

# 干渉計型重力波検出器における 感度向上のための要素技術開発

基礎物理学専攻 宗宮研究室 上田慎一郎  
学籍番号：12M01051

2014年2月24日

# 概要

現在日本では大型重力波検出器 KAGRA<sup>\*1</sup>の建設が行われている。この修士論文は、私が修士論文研究で行った、KAGRA の感度向上のための2つの要素技術開発についてまとめたものである。

そもそも重力波とな何なのか？それはよく時空の”さざ波”と表現される。1914年に提唱された、時空の歪みを表現する Einstein 方程式には、波動方程式を満たす解が存在したので時空を伝わる波が存在すると予言された。重力波は物質との相互作用が非常に小さく、光速で伝搬する特性を持っている。この特性故に、光では得られない初期の宇宙の情報や、黒体放射する天体内部の情報などが得られ、今後の宇宙論、天文学などの発展に関して大役を担うと期待されている。また、重力波の存在を証明することによって、重力理論に新展開を生じさせる可能性も秘めている。

重力波の存在の間接証明は J. Taylor と R. Hulse によって 1974 年になされたが、直接観測には現在も至っていない。その理由は先にも述べたように、物質との相互作用が非常に小さいからである。重力波は 2 質点間の距離を変化させるという性質を持ち、その変化の大きさは 2 質点間距離に比例する。2 つの質点を太陽と地球だとすると、重力波によって変化する長さは、水素原子 1 つ分くらいのスケールであり、非常に小さいことが見て取れる。

重力波検出器は、重力波による質点間距離の変化を出来るだけ大きくするために巨大な腕 (~km) を持つ。その一方、雑音を減らすためマイクロやナノオーダーの誤差で作られた光学部品を用いている。これだけの巨大で、繊細なシステムの中には、多くの洗練された技術(鏡、レーザー、振り子、制御法・・・)が埋め込まれていて、その一つ一つが最先端技術である。

私が修論研究で行ったのは KAGRA の感度向上に関わる 2 つの要素技術の開発である。1 つは Detune による余剰雑音の低減法の開発である。KAGRA では標準量子限界を突破する感度を得るために Detune 技術というものをを用いる予定だが、これによって Photo-detector noise と Oscillator-Phase noise が増加する。これらの余剰雑音を低減するための手段の提案とシミュレーションによる検証を行った。もう 1 つは、ビームラインを遮断するセーフティシャッターの開発である。KAGRA は散射雑音を下げするために超高出力のレーザーを用いている。突発的な地面振動などで干渉計の制御が落ちると、光検出器に高エネルギーのビームが入射し、破壊してしまう恐れがある。それを防ぐために、光検出器がダメージを受ける前に、十分速く閉まるシャッターを開発した。

本論文は 5 章で構成される。1 章はイントロダクションで、重力波の導出や、重力波検出器の原理について簡単に説明する。2 章では干渉計型検出器に関する詳しい説明をし、様々なタイプの検出器を紹介する。3 章では干渉計の制御信号の取り出し方について一般論を述べた後に、KAGRA での信号抽出につ

---

\*1 正式名称 LCGT : Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope

---

いて詳しく議論する。4章、5章では修論研究についてまとめる。

# Abstract

Gravitational waves (GWs) are ripples that propagate along the space-time and predicted by Einstein based on the general relativity in 1916. GWs propagate with the information we have never been able to achieve by using visible lights, infrareds, and X-rays. Therefore, a detection of GWs can open the way to the new astronomy and cosmology. The amplitudes of GWs, however, are ultimately small and the first-generation interferometric GW detectors (TAMA300, LIGO, VIRGO, and GEO600) could not observe them. Recently, some detectors are in the upgrades toward the first detection.

In second-generation interferometric GW detectors, various advanced technologies are employed to reduce the quantum noise which mainly limits the performances of detectors. In the case of KAGRA, following two techniques are installed. One of these is the detuning of an optical resonator cavity and the other one is the usage of a high power laser. These advanced technologies, however, cause new problems which have never appeared in the existing GW detectors. In my thesis, I develop two elemental technologies to resolve the problems.

The detuning technique involves technical noise due to an asymmetry of the control sidebands, which includes photo-detector noise and oscillator-phase noise. Here, I introduce a solution to reduce the two kinds of excess noise using an amplitude-modulation sideband that compensates the asymmetry. The solution is planned to be implemented in the Japanese second-generation gravitational wave detector KAGRA.

The usage of a high power laser causes the risk that the photo-detectors can be destroyed by an accidental incidence of a high power beam stored in the optical cavities when the mirrors are suddenly kicked and out of controls. To prevent the photo-detectors from being damaged, I develop a safety shutter, which closes its arm as fast as possible.

# 目次

概要	i
Abstract	iii
第 1 章 重力波とその検出器	1
1.1 重力波	1
1.2 重力波の振幅と重力波源	5
1.3 干渉計による重力波検出	7
1.4 干渉計型重力波検出器における様々な雑音	10
1.5 世界の大型干渉計型重力波検出器	13
第 2 章 干渉計型検出器	14
2.1 シグナルサイドバンド	14
2.2 Fabry-Perot 共振器	15
2.3 Fabry-Perot Michelson 干渉計	19
2.4 Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計	21
2.5 Dual-Recycling Michelson 干渉計	21
2.6 Resonant Signal Extraction	21
第 3 章 干渉計の制御法	23
3.1 KAGRA の制御自由度	23
3.2 エラーシグナルの取り出し	24
3.3 Phasor Diagram	28
3.4 KAGRA のエラーシグナルの取り出し	30
3.5 制御法	33
第 4 章 Detune による問題の解決	37
4.1 SRC の Detune によって生じる問題	37
4.2 AM サイドバンドの導入による問題の解決	41
4.3 シミュレーション結果	43
4.4 結論	45

---

第 5 章	KAGRA における ビームシャッターの開発	46
5.1	ビームシャッターの必要性 . . . . .	46
5.2	ビームシャッターに対する要求値 . . . . .	46
5.3	HDD を利用したプロトタイプビームシャッターの開発 1 . . . . .	50
5.4	プロトタイプビームシャッターの開発 2 . . . . .	54
5.5	結論 . . . . .	57
付録 A	Appendix	58
A.1	PDN の最適化条件 . . . . .	58
A.2	OPN の最適化条件 . . . . .	59
参考文献		60
謝辞		61

## 第1章

# 重力波とその検出器

重力波は1916年にEinsteinによって予言された空間の歪みの波であるが、物体との相互作用が小さいため予言されてから100年近くたった今でも未だ直接観測はされていない。重力波は光速で伝搬し、相互作用が小さいという特性を持っているため、恒星内部や宇宙初期の情報を得られると期待されている。この章では重力波の基本や重力波源、重力波の検出について簡単にまとめる。

### 1.1 重力波

#### 1.1.1 Einstein 方程式

一般相対性理論は時空を記述する理論であり、Einstein 方程式によって定式化されている。重力の無い慣性系<sup>\*1</sup>では、4次元時空の線素（距離） $ds$ はMinkowski計量 $\eta_{\mu\nu}$ を用いて、

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} ds^\mu ds^\nu = -(cdt)^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (1.1)$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

と書かれる。これは真っ平らな時空を表しており、その時空は $\eta_{\mu\nu}$ によって特徴づけられている。系を一般化するには $\eta_{\mu\nu}$ を一般的な計量テンソル $g_{\mu\nu}$ に置き換えればよく、そのときの線素は、

$$ds^2 = g_{\mu\nu} ds^\mu ds^\nu \quad (1.3)$$

と記述される。つまり計量テンソル $g_{\mu\nu}$ は時空を記述する量であり、Einstein方程式はこの $g_{\mu\nu}$ に対する方程式である。Einstein方程式は、

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.4)$$

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (1.5)$$

---

\*1 大きな質量が近くになく重力を無視できる系

と記述される。ここで、 $c$  は光速、 $G$  は重力定数、 $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソルである。Christoffel 記号  $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ 、Riemann テンソル  $R^\mu_{\nu\alpha\beta}$ 、Ricci テンソル  $R_{\mu\nu}$  と Ricci スカラー  $R$  は、それぞれ以下の式で表される。

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\alpha}(\partial_\lambda g_{\alpha\nu} + \partial_\nu g_{\alpha\lambda} - \partial_\alpha g_{\nu\lambda}) \quad (1.6)$$

$$R^\mu_{\nu\alpha\beta} = \partial_\alpha \Gamma^\mu_{\nu\beta} - \partial_\beta \Gamma^\mu_{\nu\alpha} + \Gamma^\mu_{\gamma\alpha} \Gamma^\gamma_{\nu\beta} - \Gamma^\mu_{\gamma\beta} \Gamma^\gamma_{\nu\alpha} \quad (1.7)$$

$$R_{\mu\nu} \equiv R^\alpha_{\mu\alpha\nu} \quad (1.8)$$

$$R \equiv R_\alpha{}^\alpha \quad (1.9)$$

式 (1.4) の左辺は時空の曲率を表し、右辺はその曲率を生み出すエネルギーを表している。Einstein 方程式を解く事により時空の歪みを知る事ができる。

### 1.1.2 Einstein 方程式の線形化

重力が弱い場合には空間のフラットからのずれは少ないので、 $\eta_{\mu\nu}$  からの摂動として計量  $g_{\mu\nu}$  を書く事ができる。

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

ここで  $h_{\mu\nu}$  は Minkowski 計量からのずれを表している。議論をコンパクトにまとめるために、まず trace reverse tensor

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (1.11)$$

を導入する。 $h = h_\alpha{}^\alpha$  は摂動項  $h_{\mu\nu}$  のトレースである。このテンソルには名前の通り  $\bar{h} \equiv \bar{h}_\alpha{}^\alpha = h - 2h = -h$  という関係があるので、式 (1.11) は

$$h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\bar{h} \quad (1.12)$$

とも書き直す事が出来る。Einstein 方程式を用いて  $\bar{h}_{\mu\nu}$  の 1 次まで計算すると、

$$\partial_\alpha \partial^\alpha \bar{h}_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} \partial^\rho \partial^\sigma \bar{h}_{\rho\sigma} - \partial^\rho \partial_\nu \bar{h}_{\mu\rho} - \partial^\rho \partial_\mu \bar{h}_{\nu\rho} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.13)$$

の様な線形近似された Einstein 方程式を得る事が出来る。Lorentz ゲージ  $\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$  を用いるとより簡潔に書く事が出来て、

$$\partial_\alpha \partial^\alpha \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.14)$$

