpha) \cos 2\omega_m t \right] \quad (6.41)$$

ただし、 $\alpha$  はアシンメトリによってサイドバンドが受ける位相差  $\alpha = \frac{\Delta l \omega}{c}$ 、 $\phi_-$  は2つの腕の光路差による位相変化である。式 (6.41) の1段目が DC 成分、2段目が  $\omega_m$  の成分、3段目が  $2\omega_m$  成分である。

このままではまだ3種類の角周波数が混在している。この中から  $\omega_m$  成分だけを取り出すことができたならば、自乗されていない  $\phi_-$  の線形信号を得ることができる。

式 (6.41) で表される出力信号に  $\cos(\omega_m t + \xi)$  を掛け合わせるにより、 $\omega_m$  成分だけを抽出し、それ以外を RF 周波数帯に押しやることのできる。この作業を復調、 $\xi$  を復調位相と呼ぶ。RF 周波数帯に押しやった成分はローパスフィルタを通すことによって取り除くことができる。このようにして得られた  $\omega_m$  成分の線形信号をエラー信号と呼ぶ。

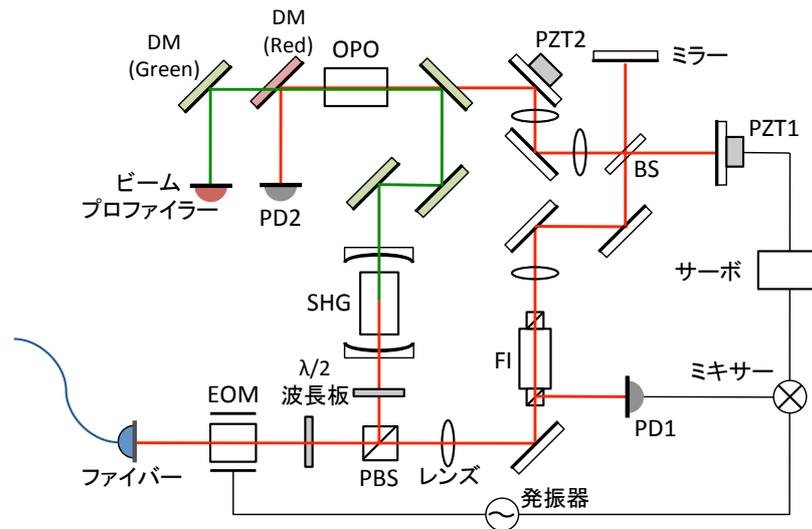


図 6.5 セットアップ：ミラーと同じ形で赤色、緑色のものはそれぞれ 1064nm、532nm の光に対して高い反射率をもつダイクロイックミラーである。

## 6.2 セットアップおよび実験装置

### セットアップ

#### レーザー

今回は InnoLight Technology Corporation<sup>©</sup> の波長 1064nm、出力 1W の Nd:YAG レーザーを用いた<sup>3</sup>。

#### ミラー

波長が 1064nm の赤外の光と 532nm の緑の光を用いたため、それに合わせて数種類のミラーを使用した。

光学系設計の際、基本的には 1064nm の光に対して反射率 99.5% 以上のミラーを用いた。また、OPO 付近では、波長の異なる光が同じレーザーライン上に現れるため、これらを分離するために 1064nm と 532nm の光で反射率や透過率の異なるミラーを用いた。このようなミラーをダイクロイックミラーと呼ぶ。SHG の共振器を構成するミラーや OPO の後で緑の光の干渉を確認するためにキャリア光と緑の光を分離するミラーで最適なダイクロイックミラーの性能が異なってくる。

今回は ©SIGMA KOKI Co. の反射率 99.5%(1064nm)、透過率 90%(532nm) と反射率 99.5%(532nm)、透過率 95%(1064nm)、そして Thorlabs, Inc.<sup>©</sup> の反射率 99%(1064nm)、透過率 95%(532nm) のダイクロイックミラーを使用した。

<sup>3</sup> Nd はネオジウム、YAG はイットリウムとアルミニウムの複合酸化物である。

## ビームスプリッター

Michelson 干渉計では 50% 反射、50% 透過のビームスプリッター (BS) を用いた。また、光ファイバーから出てきた光を SHG と Michelson 干渉計に分けるために、偏光ビームスプリッター (PBS) を用いた。