となる。線形近似では

$$\partial_\alpha \partial^\alpha \bar{h}_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta} \partial^\alpha \partial^\beta \bar{h}_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} \partial^\alpha \partial^\beta \bar{h}_{\mu\nu} = \left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \bar{h}_{\mu\nu} \quad (1.15)$$

と書く事が出来るので式 (1.14) は、

$$\left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.16)$$

となる。ここで真空中 ( $T_{\mu\nu}=0$ ) を考えると、重力場が波動方程式を満たしているので振動しながら伝搬する波の解がある事がわかる。



### 1.1.3 重力波

真空中 ( $T_{\mu\nu}=0$ ) を考えると、式 (1.16) は一般的な波動方程式となり、

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta\right) \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.17)$$

である。これより重力波は光速で伝搬する事がわかる。この波動方程式の解として平面波解

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (1.18)$$

を考える。ここで  $A_{\mu\nu}, k_\alpha = (\omega/c, k_x, k_y, k_z)$  はそれぞれ重力波の振幅テンソルと波数ベクトルを表す。Lorentz ゲージ  $\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$  から解に対する条件

$$A_{\mu\nu} k_\nu = 0 \quad (1.19)$$

を得られる。式 (1.19) は進行方向である波数ベクトルと振幅の内積が 0 である事を意味するので、重力波は横波である事がわかる。

Lorentz ゲージだけでは座標の取り方に任意性が残るので、TT(transverse traceless) ゲージ条件

$$\bar{h}_\alpha^\alpha = 0 \quad (1.20)$$

$$\bar{h}_{\mu\nu} U^\nu = 0 \quad (1.21)$$

を課す。 $U^\nu$  は時間的な 4 次元単位ベクトルである。TT ゲージ条件を課す事によってトレースレスになるので、式 (1.11) の  $h$  は 0 になり、結局  $h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu}$  が成り立つ。

実際に進行方向が  $z$  軸の重力波を考える。 $U^\nu = \delta^\nu_0$  (Minkowski 時空の時間基底) とすると、

$$h_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(i(\omega t - k_z z)) \quad (1.22)$$

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

ここで、 $h_+ = A_{xx}, h_\times = A_{xy}$  であり重力波の自由度が 2 つ存在している事を示唆しており、それぞれ重力波の偏向モードに対応している。 $h_+$  はプラスモード、 $h_\times$  はクロスモードと呼ばれている。

### 1.1.4 重力波の質点間距離への影響

まず重力波の自由質点への影響を考える。重力場が質点に与える影響は重力場の運動方程式である測地線の方程式を解けばよい。固有時  $\tau = 0$  で静止している質点に対する加わる力は、測地線の方程式より

$$\frac{d^2 x^i}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = - \left[ \Gamma^i_{\nu\rho}(x) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} \right]_{\tau=0} \quad (1.24)$$

$$= - \left[ \Gamma^i_{00} \left( \frac{dx^0}{d\tau} \right)^2 \right]_{\tau=0} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.25)$$

とかける。ここで  $\tau = 0$  で質点が静止 ( $dx^i/d\tau = 0$ ) しているという事を用いた。Christoffel は式 (1.10) と線形近似を用いて計算できて、

$$\Gamma^i_{00} = \frac{1}{2}(2\partial_0 h_{0i} - \partial_i h_{00}) \quad (1.26)$$

である。しかし TT ゲージ条件を用いると、式 (1.23) からわかるように  $h_{00}, h_{0i}$  の両方が 0 になるので  $\Gamma^i_{00} = 0$  となり、質点に力は働かない。故に、TT フレームでは静止していた質点は静止し続ける事がわかる。言い換えると、重力波による時空の伸縮は TT フレームの座標系に飲み込まれているとも言える。

次に質点間の距離への影響を考える。1つの質点が原点にあり、他方が  $(\varepsilon^x, 0, 0)$  にあるとすると、2質点間の距離  $L$  は、

$$\begin{aligned} L &= \int_0^{\varepsilon^x} |ds| \\ &= \int_0^{\varepsilon^x} |g_{11}|^{1/2} dx \\ &= \int_0^{\varepsilon^x} \left(1 + \frac{1}{2}h_{11}\right) dx \\ &\sim \varepsilon^x + \frac{1}{2}h_{11}\varepsilon^x \end{aligned} \quad (1.27)$$

となる。つまり重力波により2質点間距離は  $\Delta L = \frac{1}{2}h_{11}\varepsilon^x$  だけ変化する。2質点間の固有距離を  $\varepsilon^i = (\varepsilon^x, \varepsilon^y, \varepsilon^z)$  とし、式 (1.22) のような  $z$  方向に進む重力波による  $x, y$  成分の固有距離の変化 ( $\Delta L^x, \Delta L^y$ ) は、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta L^x(t) \\ \Delta L^y(t) \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+ & h_\times \\ -h_\times & h_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^x \\ \varepsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} \\ &= \frac{1}{2}h_+ \begin{pmatrix} \varepsilon^x \\ -\varepsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} + \frac{1}{2}h_\times \begin{pmatrix} \varepsilon^y \\ \varepsilon^x \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} \end{aligned} \quad (1.28)$$

とかける。式 (1.28) の第一項と第二項はそれぞれ重力波の偏向モードを表しており、+モード、 $\times$ モードと呼ばれている。+モードは  $x$  方向の質点間距離が伸びれば  $y$  軸方向の質点間距離が縮むというような差動運動を行う。 $\times$ モードは+モードを  $\pi/4$  傾けたものに対応する。その様子を図で示したものが図 1.1 である。

#### 1.1 のまとめ

- 重力波は Einstein 方程式を線形化し Lorentz ゲージを課す事によって導出でき、更に TT ゲージを課すと偏光の2自由度+モードと $\times$ モードを持つ事が見て取れた。
- 重力波は質点には影響を与えないが、質点間距離を変化させるという影響を与える。 $\times$ モードによる質点群の変化は、+モードを45度傾けたものに一致する。

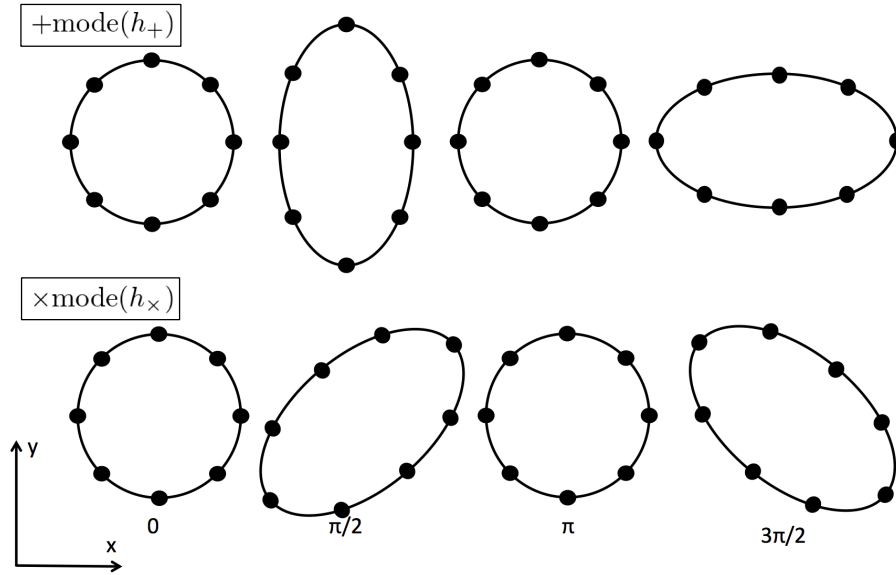


図 1.1 上図は+モード、下図はxモードを表している。

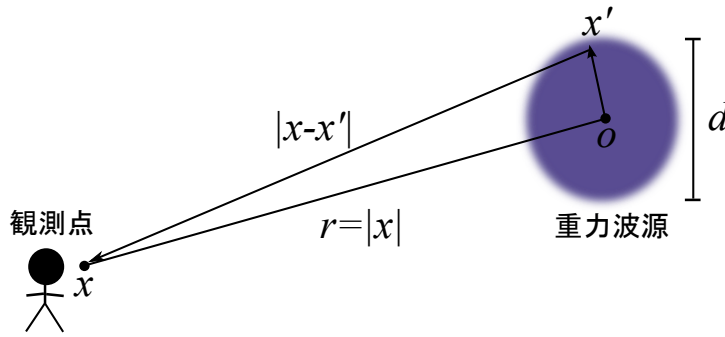


図 1.2 重力波源と観測者の関係

## 1.2 重力波の振幅と重力波源

### 1.2.1 重力波の輻射

重力波の輻射を考えるには、式 1.14 の左辺の物質によるエネルギー項  $T_{\mu\nu}$  を考慮しなければならない。

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} G(x - x') = \delta^4(x - x') \tag{1.29}$$

を満たすグリーン関数を考えると、式 (1.14) は、

$$\bar{h}_{\mu\nu}(x) = -\frac{16\pi G}{c^4} \int d^4x' G(x - x') T_{\mu\nu}(x') \tag{1.30}$$

と書ける。電磁気の議論同様、遅延グリーン関数を用いる事ができ、

$$G(x - x') = -\frac{1}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \delta(x_{\text{ret}}^0 - x'^0) \quad (1.31)$$

ここで  $x'^0 = ct'$ ,  $x_{\text{ret}}^0 = ct_{\text{ret}}$  で、 $t_{\text{ret}}$  は遅延時間

$$t_{\text{ret}} = t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c} \quad (1.32)$$

である。式 (1.30) に遅延グリーン関数を代入すると、

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4} \int d^3x' \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} T_{\mu\nu} \left( t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}, \mathbf{x}' \right) \quad (1.33)$$

となる。図 1.2 のように  $\mathbf{x}'$  は重力波源の各点の座標を表しているが、重力波源の大きさ  $d$  が観測者から波源までの距離  $|\mathbf{x}| = r$  より十分小さい ( $d \ll r$ ) 状況では、

$$|\mathbf{x} - \mathbf{x}'| = r - \mathbf{x}' \cdot \hat{\mathbf{n}} + O\left(\frac{d^2}{r}\right) \quad (1.34)$$

という展開が成り立つ。これを用いて式 (1.33) を書くと、

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{r} \frac{4G}{c^4} \int d^3x' T_{\mu\nu} \left( t - \frac{r}{c} + \frac{\mathbf{x}' \cdot \hat{\mathbf{n}}}{c}, \mathbf{x}' \right) \quad (1.35)$$