## レンズ

モードマッチングのために様々な焦点距離の凸レンズを用いた。

## ファラデーアイソレータ

レーザー光源からでた光の一部は、干渉計で反射してレーザー源に戻ってきってしまう。この戻ってきた光を戻り光と呼ぶ。戻り光はレーザーの不安定化や、損傷の原因となるため、干渉計には戻り光をブロックする装置が必要である。ファラデーアイソレータ (FI) は、磁界によって光の偏光状態を回転させるファラデー効果を用いて光を一方向だけ透過させ、逆方向の光を分離する。今回は Thorlabs, Inc.<sup>®</sup> のファラデーアイソレーターを使用した。

## 波長板

水晶などの複屈折結晶を用いて、光の位相を変化させるものを波長板と呼び、波長板によって光の偏光を変えることができる。

位相を  $\pi$  だけ変化させるものを  $\lambda/2$  板、 $\pi/2$  だけ変化させるものを  $\lambda/4$  板と呼ぶ。

## 変調器

干渉計のミラーの位置を制御するために、光に変調をかける必要がある。この変調をかけるために変調器 (Electro-Optic Modulator; EOM) を用いる。今回は <sup>®</sup> Qubig GmbH のポッケルスセル型 EOM を使用した。ポッケルスセルとは、電圧に比例した屈折率変化が起こる、ポッケルス効果を引き起こす物質である。

今回の実験では、22.7MHz のサイドバンドを作るように変調をかけた。

## 復調器

EOM によってサイドバンドが作られた光は、干渉計に入ると共振器に用いるミラーの位置の変化の信号を運んでくる。この信号から制御信号を取り出すために、ミキサと呼ばれる復調器を用いる。本実験では 10 ~ 1000MHz まで復調できる Mini - Circuits<sup>®</sup> 製のミキサ ZEM-2B+ を使用した。

## フォトディテクター

1064nm の光に対応した Electro-Optics Technology, Inc. のフォトディテクター (PD) を用いた。

## ファイバー

今回用いたファイバーは Thorlabs, Inc.<sup>④</sup> の NA が 0.12、コア半径が  $3\mu\text{m}$  のものである。

## ピエゾ

Michelson 干渉計の制御および、SHG からの緑の光と Michelson 干渉計からの緑の光の干渉をみるために、ピエゾ (Pb-Zr-Ti;PZT) 素子を用いた。ピエゾは電圧をかけると体積が変化する特性を持つ素子であり、非常に微小な変位量を作ることができる。

## 電圧増幅器

Schnupp 変調法の節で述べたように、フォトディテクターで得ることのできる信号には様々な周波数のものがある。この中から必要な周波数の信号に対してゲインを大きくし、その他の周波数の信号を除去するために電圧増幅器を用いた。

今回の実験では<sup>④</sup>Stanford Research Systems の SR560 を用いた。SR560 はゲインは 1 倍から  $5 \times 10^4$  まで調節でき、入力ポートと出力ポートが 2 つずつある。2 つのポートがあることにより、基本的な機能であるローパスフィルタやハイパスフィルタの他に、2 つの信号の差を取ることができる。Schnupp 変調法によって得られる信号にはオフセットが乗っていることがあるが、この 2 つの信号の差を取る機能を使って取り除くことができる。

## 非線形光学素子

スクイーズ光は非線形光学素子を用いて生成することができる。今回は非線形光学素子として PPKTP 結晶を用いた<sup>4</sup>。

## 6.3 Michelson 干渉計の組み立てと制御

### Michelson 干渉計の組み立て

#### 1. ファイバーカップリング

光ファイバーを用いて、レーザー源のある光学台から本実験を行った光学台にレーザー光をもってくるためにファイバーカップリングを行った。式 (6.31) と (6.32) から、ファイバーの入り口に設置してあるコリメータレンズに入射する直前で、ビームの直径  $1.3\text{mm}$  になるようにモードマッチングをした。また、光ファイバーが周りの温度や振動の影響を受けてビームのパワーがふらつかなないように、光ファイバーの入射側に  $\lambda/2$  板を設置した。

その結果、光ファイバー前のレーザー光と比べて約 73% の光をもってくることに成功した。なお実験を通して、レーザー光の高さを一定にすること、光がミラーの中心に当たるようにすることに注意しながらミラーの角度、つまりアライメントの調整を行った。

<sup>4</sup> Periodically Poled KTP : 周期分極カリウムチタニルリン酸。

## 2. 干渉計を組む前の準備

Michelson 干渉計を組む前に、その後の制御等のための準備を行った。

まず制御のためのサイドバンドを形成する EOM を設置した。次に PBS の後で光の進む方向の比率を調整するために  $\lambda/2$  板を設置し、PBS で Michelson 干渉計用の光と SHG 用の光に分けた。Michelson 干渉計側には、ファイバー側への戻り光を防ぐためにファラデーアイソレーター (FI) を置いた。このとき、光が FI 内で散乱せず透過するようにモードマッチングを行った。

また、Michelson 干渉計の腕を組み立てる際にアライメントの調整がしやすいように 2 つのミラーを設置した。このアライメント用のミラーをステアリングミラーと呼ぶ。

## 3. Michelson 干渉計の腕の組み立て

まず片腕についてビームスプリッター (BS)、エンドミラーの順に組み立てた。BS の厚さによって光路が変化してしまうためこの順序で行った。レーザー光はガウシアンビームであることを考慮してエンドミラーの位置はビームウエストとの位置と一致するようにした。また、反射光が FI を通るようにアライメントを調整した。もう片方の腕については、Schnupp 変調法のために約 1.25cm のアシンメトリをつけて組んだ。

## 4. コントラストの調整

高コントラストの Michelson 干渉計を実現するためにはアライメントの微調整が必要である。

Michelson 干渉計の出口にフォトディテクターと CCD カメラを設置し、干渉計内のピエゾを発振器を用いて三角波で振りながらコントラストが最大になるようにアライメントを調整した。

# Michelson 干渉計の制御

## 1. エラー信号

Michelson 干渉計の反射光はファラデーアイソレータ (FI) に戻り、FI 内の PBS によってファイバーとは異なる方向に出てくる。この反射光と EOM のアウトプットをミキサーに繋ぎ、エラー信号を取り出した。その際干渉計のピエゾ (PZT1) を発振器で振りながら、エラー信号がうまく取り出せているかを確認した。またケーブル長をかえることで復調位相を最適にすることができ、今回は 2.5m にした。

## 2. ダークフリンジでの制御

エラー信号はサーボで増幅、ローパスすることで初めて制御信号として使える。今回は SR560 を用いた。また、エラー信号にオフセットが乗っていたので、発振器を SR560 につないで差し引いた。ゲインは始めから高いと、ダークフリンジからずれた位置でロックしてしまったときにそのロックが外れにくい。そこで低いゲインから始め、徐々に高いゲインに切り替えていった。

## 6.4 非線形効果を用いた信号増幅

### Michelson 干渉計からのキャリア光と SHG からのポンプ光の結合

#### 1. OPO へのモードマッチング

共振器を組んでいる SHG からの緑の光は光学テーブルの大きさの関係上あまり動かすことができなかったため、先に SHG からの光を固定して OPO の設置位置を決めた。その後 SHG からの光に合うように Michelson 干渉計からの光をモードマッチングした。このとき片方の腕をブロックして強度を安定させた。

2 つの光はダイクロイックミラーで結合させる。このとき Michelson 干渉計からの光については、OPO を通って緑の光になった後でのモードマッチングを考えながら計算した。これは 2 つの光のモードが揃っているかどうかを緑の光の干渉によって確認するためである。

2 つの光のモードマッチングが終わってから OPO を設置した。OPO は高さや角度の調整ができるステージ上にのせ、Michelson 干渉計からの光に合わせて調整した。

#### 2. 緑の光の干渉の確認

OPO のモードマッチングの微調整を行うために、ピエゾ (PZT2) を発振器で振りながら、ビームプロファイラーを用いて緑の光の干渉をみた。干渉は同程度のパワーの光でないとうまく見えないため、SHG は共振させずにワンパスでの緑の光を用いた。また緑以外の光が残っていてもうまく見えないため、ダイクロイックミラーを 2 枚使用した。

## 信号増幅の測定

SHG を共振状態にロックし、PZT2 にかける周波数とゲインを変えて振りながら、Michelson 干渉計からの光が増幅されているかを測定した。

## 6.5 実験結果

### Michelson 干渉計のロック

Michelson 干渉計をダークフリンジにロックした (図 6.6)。はじめは Michelson 干渉計の透過光がふらついているが、 $-2\text{s}$  に制御信号を Michelson 干渉計の片方の腕に設置したピエゾ (PZT1) にかえすと、透過光は 0 V 付近、つまりダークフリンジにロックできた。