重力波源から放出される重力波の波長に比べて、重力波源のスケールが十分小さいと仮定できる場合は、式 (1.35) は波源の密度  $\rho(t, \mathbf{x}')$  を用いて、

$$h_{ij}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \frac{d^2}{dt^2} \int d^3x' \rho \left( t - \frac{r}{c}, \mathbf{x}' \right) x'_i x'_j \quad (1.36)$$

とかける。 $z$  方向に進む重力波を考えると、重力波源より十分遠方では四重極モーメントを用いて、

$$h_+(t) = \frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2}{dt^2} \frac{Q_{11}(t - r/c) - Q_{22}(t - r/c)}{2} \quad (1.37)$$

$$h_\times(t) = -\frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2}{dt^2} Q_{12}(t - r/c) \quad (1.38)$$

$$Q_{ij}(t) = \int d^3x' \rho(t, \mathbf{x}') \left( x'_i x'_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} x'_k x'^k \right) \quad (1.39)$$

つまり、重力波源より距離  $r$  だけ離れた点での重力波の振幅は

$$h \sim \frac{2G}{c^4 r} \frac{d^2 Q}{dt^2} \quad (1.40)$$

で書く事が出来る。

## 1.2.2 さまざまな重力波源

表 1.1 は予想される重力波源とその振幅や周波数をまとめたものである。地上型重力波検出器で観測を目指しているものは、中性子星連星合体や超新星爆発などである。中性子星連星はその公転運動の際に重

重力波源	周波数	振幅 ( $h$ )	頻度
中性子星連星合体 (200Mpc)	10Hz ~ 1kHz	$10^{-21}$	数回/年
超新星爆発 (銀河系内)	~1kHz	$10^{-18}$	1回/数10年
超新星爆発 (おとめ座銀河団)	~1kHz	$10^{-21}$	数回/年
巨大ブラックホールの形成	~1mHz	$10^{-17}$	1回/年
宇宙ひも	~ $10^{-7}$ Hz	$10^{-15}$	背景波

表 1.1 さまざまな重力波源

力波を放出し、エネルギーを失いつつ最終的に合体してブラックホールになり、その際に強い重力波や $\gamma$ 線を放出すると考えられている。宇宙ひもや宇宙初期の重力波は赤方偏移により低周波数にバンドを持つので、低周波で地面振動によって制限されている地上設置型の干渉計では観測を期待できない。そこで、宇宙に干渉計を打ち上げ、地面振動の影響を排除した重力波検出器の開発計画 LISA、DECIGO が持ち上がっている。

#### 1.2 のまとめ

- 重力波の振幅は四重極モーメントを用いて書く事ができる。
- 地上干渉計型重力波検出器の主なターゲットは中性子星連星合体や超新星爆発でそのバンドは 10Hz~1kHz にある。

## 1.3 干渉計による重力波検出

### 1.3.1 Michelson 干渉計

重力波の検出には微小な距離の変化を測定するのに適している Michelson 干渉計 (MI) が主に用いられる。MI は図 1.3 のような構造で、光検出器側を Anti-Symmetric (AS) ポートと呼び、レーザー側を Symmetric (SYM) ポートと呼ぶ。中央のビームスプリッター (BS) でビームが2つに分かれて、それぞれの腕の終端にある鏡に反射して BS で干渉する。腕の長さをうまく調節しておけば、ビームはすべてレーザーの方向に反射され、光検出器 (PD) は暗縞 (dark fringe) に保たれる。重力波が図の  $z$  方向から入射すると  $x, y$  方向の腕の長さが差動で伸縮するので、BS の干渉が崩れ、PD に光が漏れてくる事によって重力波を観測する事が出来る。

レーザーの電場を  $E_{in} = E_0 e^{i\Omega_0 t}$ 、 $x, y$  方向の位相変化を  $\phi_{x,y}$  とすると、AS ポートに入射する電場は、

$$E_{AS} = \frac{1}{2} E_0 e^{i\Omega_0 t} (e^{-i\phi_x} - e^{-i\phi_y}) \quad (1.41)$$

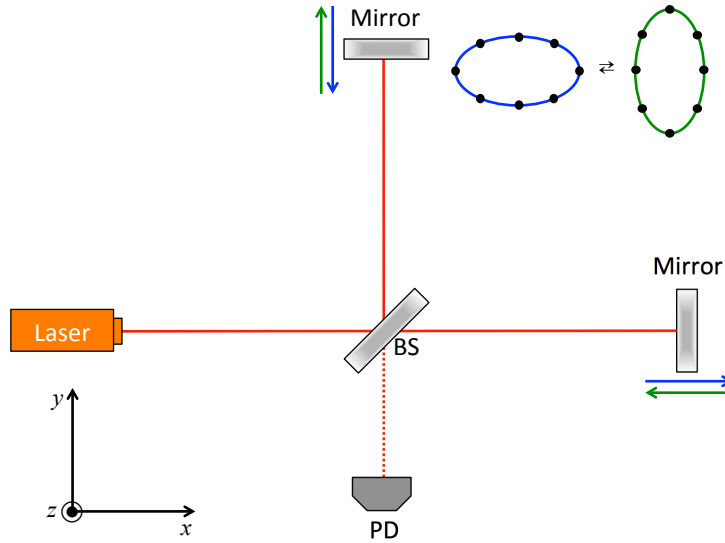


図 1.3 Michelson 干渉計による重力波検出

である。<sup>\*2</sup> よって PD での光の強度  $P_{AS}$  は、

$$\begin{aligned}
 P_{AS} &= |E_{out}|^2 \\
 &= \frac{1}{2} |E_0|^2 (1 - \cos(\phi_x - \phi_y)) \\
 &= \frac{1}{2} P_{in} (1 - \cos \phi_-)
 \end{aligned} \tag{1.42}$$

となる。ここで  $\phi_- \equiv \phi_x - \phi_y$  である。位相変化  $\phi_{x,y}$  は干渉計の往復による静的な位相変化  $\Phi$  と重力波の入射によって腕の長さが変化する事によって起きた動的な位相変化  $\Delta\phi$  に分ける事が出来、それぞれ、

$$\phi_{x,y} = \Phi_{x,y} + \Delta\phi_{x,y} \tag{1.43}$$

とかける。干渉計の PD 側のポートは dark fringe に制御され、 $\Phi_x - \Phi_y$  はレーザー波長の整数倍になっているので  $\phi_- = \Delta\phi_x - \Delta\phi_y$  と考えてよい。

入射する重力波が + モードのときは、 $x, y$  方向の腕は差動で伸縮するので  $\Delta\phi_x = -\Delta\phi_y \equiv \frac{1}{2} \Delta\phi_{GW}$  となり、式 (1.42) は、

$$P_{AS} = \frac{1}{2} P_{in} (1 - \cos \Delta\phi_{GW}) \tag{1.44}$$

となる。

入射する重力波が  $\times$  モードのときは、 $x, y$  方向の位相変化が同相  $\Delta\phi_x = \Delta\phi_y$  であるので  $\phi_- = 0$  である。よって、式 (1.42) より出力  $P_{AS}$  は 0 のままである。つまり図 1.3 の干渉計は  $\times$  モードに対して感度はない。これが重力波検出器が複数台必要となる一つの理由である。

<sup>\*2</sup> BS は表面で反射する場合と裏面で反射する場合で位相が  $\pi$  ずれる。よって  $x$  方向のからの電場と  $y$  方向からの電場は引き算される。

### 1.3.2 Michelson 干渉計の重力波に対する応答と基線長

式 (1.44) をみると、重力波によるビームの位相変化  $\Delta\phi_{\text{GW}}$  の大きさによって出力の大きさが変わるので、 $\Delta\phi_{\text{GW}}$  を知る必要がある。図 1.3 の干渉計で BS から鏡までの距離をそれぞれ、 $L_x, L_y$  とする。+モードの重力波が入射したときの  $x$  軸方向を往復する光の世界線に沿った線素は、

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + [1 + h_+(t)] dx^2 = 0 \quad (1.45)$$

の関係を満たす。 $h_+ \ll 1$  より、 $\frac{dx}{dt} > 0$  のとき、

$$\left[1 - \frac{1}{2}h_+(t)\right] c dt = dx \quad (1.46)$$

となる。鏡と BS の間を往復するのにかかる時間を  $\Delta t_x$  とすると、式 (1.46) を両辺積分して、

$$\begin{aligned} \int_{t-\Delta t_x}^t \left[1 - \frac{1}{2}h_+(t')\right] dt' &= \int dx = \frac{2L_x}{c} \\ \Rightarrow \Delta t_x &= \frac{2L_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_x}^t h_+(t') dt' \end{aligned} \quad (1.47)$$

式 (1.47) の右辺二項目の積分区間の  $\Delta t_x$  に式 (1.47) を順次代入する際、一項目に比べ二項目は十分小さいと考え、

$$\Delta t_x \simeq \frac{2L_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L_x}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (1.48)$$

と近似できる。前節のようにレーザーの周波数を  $\Omega_0$  とすると、 $x$  方向を往復してきた光の位相  $\phi_x$  は、

$$\phi_x = \Omega_0 \Delta t_x \simeq \frac{2L_x \Omega_0}{c} + \frac{\Omega_0}{2} \int_{t-\frac{2L_x}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (1.49)$$

とかける。 $y$  方向の場合は式 (1.45) で  $h_+(t) \rightarrow -h_+(t)$  と置換すればよいので、

$$\phi_y \simeq \frac{2L_y \Omega_0}{c} - \frac{\Omega_0}{2} \int_{t-\frac{2L_y}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (1.50)$$

式 (1.49)、1.50 において、第一項目が静的な位相変化  $\Phi_{x,y}$  を表し、第二項目が重力波による動的な位相変化  $\Delta\phi_{x,y}$  を表す。基線長  $L \simeq L_x \simeq L_y$ 、 $L_- \equiv L_x - L_y$  とする<sup>\*3</sup>と位相差  $\phi_-$  は、

$$\phi_- = \frac{2L_- \Omega_0}{c} + \Omega_0 \int_{t-\frac{2L}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (1.51)$$

$$\rightarrow \Delta\phi_{\text{GW}} \equiv \Omega_0 \int_{t-\frac{2L}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (1.52)$$

である。

<sup>\*3</sup> 実際にマイケルソン干渉計を構築する場合は、制御のために  $L_x$  と  $L_y$  の長さを変える。KAGRA の場合 3km の腕に対してアンシンメトリー  $L_-$  は 3.3m ほどである。

$\Delta\phi_{\text{GW}}$  の周波数応答を考えてみる。 $h_+(t)$  をフーリエ変換で表し、

$$h_+(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_+(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.53)$$

と書き、式 (1.52) に代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{GW}} &= \Omega_0 \int_{t-\frac{2L}{c}}^t \int_{-\infty}^{\infty} h_+(\omega) e^{i\omega t'} d\omega dt' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega_0}{\omega} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right) e^{-i\frac{L\omega}{c}} h_+(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{MI}}(\omega) h_+(\omega) e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$H_{\text{MI}}(\omega) \equiv \frac{2\Omega_0}{\omega} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right) e^{-i\frac{L\omega}{c}} \quad (1.55)$$

$H_{\text{MI}}(\omega)$  は重力波に対する MI の周波数応答関数である。式 (1.55) によると、単色の重力波  $h_+(t) = h_0 e^{i\omega t}$  が入射したときに、最も応答がよくなる最短の基線長  $L$  は以下の関係式、

$$\frac{L\omega'}{c} = \frac{\pi}{2} \quad (1.56)$$

を満たす。この関係式は重力波の波長を  $\lambda'$  として書き換えると、

$$2L = \lambda'/2 \quad (1.57)$$

となる。つまり腕の往復距離が重力波の波長の半分のときに最大になるという事である。この事実は式 (1.52) から見て取れる。式 (1.52) によると、重力波による位相変化は光が腕を往復する時間  $2L/c$  の間に、 $h_+$  を足し上げたものに比例する。よって、 $h_+(t)$  の符号が変わり信号がキャンセルし始める前に BS に光が到達する時、位相変化は最大となり、その条件はまさに、式 (1.57) である。重力波の周波数が 100Hz だとすると、そのときに最適な基線長は  $L = 750[\text{km}]$  となる。このように長い基線長を持つ検出器を地上に作るのは現実的に不可能である。そこで、アームに鏡を追加する事で Fabry-Perot 共振器を構成し、実効的に基線長を延長した Fabry-Perot Michelson 干渉計が広く用いられている。

### 1.3 のまとめ

- MI は x アーム、y アームから来る光の位相差を測る装置で、重力波が入射したときの鏡の差動による位相差から重力波信号を取り出せる。
- 重力波信号を最も効率よく得るための基線長はとても長く実現できない。基線長を実効的に長くするために Fabry-Perot 共振器をアームに入れた Fabry-Perot Michelson 干渉計が広く用いられる。

## 1.4 干渉計型重力波検出器における様々な雑音

重力波検出器における雑音は大きく分けて 2 つある。1 つ目は重力波以外の要因によって、鏡に変位が与えられて雑音となる変位雑音である。もう 1 つは、鏡は実際に揺れていないが様々な理由によって PD に入射する光が変化して雑音となるセンシング雑音である。



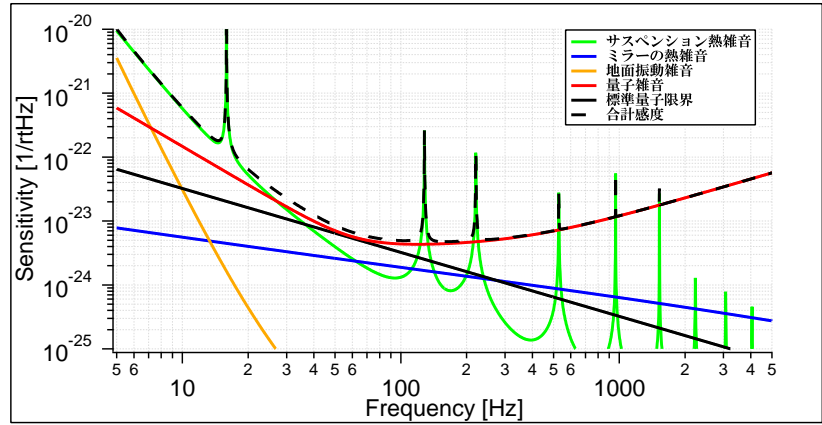


図 1.4 重力波検出器に現れる雑音

### 1.4.1 量子雑音

量子雑音 (図 1.4 の赤線) は光子が Heisenberg の不確定性原理  $\Delta n \Delta \phi < \frac{1}{2}$  に基づいて量子的に揺らいでいるために生じる雑音である。量子雑音は 2 種類あり、それぞれ散乱雑音、輻射圧雑音と呼ばれている。散乱雑音は光子の位相揺らぎ  $\Delta \phi$  に起因する雑音で、輻射圧雑音は光子数揺らぎ  $\Delta n$  に起因する変位雑音である。量子雑音は量子力学が Heisenberg の不確定性原理を満たしている限り、標準量子限界 (図 1.4 の黒線) 以下に下がる事は無いので、干渉計の感度は究極的には量子雑音によってリミットされている。

#### 散乱雑音

散乱雑音は干渉計の PD 方向から入射する真空場 (零点振動エネルギーを持つ光子) の位相揺らぎによる白色雑音でセンシング雑音に分類される。干渉計は位相変化 (鏡の変位) を測定する検出器であるので、真空場の位相揺らぎが重力波と同様に検出されてしまい雑音となる。真空場の位相揺らぎはレーザーパワー  $P$  に依らず一定であるが、重力波信号は  $\sqrt{P}$  に比例する。よって、信号量で規格化した散乱雑音レベルは  $1/\sqrt{P}$  に比例するので  $P$  を大きくする事で下げる事が出来る。

#### 輻射圧雑音

輻射圧雑音は散乱雑音と同じ真空場の振幅揺らぎに起因する変位雑音である。干渉計の腕に到達した真空場の振幅揺らぎがレーザーの電場とカップルして  $\sqrt{P}$  に比例する強度揺らぎになる。強度揺らぎは鏡を押す輻射圧を経由して、鏡の変位揺らぎになる。鏡の変位は重力波信号と同様に  $\sqrt{P}$  に比例する。よって、輻射圧経由で表れる真空場の振幅揺らぎは  $\sqrt{P}\sqrt{P} = P$  に比例する。また、散乱雑音同様、信号量で規格化すると、輻射圧雑音レベルは  $\sqrt{P}$  に比例する。よって、散乱雑音を下げるためにレーザーパワーを上げると、輻射圧雑音が大きくなる。

### 1.4.2 地面振動雑音

地面は、地震などがなくても常に微小に振動している。地面振動によって鏡に変位が与えられる変位雑音が地面振動雑音 (図 1.4 のオレンジ線) である。地面の揺れのスペクトルは測定する地域にもよるがだいたい、

$$\delta x(f) \sim 10^{-8} \times \left( \frac{1[\text{Hz}]}{f} \right)^2 \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.58)$$

で押さえられる。<sup>\*4</sup>地面振動を削減するために重力波検出器の鏡は振り子につられて防振されている。鏡が  $n$  段振り子につられている場合、伝達関数  $H(\omega)$  は、

$$H(\omega) \propto \omega^{-2n} \quad (1.59)$$

となる。従って、地面振動による鏡の変位スペクトルは、

$$\delta x(\omega) \propto \omega^{-2n-2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (1.60)$$

となり、地面振動が軽減されている。

### 1.4.3 熱雑音

熱雑音は、熱振動や熱膨張によって干渉計を構成する部品に変位が生じて起きる変位雑音である。熱雑音では以下の二つの雑音が支配的になる。

#### サスペンション熱雑音

干渉計の鏡をつっている振り子の糸が熱振動する事によって、つられている鏡に変位が与えられ生じる雑音 (図 1.4 の緑線) である。熱雑音を見積もるにはいくつかのモデルがあるが、structure damping モデルを使うと、角周波数を  $\omega$ 、振り子の共振周波数を  $\omega_0$ 、質量を  $m$ 、 $Q$  値を  $Q$ 、温度を  $T$ 、複素バネ定数を  $\phi_k(\omega)$  とすると、変位のスペクトルは、

$$\delta x(\omega) \simeq \sqrt{\frac{4k_B T \omega_0^2 \phi_k(\omega)}{m \omega^5}} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.61)$$

となる。ここで  $k_B$  はボルツマン定数である。また、 $\phi_k(\omega_0) = 1/Q$  という関係にあり、様々な研究から  $\phi_k(\omega)$  の周波数依存性は小さいとされている。

#### ミラーの熱雑音

鏡の熱膨張によって鏡の表面が振動する事によって生じる変位雑音 (図 1.4 の青線) である。structure damping モデルを使い、鏡の弾性振動の共振周波数を  $\omega_m$ 、鏡の換算質量を  $m$ 、 $Q$  値を  $Q$ 、温度を  $T$ 、複

<sup>\*4</sup> KAGRA が建設中の神岡での数値である。

素バネ定数を  $\phi_k(\omega)$  とすると、変位のスペクトルは、

$$\delta x(\omega) \simeq \sqrt{\frac{4k_B T \phi_k(\omega)}{m\omega_0^2 \omega}} \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.62)$$

と書ける。

熱雑音を減らすには Q 値を上げるか、冷却して温度  $T$  を下げるかの 2 択である。日本で建設中の大型重力波検出器 KAGRA では鏡を冷却し数ケルビンにして熱雑音を下げる方法をとっている。

## 1.5 世界の大型干渉計型重力波検出器

### KAGRA

KAGRA[1] は日本の第二世代型重力波検出器である。岐阜県の神岡鉱山内に建設される予定であり、その基線長は 3km である。光学セットアップは次章で説明する Power Recycling と DRSE と呼ぶ技術を用いた Fabry-Perot Michelson 干渉計である。特に KAGRA の特徴として、20K まで鏡を冷却して、熱雑音を低減する技術が挙げられる。

### LIGO

LIGO は米国のプロジェクトで、ワシントン州ハンフォードに基線長 4km、2km の干渉計とルイジアナ州リビングストンに基線長 4km の干渉計の計 3 台を有する。光学セットアップは Power Recycling を用いた Fabry-Perot Michelson 干渉計である。設計感度をほぼ達成し 15Mpc 程度の中性子連星からの重力波をとらえる事が出来る感度をもつ。現在 advanced LIGO[2] へのアップグレード中である。

### VIRGO

VIRGO イタリアとフランスの共同プロジェクトである。3km の基線長の Power Recycling を用いた、Fabry-Perot Michelson 干渉計で、イタリアのピサに建設された。特に大型低周波防振装置の開発により、低周波感度がかなり改善されている。LIGO と同様に、現在 advanced VIRGO[3] へのアップグレード中である。