### キャリア光とポンプ光のモードマッチング

Michelson 干渉計からの光を OPO に通すためのモードマッチングをした。

Michelson 干渉計が OPO を通ることによって生成される緑の光と、SHG からくる緑の光の干渉を確認した。図 6.9 の左側は明縞、右側が暗縞のときのビームプロファイラーの画像である。。また、図中のクロス線は、ビームプロファイラーの中心を示している。

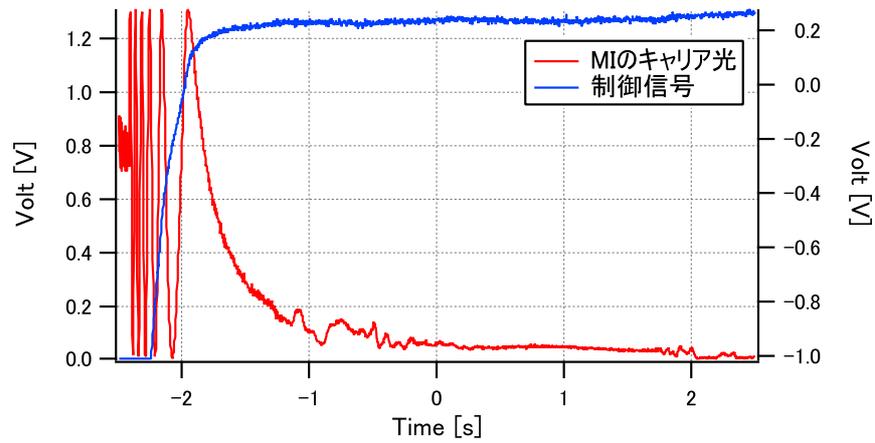


図 6.6 Michelson 干渉計のダークフリンジへのロック。

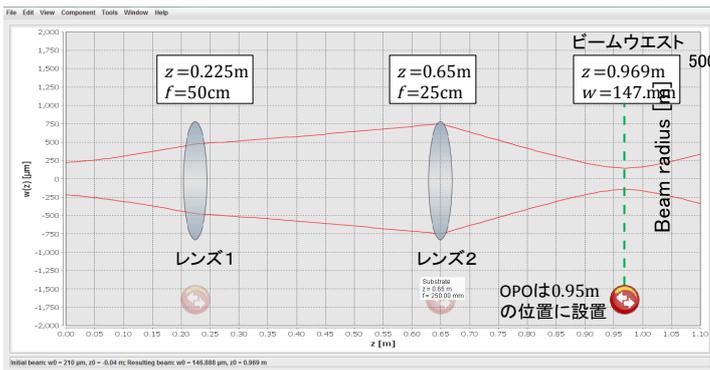


図 6.7 JamMT でのモードマッチングのシミュレーション。

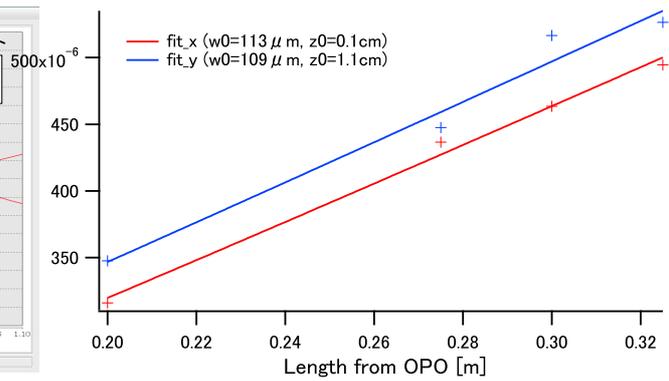


図 6.8 OPO 後の緑の光のビームプロファイル:532nm の光のビームウエスト径は  $1/\sqrt{2}$  になる。