### GEO-HF

GEO-HF[4] はドイツとイギリスの共同プロジェクトで、ドイツのハノーファーに基線長 600m として建設された。上記の検出器とは違い、Fabry-Perot 共振器を使わず、ビームラインを 1 回折り返す事で腕長を実質 1.2km にしている。GEO の特徴は Dual Recycling やスクイズといった新しい技術を積極的に取り入れているところである。現在稼働している唯一の検出器である。

## 第2章

# 干渉計型検出器

前章では、Michelson 干渉計による重力波検出の原理について述べた。本章では、最も広く用いられている Fabry-Perot Michelson 干渉計について詳しく述べる。その後、様々な干渉計の原理について軽く紹介し、重力波検出器に関する知見を深めることを目的としている。

### 2.1 シグナルサイドバンド

まず、重力波検出器におけるシグナルを議論しよう。重力波の信号は干渉計の鏡 (以下 ETM<sup>\*1</sup>) の変位と近似できるので、腕の長さの変位が  $\delta L \cos \omega t$  で振動したときを考えよう。入射レーザー電場が  $E_{\text{in}} = E_0 e^{i\Omega_0 t}$  のとき、x 方向の腕について考えると、ETM で反射して帰ってきたレーザーの BS 直前での電場  $E_x$  は、

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \exp(i\Omega_0 t) \exp\left(-i \frac{2\Omega_0(L + \delta L \cos \omega t)}{c}\right) \quad (2.1)$$

と書ける。式 (2.1) は Bessel 関数  $J_n$  で展開できる。

$$e^{-i \frac{2\Omega_0 \delta L}{c} \cos \omega t} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} J_n(2\Omega_0 \delta L/c) i^n e^{in\omega t} \quad (2.2)$$

今、 $\delta L \ll 1$  だと思えば、 $J_n(m) \simeq \frac{1}{n!} \left(\frac{m}{2}\right)^n$  と書けるので式 (2.2) の展開を  $\delta L$  の一次までとると、 $n = -1, 0, 1$  だけ残り、

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\Omega_0(t-2L/c)} \left(1 + i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{i\omega t} + i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{-i\omega t}\right) \quad (2.3)$$

と書ける。第一項は元のレーザー電場でキャリア<sup>\*2</sup>と呼ばれ、第二項は Upper サイドバンド<sup>\*3</sup>、第三項は Lower サイドバンドと呼ばれる。Upper、Lower サイドバンドは係数が  $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$  であるので、それぞれキャリア項に対して位相が 90 度ずれている。このようなサイドバンドは PM サイドバンドと呼ばれる。一般にレーザーがあたっている鏡に変位が生じるとこのような PM サイドバンドを生じる。式 (2.3) を見

\*1 End Test Mass の略。MI のアームにある鏡は重力波の変位を受ける質点という意味で Test Mass と呼ばれる。

\*2 以下、文中では Ca. と略す。

\*3 以下、文中では SideBand を SB と略す。

てわかるように腕の変位の情報である  $\delta L, \omega$  はすべてサイドバンドに乗っている。よって重力波検出器では、このような変位情報の乗ったシグナルサイドバンド\*4を如何に検出するかが重要になってくる。\*5強度を計算してみると、

$$P_x = |E_x|^2 = \frac{1}{2} E_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{2\Omega_0 \delta L}{c} \right)^2 \cos^2 \omega t \right] = \frac{1}{2} E_0^2 \quad (2.4)$$

となり PM サイドバンドではエネルギーが保存している事がわかる。\*6

Michelson 干渉計の AS ポートでの電場  $E_{AS}$  は x アームと y アームから来る電場の差であるので透過してくる信号は差動信号のみである。y アームからの電場は式 (2.1) の  $\delta L$  の符号を-に変えれば差動信号になるので、

$$E_{AS} = \frac{1}{2} E_0 e^{i\Omega_0(t-2L/c)} \left[ 1 + i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{i\omega t} + i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{-i\omega t} - \left( 1 - i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{i\omega t} - i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} e^{-i\omega t} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$= i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} E_0 e^{-i((\Omega_0+\omega)t)} + i \frac{\Omega_0 \delta L}{c} E_0 e^{-i((\Omega_0-\omega)t)} \quad (2.6)$$

と書ける。式 (2.5) から式 (2.6) に行く際に、簡単のため  $2\Omega_0 L/c = 2n\pi$  を仮定した。念のため確認しておく、y アームから来る電場が同相信号を持っていた場合、式 (2.5) の 5 項目と 6 項目の  $\delta L$  の符号を-から + に変えればよいが、その場合  $E_{AS} = 0$  である事がわかる。

#### 2.1 のまとめ

- 鏡の変位は入射電場の位相に変調を与えてシグナルサイドバンドを生み出す。
- 鏡の変位によって生成されたシグナルサイドバンドは、入射電場に対して位相が 90 度ずれている。

## 2.2 Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 共振器 (以下 FP 共振器) は図 2.1 の様に 2 枚の鏡から構成される。共振器に入射した光の振る舞いを見てみよう。入射ビームの電場を、 $E_{in} = E_0 e^{i\Omega_0 t}$  としよう。共振器の長さを  $L$ 、レーザーの入射側の鏡 (フロントミラー) の振幅反射率を  $r_F$ 、振幅透過率を  $t_F$ 、出射側の鏡 (エンドミラー) の振幅反射率を  $r_E$ 、振幅透過率を  $t_E$  とすると、共振器からの反射光  $E_r$  と透過光  $E_t$  は以下の様にかける。

$$E_r = -r_F E_{in} + t_F^2 r_E e^{-i\Phi} E_{in} \left[ 1 + r_F r_E e^{-i\Phi} + (r_F r_E e^{-i\Phi})^2 + \dots \right] \quad (2.7)$$

$$E_t = t_F t_E E_{in} e^{-i\frac{\Phi}{2}} \left[ 1 + r_F r_E e^{-i\Phi} + (r_F r_E e^{-i\Phi})^2 + \dots \right] \quad (2.8)$$

ここで、共振器 1 往復での位相変化を  $\Phi \equiv 2L\Omega_0/c$  と定義した。式 (2.7) の右辺第一項はフロントミラーで直接反射される電場で、第二項は共振器内を何回か往復して出てくる電場の無限和を表している。大括

\*4 以下、図中では Sig. と略す。

\*5 重力波の場合、式 (1.27) より変位は  $\frac{h_0}{2} \cos \omega t$  の様に書ける。

\*6  $\delta L$  に対して 1 次の近似を行っていたので最右辺に行く際 2 次の項は無視される。

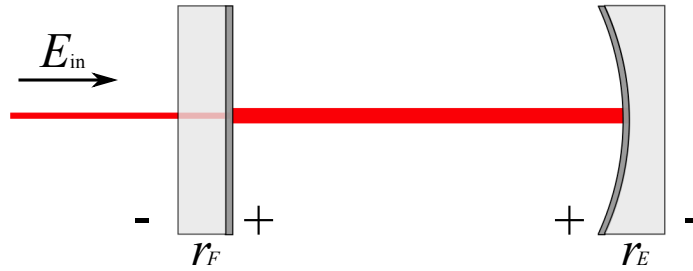


図 2.1 Fabry-Perot 共振器

弧内の第一項は共振器内を1往復した光を表し、第二項は2往復した光を表す。同様に透過光も式(2.8)の様にかけるが注意したいのは、透過光の場合直接反射される電場が無い事である。式(2.7)、式(2.8)の無限級数を計算すると、

$$E_r = \left( -r_F + \frac{t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \right) E_{in} = \frac{-r_F + r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{in} \quad (2.9)$$

$$E_t = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} E_{in} \quad (2.10)$$

となる。また、反射強度と透過強度は、

$$P_r = \frac{(r_E - r_F)^2 + 4r_F r_E \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}{(1 - r_F r_E) \left[1 + F \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]} |E_{in}|^2 \quad (2.11)$$

$$P_t = \frac{(t_F t_E)^2}{(1 - r_F r_E)^2 \left[1 + F \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]} |E_{in}|^2 \quad (2.12)$$

となる。ここで  $F \equiv \frac{4r_F r_E}{(1 - r_F r_E)^2}$  と定義した。

$$r_{FP}(\Phi) \equiv \frac{E_r}{E_{in}} = \frac{-r_F + r_E e^{-i\Phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \quad (2.13)$$

$$t_{FP}(\Phi) \equiv \frac{E_t}{E_{in}} = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\Phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\Phi}} \quad (2.14)$$

の様に  $r_{FP}, t_{FP}$  を定義すれば、 $|r_{FP}|^2 + |t_{FP}|^2 = 1$  を満たすので、FP共振器は複素反射率、透過率  $r_{FP}, t_{FP}$  をもった鏡だと見なす事も出来る。また、FP共振器の反射率の微分は、

$$r'_{FP}(\Phi) = \frac{-t_F^2 r_E e^{-i\Phi}}{(1 - r_F r_E e^{-i\Phi})^2} \quad (2.15)$$

である。図2.2はFP共振器の共振器内パワーを、横軸周波数で表した図である。図中の点Pの様な、共振器内に蓄えられるビームが最も大きい状態を共振と呼び、点Qの様な、共振器内に蓄えられるビームが最も少ない状態を反共振と呼ぶ。共振器が共振状態にある条件は、

$$\Phi = 2n\pi \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (2.16)$$

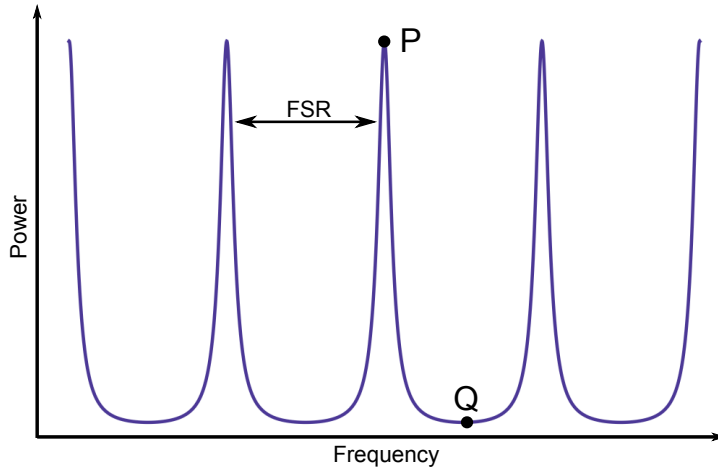


図 2.2 Fabry-Perot 共振器内パワー

であり、反共振である条件は、

$$\Phi = (2n + 1)\pi \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (2.17)$$

である。図 2.2 の様に、共振器において共振点は周期的に現れ、その基本周期を Free Spectral Range(FSR) と呼ぶ。FSR は式 (2.16) から、

$$\frac{2L\Omega_{\text{FSR}}}{c} = 2\pi \Rightarrow f_{\text{FSR}} = \frac{c}{2L} \quad (2.18)$$

である。また、共振のピークの半値全幅を  $f_{\text{FWHM}}$  とすると、 $f_{\text{FWHM}}$  は、

$$\frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\pi L f_{\text{FWHM}}}{c}\right)} = \frac{1}{2} \quad (2.19)$$

を満たす。ここで  $f_{\text{FWHM}} \gg f_{\text{FSR}}$  とすると、

$$f_{\text{FWHM}} = \frac{c}{\pi\sqrt{FL}} = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}} \frac{c}{L} \quad (2.20)$$

と書ける。共振器を特徴づける値として Finesse と呼ばれ共振ピークの鋭さを表す量がよく用いられ、その定義は以下の通りである。

$$\mathcal{F} = \frac{f_{\text{FSR}}}{f_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi\sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E} \quad \left( = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} \right) \quad (2.21)$$

$r_E \simeq 1$ 、 $T_F = t_F^2 \gg 1$  の近似の元では、

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T_F} \quad (2.22)$$

と書ける。

## 2.2.1 共振状態

共振状態での反射率と反射率の微係数は式 (2.13)、式 (2.15) より、

$$r_{\text{reso}} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E}{1 - r_F r_E} = \frac{-r_F + r_E}{1 - r_F r_E} \quad (2.23)$$

$$r'_{\text{reso}} = \frac{-it_F^2 r_E}{(1 - r_F r_E)^2} \quad (2.24)$$

と書ける。式 (2.23) の第一右辺を見るに、第一項目が負で、2項目が正であり、共振状態での共振器の反射率  $r_{\text{FP}}$  は、単体の反射率 (フロントミラーの反射率) より低くなる事がわかる。最右辺を見るに、 $r_F > r_E$  (under-coupling) のとき反射共振器の反射率の符号はフロントミラーと同じで、 $r_F < r_E$  (over-coupling) のとき符号が反転する事がわかる。重力波検出器では一般的に  $r_F < r_E \simeq 1$  であるので over-coupling である。

キャリアが共振している際にエンドミラーに変位が生じたときの、シグナルサイドバンドの増幅を考えよう。エンドミラーに変位が生じると、エンドミラーに到達した時点でキャリアからシグナルサイドバンドが生成される。キャリアと生成されたサイドバンドは共振器内を往復し、再びエンドミラーに到達し、キャリアからサイドバンドが新たに生成される。この過程を繰り返す事でシグナルサイドバンドは増幅されていく。共振器に入ってくる電場と出て行く電場の複素振幅をそれぞれ  $E_0, E_{\text{out}}$  とする。n 回往復してフロントミラーに到達する直前のキャリアの電場、upper サイドバンドの電場、lower サイドバンドの電場の複素振幅をそれぞれ、 $E_c(n), E_+(n), E_-(n)$  とすると、

$$\begin{pmatrix} E_c(n) \\ E_+(n) \\ E_-(n) \end{pmatrix} = r_F r_E \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ i\epsilon e^{i\omega L/c} & e^{i2\omega L/c} & 0 \\ i\epsilon e^{-i\omega L/c} & 0 & e^{-i2\omega L/c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_c(n-1) \\ E_+(n-1) \\ E_-(n-1) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

を満たす。ここで  $\epsilon = \Omega_0 \delta L/c$  であり、式 (2.6) でのキャリアの振幅に対するサイドバンドの振幅である。

$$E_{\pm}(n) = t_F r_E (r_F r_E)^{n-1} i\epsilon e^{\pm i\omega L/c} \frac{1 - e^{\pm 2i\omega L/c}}{1 - e^{\pm 2i\omega L/c}} E_0 \quad (2.26)$$

を得る。キャリアは共振して出て行くだけであるので全体としては、

$$\begin{aligned} E_{\text{out}} &= r_{\text{reso}} E_0 + t_F \sum_{n=1}^{\infty} [E_+(n) + E_-(n)] \\ &= \frac{-r_F + r_E}{1 - r_F r_E} E_0 \\ &\quad + \frac{(1 - r_F^2) r_E \epsilon e^{i\omega L/c}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{2i\omega L/c})} E_0 \\ &\quad + \frac{(1 - r_F^2) r_E \epsilon e^{-i\omega L/c}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{-2i\omega L/c})} E_0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

と書ける。サイドバンドの振幅は共振器が無い場合の振幅 (式 (2.27) で  $r_F = 0$  とした時の振幅) に対して、

$$\left| \frac{(1 - r_F^2) r_E \epsilon e^{\pm i\omega L/c}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{\pm 2i\omega L/c})} E_0 \right| / \left| r_E \epsilon e^{\pm i\omega L/c} E_0 \right| = \frac{4/T_F}{\sqrt{1 + (\omega/\gamma)}} \quad (2.28)$$



倍に増幅されている。 $r_E \simeq 1$  と  $1 + r_F \simeq 2$  という近似を用いた。ここで  $T_F$  はフロントミラーの強度透過率  $t_F^2$  で、 $\gamma \equiv \frac{cT_F}{4L}$  でキャビティポールと呼ばれる値である。キャビティポールは増幅強度が 50% になる角周波数で、キャビティポールより低い周波数では  $4/T_F$  倍に信号は増幅され、高い周波数では急激に増幅の効果が落ちる。

## 2.2.2 反共振状態

反共振状態での共振器の反射率と反射率の微係数は、

$$r_{\text{anti}} = -r_F - \frac{t_F^2 r_E}{1 + r_F r_E} = \frac{-r_F - r_E}{1 + r_F r_E} \quad (2.29)$$

$$r'_{\text{anti}} = \frac{it_F^2 r_E}{(1 + r_F r_E)^2} \quad (2.30)$$

式 (2.29) の第一右辺を見るに、共振器からの反射率は単体の反射率より高くなり、反射率はフロントミラーの符号と同じであることがわかる。また、一般に干渉計で用いられる鏡は、高反射率、低透過率であるので、 $r_F \simeq r_E \simeq 1$ 、 $t_F \simeq 0$  となり、

$$r_{\text{anti}} \simeq -r_F \quad (2.31)$$

$$r'_{\text{anti}} \simeq 0 \quad (2.32)$$

となる。つまり、反共振の光はほとんどすべてフロントミラーで反射され、FP 共振器長の変化による位相変化をほとんど受けない事になる。

### 2.2 のまとめ

- 共振器で重要な状態は共振状態と反共振状態で、共振条件は  $2L\Omega_0/c = 2n\pi$  で、反共振条件は  $2L\Omega_0/c = (2n + 1)\pi$  である。
- キャリアが共振状態の時、共振器内にキャリアが溜まり共振器長の変化に対してよく反応する。つまり、共振器長の変化によるシグナルサイドバンドが増幅されるという事である。
- キャリアが反共振状態のとき、共振器内にキャリアは侵入せず、共振器長の変化に対してほとんど応答を示さない。つまり、共振器長の変化のシグナルサイドバンドはほぼ 0 である。

## 2.3 Fabry-Perot Michelson 干渉計

Fabry-Perot Michelson (FPMI) 干渉計は図 2.3 の様に、MI のそれぞれのアームに FP 共振器を導入したものである。アームに導入された FP 共振器のフロントミラーを ITM<sup>\*7</sup>、エンドミラーを ETM と呼ぶ。前章で軽く述べた様に、FP 共振器でレーザービームを往復させる事で実効的な基線長を延長し、ターゲットの重力波信号を増幅している。増幅の度合いは式 (2.28) の様に書けるので、AS ポートでの出力  $E_{\text{AS}}$  は式 (2.6) が  $4/T_F \sqrt{1 + (\omega/\gamma)}$  倍されたものになる。キャビティポールは角周波数の次元であるので、 $2\pi/\gamma$  は時間の次元で、シグナルの共振器内での平均滞在時間を表す。よって、実効的な基線長は

\*7 Initial Test Mass の略。

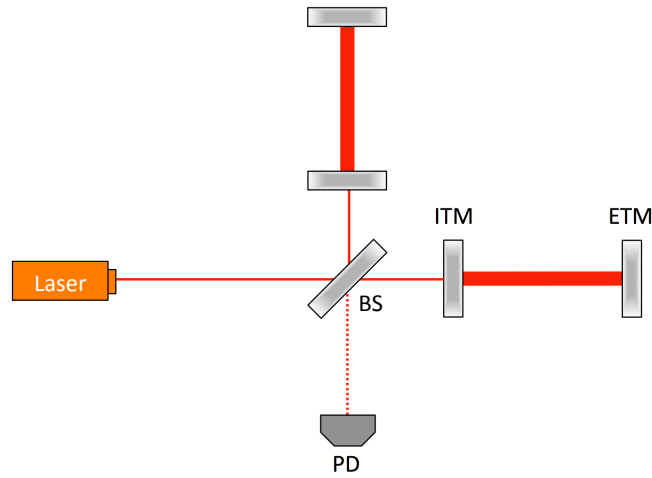


図 2.3 Fabry-Perot Michelson 干渉計

式 (2.22) を用いて、

$$\frac{2\pi}{\gamma}c = \frac{8\pi L}{T_F} = 4FL \tag{2.33}$$

と書ける。

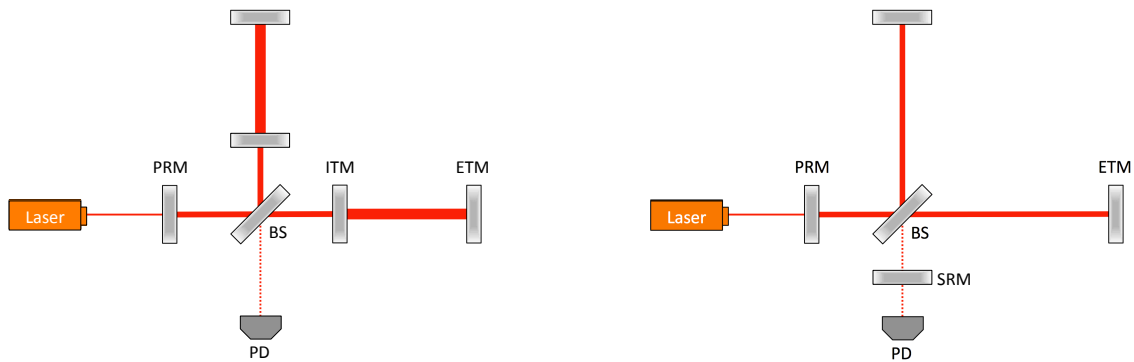


図 2.4 左図：Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計、右図：Dual-Recycling Michelson 干渉計