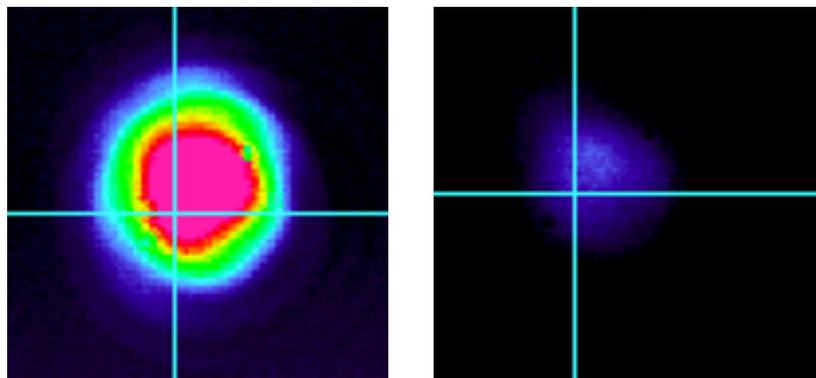


図 6.9 ビームプロファイラを用いた緑の光の干渉の確認：左図が明稿のとき、右図が暗稿のときである。

## 信号増幅の検証

最初の測定では SHG からの緑の光を通した場合とブロックした場合で信号の増幅を確認することができなかった (図 6.10)。

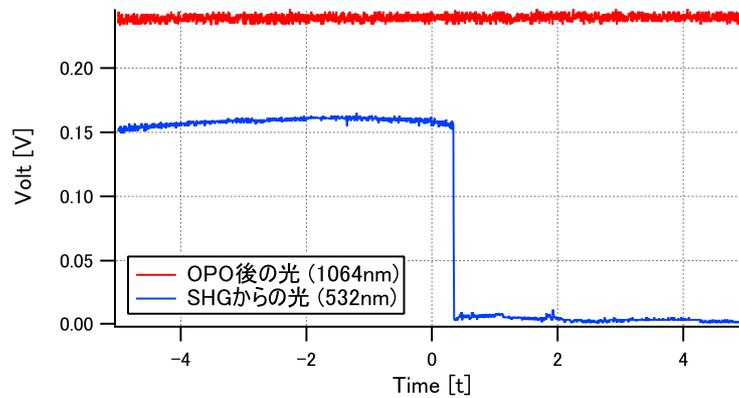


図 6.10 信号増幅の測定。

そこで SHG の共振器のアライメントをとりなおし、信号の電圧だけでなく周波数スペクトルもとった。緑の光をブロックしたときの周波数スペクトルと緑の光を入れて PZT2 を 100Hz、もしくは 140Hz で振ったときの周波数スペクトルを比べてもほとんど違いをみることができない。もし信号が OPO で緑の光によって増幅されていれば、ピエゾを振っている周波数で違いをみることができはずである。

また、緑の光をブロックしたときにも見られる 40Hz 付近のピークの理由を考えなければならない。

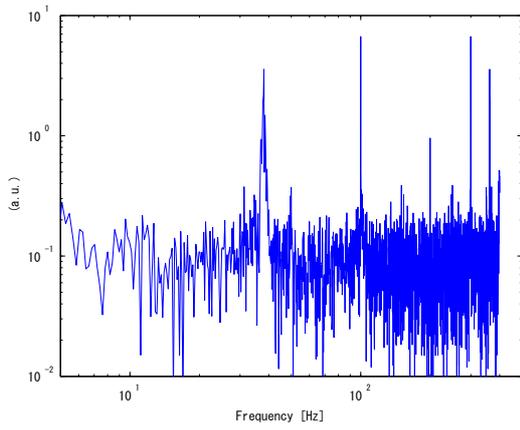


図 6.11 信号増幅の測定 (100Hz, 1V, 5s)。

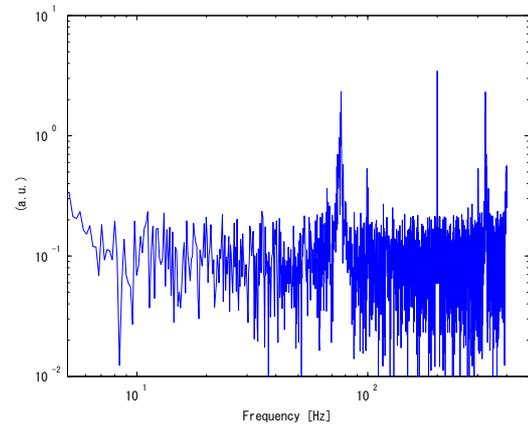


図 6.12 信号増幅の測定 (100Hz, 0.3V, 5s)。

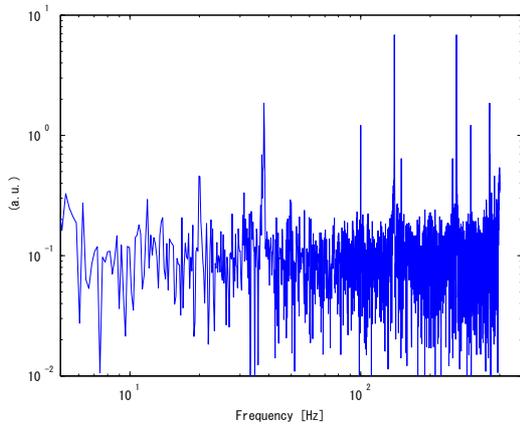


図 6.13 信号増幅の測定 (140Hz, 1V, 5s)。

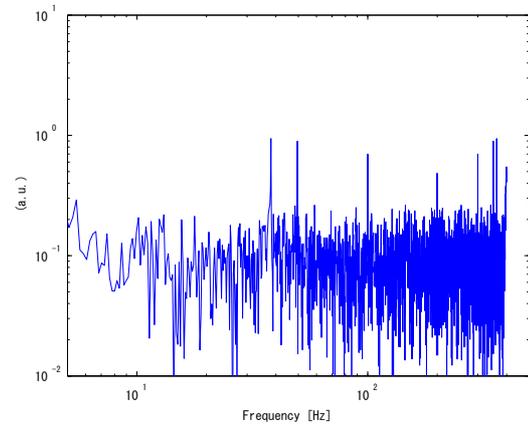


図 6.14 信号増幅の測定 (100Hz, 0.3V, 10s)。

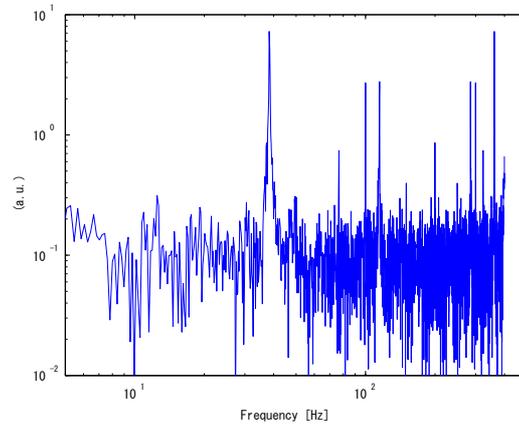


図 6.15 信号増幅の測定 (w/o Green)。

## 第7章

# 結論および今後の課題

### 7.1 環境雑音測定

#### 環境磁場雑音

今回、初めて実際に KAGRA が建設される場所での環境磁場雑音を測定した。

地磁気などの磁場雑音については磁場計のセンサーノイズに制限されてしまい、詳細な測定はできなかった。しかし定常的な環境磁場の大きさの上限は見積もることができ、そこから環境磁場雑音の KAGRA への影響を評価できた。その結果、KAGRA サイトにおける環境磁場雑音の影響は問題にならないと考えてよい。

今後より詳細な環境磁場の影響を考慮するためには、高精度の磁力計が必要となる。また、今回は工事中だったため周りに電子機器はほとんど無かった。しかし実際に重力波干渉計を動かすときには、ミラーの周りに様々な電子機器があると考えられるため、そのように磁場を変動させるような装置が周りにある状況での磁場測定が必要となってくる。

#### 地面振動

KAGRA サイトでの地面振動を初めて測定することができた。今回得られた地面振動の大きさは、CLIO サイトで得られた地面振動の大きさと比較しても大きな違いはなかった。したがって、CLIO サイトの地面振動のデータを用いてデザインされた KAGRA の感度曲線の地面振動レベルは変わらないということがわかった。

今回はトンネル掘削工事という中での測定であったため、1.5 時間分のデータしか取ることができなかった。しかしより正確な地面振動の大きさ、そして突発的な地面振動のレートをとるためには、数日から 1 週間程度の長期にわたる測定が必要となる。よって工事が終了してから再測定しなければならない。

### 7.2 信号増幅実験

Michelson 干渉計を組み立て、ダークフリンジに制御することができた。また、モードマッチングをして OPO にキャリア光とポンプ光を通すことができ、緑の光の干渉を見ることに成功した。