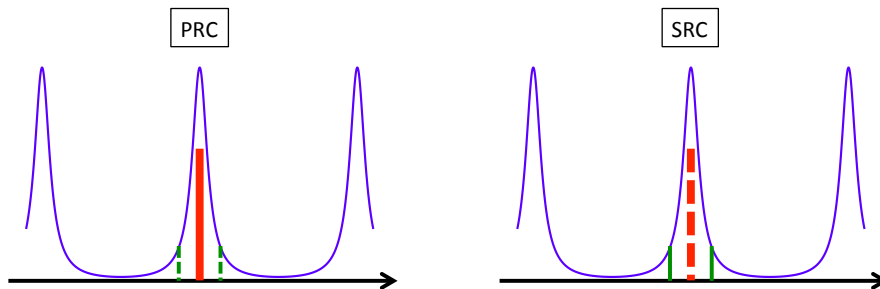


図 2.5 左図：PRC でのゲイン、右図：SRC でのゲイン

## 2.4 Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計

Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計 (PRMI) は図 2.4 の左図の様に、FPMI の SYM ポートに Power-Recycling Mirror (PRM) を置いて、FPMI からの反射光が再び干渉計に入射するようにしたものである。これによって普段捨てられていた反射光を再入射する事ができ、実効的なレーザーパワーを上げ、散乱雑音レベルを下げる事が出来る。PRM は 2 つの ITM と Power-Recycling Cavity (PRC) を構成する。

PRC はそれ単体ではキャリアと反共振になるように設計されている。なぜならば、腕共振器が共振すると、腕共振器の反射率は ITM の反射率に対して反転するからである。PRC の cavity 長は PRM から BS までの距離と、BS から 2 つの ITM までの平均距離の和で定義される。AS ポートが dark fringe に制御された、FPMI の SYM ポートにはキャリア光だけが帰ってくるので、図 2.5 の左図の様にキャリア光だけが増幅される。

## 2.5 Dual-Recycling Michelson 干渉計

Dual-Recycling Michelson (DRMI) 干渉計は図 2.4 の右図の様に、MI の SYM ポートに PRM を、AS ポートに Signal-Recycling Mirror (SRM) を置き、Power Recycling でレーザーパワーを実効的に上げながら、MI からの透過光 (差動信号) を再び干渉計に入射するように設計された干渉計である。MI からの透過光を再び、干渉計に入射する事によって重力波信号の増幅をする事が出来る。

SRM と 2 つの ETM により Signal-Recycling Cavity (SRC) は構成されている。PRC とは違い SRC はそれ単体で共振するよう設計されている。AS ポートが dark fringe に制御された、MI の AS ポートにはシグナルサイドバンドだけが透過してくるので、図 2.5 の右図の様にシグナルサイドバンドのみが増幅される。これは腕の Finesse を上げたのと同等の効果を持つので、SRC を入れる事はアームに FP 共振器を導入する事と同じ効果を持つ。つまり PRMI と DRMI の感度は Finesse を調整すれば、基本的に等しくなる。DRMI は PRMI に比べ、制御すべき自由度が 1 つ減る事が利点であるが、DRMI で PRMI と同じ感度を達成しようとするると BS でのレーザーパワーが強くなってしまい、熱による鏡の膨張などにより感度が低下するといふ欠点もある。

## 2.6 Resonant Signal Extraction

### 2.6.1 Resonant Signal Extraction 干渉計

Resonant Signal Extraction 干渉計 (RSE)[5] は図 2.6 の様に、PRMI の AS ポートに SRM を加えた構造になっている。SRM が SRC が反共振 (SRC 単体ではキャリアに共振する) になるように設置されている。DRMI では低周波 (~ 数百 Hz) のシグナルサイドバンドが共振して増幅するように設計されていたが、RSE では図 2.7 の様に、高周波のシグナルサイドバンドが共振するように設計され、検出器のバンド幅を広げる効果を持つ。

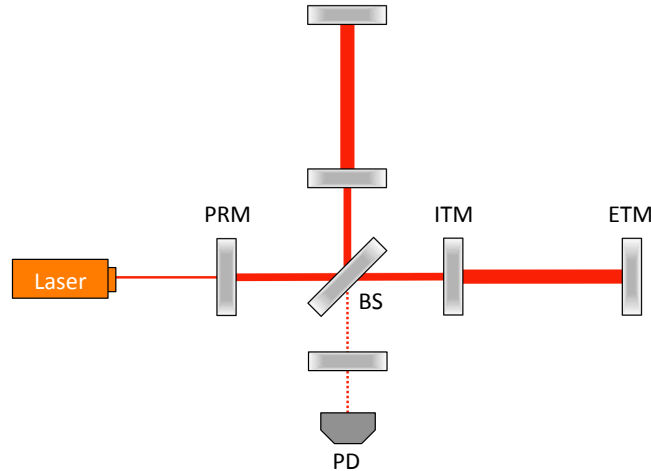


図 2.6 BRSE/DRSE の構造

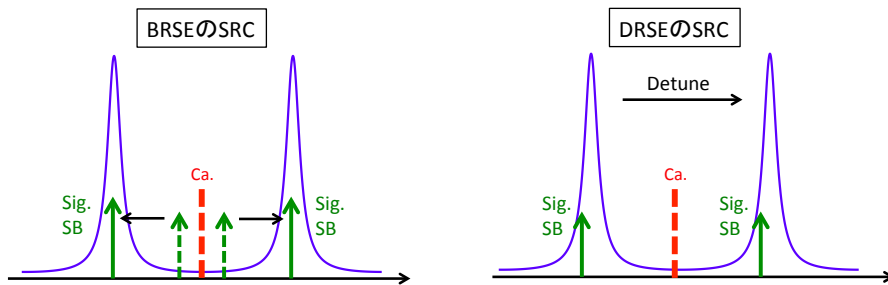


図 2.7 左図：BRSE の SRC でのゲイン、右図：DRSE の SRC でのゲイン

### 2.6.2 Detuned Resonant Signal Extraction 干渉計

Detuned Resonant Signal Extraction 干渉計 (DRSE)[6] は RSE の SRM をほんの少し (キャリアの波長の 50 分の 1 程度) デチューンした干渉計である。SRM をデチューンした事によって鏡をついている振り子の復元力とレーザー光の輻射圧の釣り合いが崩れ、干渉計の ETM が仮想的なバネ (光バネ) につられているような状態を作る事が出来る。光バネの共振周波数をターゲット重力波の周波数と同じにする事によって、狭帯域での重力波信号の増幅が出来る。逆に帯域の外では感度が悪くなるのがデチューンの弱点であるが、ターゲットの重力波によっては総合的に得をする事が多い。DRSE と明確に区別するため、Detune していない RSE を Broadband RSE (BRSE) と呼ぶ事もある。



での距離を  $l_X/l_Y$  とし、PRM/SRM から BS までの距離をそれぞれ  $l_{PBS}/l_{SBS}$  とする。制御されるべき自由度の数は、 $x, y$  アームの腕共振器長、PRC 長、SRC、Michelson と 5 つであるが、組み合わせを変えて以下の 5 つの自由度を用いる。

- CARM … X アームと Y アームの腕共振器の同相信号  $L_{CARM} = (L_X + L_Y)/2$
- DARM … X アームと Y アームの腕共振器の差動信号  $L_{DARM} = L_X - L_Y$
- PRCL … PRC 長の信号  $l_{PRCL} = l_{PBS} + (l_X + l_Y)/2$
- MICH … BS と ITM による Michelson の信号  $l_{MICH} = l_X - l_Y$
- SRCL … SRC 長の信号  $l_{SRCL} = l_{SBS} + (l_X + l_Y)/2$

KAGRA はこれらの自由度に対するエラーシグナルを抽出して、共振条件や dark fringe 条件を満たすように、外乱などで動作点からずれたミラーの位置をフィードバック制御している。

KAGRA では、これらのエラーシグナルを得るために 3 つの検出ポートと 2 つの RF サイドバンドが用いられている。3 つのポートの内 1 つは AS ポートであり、残りの 2 つは SYM ポート側で、それぞれ Reflection (REFL) ポート、Pick Off in Power recycling cavity (POP) ポートと呼ばれる。REFL ポートは干渉計からの反射光を取るポートで、POP ポートは PRC 内の電場をピックアップするポートである。

## 3.2 エラーシグナルの取り出し

干渉計の制御では、エラーシグナルをとりだすために RF サイドバンド (MHz 付近) が用いられる。RF サイドバンドが用いられるのは、制御帯域の信号や重力波信号 (<1kHz) と情報が混同しないようにするためである。

### 3.2.1 変調

RF サイドバンドは Electro-Optic Modulator (EOM) を用いた変調器にレーザー光を通す事で生成される。変調には 2 種類あり Phase Modulation (PM) 変調と Amplitude Modulation (AM) 変調である。

#### PM 変調

PM 変調の生成は、2.1 のシグナルサイドバンドの生成とほとんど同じである。変調器に入射するレーザーの電場を  $E_c = E_0 e^{i\Omega_0 t}$  とすると、変調器によって変調周波数  $\omega_m$ 、変調指数  $m$ 、変調位相  $\varphi$  で PM 変調された電場  $E^{\text{PM}}$  は、

$$E^{\text{PM}} = E_0 e^{i(\Omega_0 t + m \cos(\omega_m t + \varphi))} \quad (3.1)$$

と書ける。ここで、一般的に  $m \gg 1$  であること、また変調位相の自由度はあまり重要視されないので  $\varphi = 0$  とする事を仮定すると、1 次まで Bessel 関数を用いて展開すると式 (2.3) と同じようになり、

$$\begin{aligned} E^{\text{PM}} &\simeq E_0 e^{i\Omega_0 t} [1 + iJ_1(m)e^{i\omega_m t} + iJ_1(m)e^{-i\omega_m t}] \\ &= E_c + iE_+^{\text{PM}} e^{i\omega_m t} + iE_-^{\text{PM}} e^{-i\omega_m t} \end{aligned} \quad (3.2)$$