信号増幅の検証については、ポンプ光を用いて振幅スクイズした場合とポンプ光をブロックした場合で変化を見ることができなかった。信号増幅が見られなかった理由として、OPO に入れるポンプ光のパワーが弱い可能性がある。ポンプ光である緑の光を生成する SHG は共振器を組んであるが、キャリア光

からポンプ光への SHG の変換効率をさらに上げる必要がある。

今回、検証方法として Michelson からのキャリア光の増幅を測定しようとした。次の段階としては Michelson 干渉計をダークフリンジに制御し、実際に信号の増幅を見なければならない。信号はキャリア光に比べてパワーが小さいので、もとの信号と比べた OPO による増幅も検証しやすいと考えられる。したがって Michelson 干渉計をダークフリンジに制御しながらの信号増幅検証を行う予定である。

信号増幅の検証ができ次第、緑の光の干渉を見るために用いていたピエゾを振幅スクイーズに制御し、現在別の光学テーブルで行われている光ばねの実験との合流を図る。

## 参考文献

## 参考文献

- [1] T Accadia, F Acernese, F Antonucci, et al. "Noise from scattered light in Virgo's second science run data" *Class. Quantum Grav.* 27 194011 (2010)
- [2] J Aasi, J Abadie, B P Abbott, et al. "The characterization of Virgo data and its impact on gravitational-wave searches" *Class. Quantum Grav.* 29 155002 (2012)
- [3] Kentaro Somiya (for the KAGRA Collaboration). "Detector configuration of KAGRA-the Japanese cryogenic gravitational-wave detector" *Class. Quantum Grav.* 29 124007 (2012)
- [4] H J Kimble, Yuri Levin, Andrey B Matsko et al. "Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition intreferometers by modifying their input and/or output optics" *physRevD.* 65. 022002 (2001)
- [5] 中村 卓史, 三尾 典克, 大橋 正健. "重力波をとらえる-存在の証明から検出へ" 京都大学学術出版社 (1998)
- [6] Amnon Yariv, Pochi Yeh. "光エレクトロニクス 基礎編." 丸善株式会社 (2010)
- [7] 花村 榮一. "量子光学" 岩波書店 (2000)

# 謝辞

多くの方々の協力なくして本論文の完成はなかったと私は胸をはって断言することができます。お世話になった方々への感謝の思いを胸に留めておくことは難しく、ここに記します。

宗宮先生には、私が研究室に配属になってから1年間、熱心にご指導していただきました。実験の内容、プレゼンの作り方、論文の書き方等のご指導に止まらず、様々な興味深いお話を楽しく聞かせていただきました。また、KAGRA 関連の会議などに参加する機会を何度も与えてくださったおかげで、数々の経験、知見を得ることができました。

端山先生には、神岡での環境雑音の測定、そしてその結果を韓国で発表するという素晴らしい機会をいただき感謝しています。また測定の際、宮川先生、内山先生には何度もアドバイスをもらい、助けていただきました。そして小野さんは常に私を引っ張ってくれました。

宗宮研究室の方々への感謝の辞も欠かすことはできません。

藤本先生には院試勉強の際、面接の対策にあたって大変お世話になりました。

博士2年の須佐さんにはいつも気さくに話しかけていただきました。私が今のように研究室のパソコンを扱っているのは、須佐さんのバックアップがあったからこそです。

修士2年の上田さんには何度も夕飯を一緒に食べてもらい、毎週興味深い雑誌を貸していただきました。同じく修士2年の斉藤さんはいつも暖かい目で実験を見守ってくださいました。実験に詰まったときには斉藤さんに聞けば大丈夫だという安心感を得ることができました。

修士1年の加藤さんには本当に何でも聞き、その都度的確なアドバイスをいただきました。そもそも私が宗宮研究室に所属したいと思うきっかけを与えていただいたのが加藤さんでした。同修士1年の桑田さんはいつでも親身に相談にのってくれました。私の心が折れることなくここまでやってこれたのは、桑田さんの優しい笑顔があったからだと確信しています。

そして学部4年の崎濱さんは会うたび何かと気にかけてくださり、他の方々とはまた違った視点でアドバイスを与えていただきました。そして私が生まれる1年前の同じ日に生まれてくれました。

ここに書ききれなかった方々にも感謝を述べさせていただきます。ご協力、大変ありがとうございました。