と書ける。ここで  $E_{\pm}^{\text{PM}} \equiv J_1(m)E_c$  で、それぞれ upper サイドバンドと lower サイドバンドの振幅を表す。また、upper サイドバンドと lower サイドバンドの振幅が同じなら、2つをまとめて、

$$E^{\text{PM}} = E_c + 2iJ_1(m)E_c \cos \omega_m t \quad (3.3)$$

と書く事もでき、PM サイドバンドは入射電場から位相が 90 度ずれている事がわかる。

### AM 変調

PM 変調はレーザー電場の位相に変調を加えたのに対し、AM 変調は振幅に変調を加える。変調器に入射するレーザーの電場を  $E_c = E_0 e^{i\Omega_0 t}$  とすると、変調器によって変調周波数  $\omega_m$ 、変調指数  $m$ 、変調位相  $\varphi$  で AM 変調された電場  $E^{\text{AM}}$  は、

$$\begin{aligned} E^{\text{AM}} &= E_0(1 + m \cos(\omega_m t + \varphi))e^{i\Omega_0 t} \\ &= E_0 e^{i\Omega_0 t} \left[ 1 + \frac{m}{2} e^{i\omega_m t} + \frac{m}{2} e^{-i\omega_m t} \right] \\ &= E_c + E_+^{\text{AM}} e^{i\omega_m t} + E_-^{\text{AM}} e^{-i\omega_m t} \end{aligned} \quad (3.4)$$

と書ける。2行目からは PM 変調のときと同様に  $\varphi = 0$  を仮定している。ここで  $E_{\pm}^{\text{AM}} \equiv mE_c/2^{*1}$  で、それぞれ upper サイドバンドと lower サイドバンドの振幅を表す。また、upper サイドバンドと lower サイドバンドの振幅が同じなら、2つをまとめて、

$$E^{\text{AM}} = E_c + 2(m/2)E_c \cos \omega_m t \quad (3.5)$$

と書いて、AM サイドバンドは入射電場と同じ位相である事がわかる。 $m$  の 1 次までとって、強度  $P_{\text{AM}}$  を計算すると、

$$P_{\text{AM}} \simeq |E_c|^2 (1 + 2m \cos \omega_m t) \quad (3.6)$$

となる。式 (3.6) は AM 変調は PM 変調と違い、変調のためにエネルギーにやり取りを必要とすることを示している。このため、一般に AM 変調の方が取り扱いにくく、PM 変調が用いられる。

### 3.2.2 復調

PD に干渉計の情報を持って入射する電場  $E$  を、

$$E = E_0 e^{i\Omega_0 t} + E_+ e^{i(\Omega_0 + \omega_m)t} + E_- e^{i(\Omega_0 - \omega_m)t} \quad (3.7)$$

としよう。ここで一般に  $E_+ \neq E_-$  であり、干渉計の信号は  $E_0$  や  $E_{\pm}$  に乗っている。PD で検出できるのは強度であるので、PD から得る出力は、

$$\begin{aligned} P &= |E|^2 \\ &= |E_0|^2 + |E_+|^2 + |E_-|^2 \quad \dots \text{(i)} \\ &\quad + 2\Re [E_0(E_+ + E_-)^*] \cos \omega_m t + 2\Im [E_0(E_+ - E_-)^*] \sin \omega_m t \quad \dots \text{(ii)} \\ &\quad + 2\Re [E_+ E_-^*] \cos 2\omega_m t - 2\Im [E_+ E_-^*] \sin 2\omega_m t \quad \dots \text{(iii)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

\*1 変調指数  $m$  が十分小さい時、 $E_{\pm}^{\text{PM}} \simeq mE_c/2 = E_{\pm}^{\text{AM}}$  となるが、 $m$  が大きいところではずれが生じるので注意が必要

と書ける。式 (3.8) の (i) は DC 成分、(ii) は変調周波数  $\omega_m$  成分、(iii) は変調周波数の 2 倍波  $2\omega_m$  成分である。(i)DC 成分付近の情報を取り出す際は、 $P$  を適当なフィルターを介して、高周波成分 ( $\omega_m, 2\omega_m$  など) を取り除けばよい ( $\rightarrow$ DC readout)。(ii) 変調周波数付近の信号は、角周波数  $\omega_m$  の局部発振波を掛け合わせるによって取り出す事が可能になり、復調と呼ばれる。復調する際、局部発振波に  $\cos \omega_m t$ (I-phase) を選び式 (3.8) に掛け合わせると、

- (i)  $\rightarrow \omega_m$  成分
- (ii) の左項  $\rightarrow 2\Re [E_0(E_+ + E_-)^*] (1 + \cos 2\omega_m t) = \text{DC 成分} + 2\omega_m \text{ 成分}$
- (ii) の右項  $\rightarrow 2\Im [E_0(E_+ - E_-)^*] \sin 2\omega_m t = 2\omega_m \text{ 成分}$
- (iii)  $\rightarrow \omega_m \text{ 成分} + 3\omega_m \text{ 成分}$

となり、適当なフィルターで高周波成分を取り除けば、出力  $s_I$

$$s_I = \Re [E_0(E_+ + E_-)^*] \tag{3.9}$$

を取り出せる。局部発振波に  $\sin \omega_m t$ (Q-phase) を選ぶと、

- (i)  $\rightarrow \omega_m$  成分
- (ii) の左項  $\rightarrow 2\Re [E_0(E_+ + E_-)^*] \sin 2\omega_m t = 2\omega_m \text{ 成分}$
- (ii) の右項  $\rightarrow 2\Im [E_0(E_+ - E_-)^*] (1 - \sin 2\omega_m t) = \text{DC 成分} + 2\omega_m \text{ 成分}$
- (iii)  $\rightarrow \omega_m \text{ 成分} + 3\omega_m \text{ 成分}$

となるので出力  $s_Q$

$$s_Q = \Im [E_0(E_+ - E_-)^*] \tag{3.10}$$

を取り出せる。(iii) 変調周波数の 2 倍波付近の信号は、 $2\omega_m$  局部発振波を用いて復調すれば取り出す事ができるが、一般にサイドバンドの振幅  $E_{\pm}$  は小さいので、振幅の 2 乗が係数の (iii) からの信号は用いる事は無い。

### 3.2.3 Fabry-Perot 共振器のエラーシグナルの取り出し

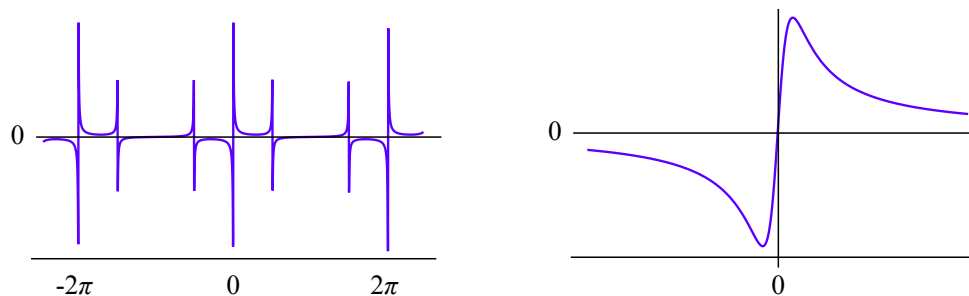


図 3.2 左図：PDH 信号、右図：PDH 信号の共振点付近の拡大図

Fabry-Perot 共振器からの信号の取り出しには Pound Drever Hall (PDH) 法が広く用いられている。PDH 法は共振器に入射するレーザーを入射前に PM 変調し、反射光を I-phase でとりだすことで位相変



化 (キャビティ長の変化) を獲得する一連の技術をいう。ここでは FP 共振器に対する PDH 法の応答を述べる。

共振器にキャリア  $E_0 e^{i\Omega_0 t}$  と変調周波数  $\omega_m$  の PM サイドバンドが入射すると、反射光  $E_r$  は、

$$E_r = r_{\text{FP}}(\Omega_0) E_0 e^{i\Omega_0 t} + i r_{\text{FP}}(\Omega_0 + \omega_m) J_1 E_0 e^{i(\Omega_0 + \omega_m)t} + i r_{\text{FP}}(\Omega_0 - \omega_m) J_1 E_0 e^{i(\Omega_0 - \omega_m)t} \quad (3.11)$$

と書ける。ここで式 (2.13) の  $r_{\text{FP}}(\Phi) \rightarrow r_{\text{FP}}(\Omega)$  という風に引数を変えて表示した。式 (3.11) からわかるようにサイドバンドは周波数  $\omega_m$  だけずれているので共振器からの反射率が違う。この電場を PD で検出し、I-phase で復調した場合、信号  $s_{\text{I}}$  は式 (3.9) から、

$$s_{\text{I}} = J_1 |E_0|^2 \Im[r_{\text{FP}}(\Omega_0) r_{\text{FP}}^*(\Omega_0 + \omega_m) - r_{\text{FP}}^*(\Omega_0) r_{\text{FP}}(\Omega_0 - \omega_m)] \quad (3.12)$$

となり、これが PDH シグナルである。一般的に PDH シグナルは図 3.2 の左図のようなものになる。以下で述べるが、図 3.2 の右図のように、PDH シグナルは共振点付近では微小な位相変化に線形で応答する。よって、動作点が共振点付近であれば、シグナルの大小でどちらの方向にどれだけずれたかがわかるので、エラーシグナルとして使うことができる。

#### 共振状態での応答

PDH 信号で重要なのはキャリアの共振点  $2\Omega_0 L/c = 2n\pi$  近傍での位相変化に対する応答である。

簡単のため、共振状態付近 ( $2n\pi + \phi$ ) を仮定する。ここで  $\phi \equiv 2\Omega_0 \delta L/c \simeq 0$  でキャビティ長  $L$  が微小な長さ  $\delta L$  ずれたときの位相変化である。この時サイドバンドの位相は  $2n\pi \pm \phi_\omega$  で  $\phi_\omega \equiv 2\omega \delta L/c$  である。よって、サイドバンドの反射率は  $r^*(2n\pi + \phi_\omega) = r(2n\pi - \phi_\omega) \equiv r_\omega(\phi_\omega)$  となるがサイドバンドは共振から離れている状況では  $r_\omega$  を定数だと思える。すると、式 (3.12) は、

$$\begin{aligned} s_{\text{I}} &= 2J_1 |E_0|^2 r_\omega \Im[r(2n\pi + \phi)] \\ &= \frac{2J_1 |E_0|^2 t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}} r_\omega}{(1 + r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2 - 4r_{\text{F}} r_{\text{E}} \cos^2(\phi/2)} \sin \phi \end{aligned} \quad (3.13)$$

と書ける。さらに  $\phi \ll 1$ 、 $r_\omega = -1^{*2}$  とおくと、

$$s_{\text{I}} = \frac{-2\sqrt{P_c P_\omega} t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}}}{(1 - r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2} \phi \quad (3.14)$$

$$= -2\sqrt{P_c P_\omega} \mathcal{F}^2 \left( \frac{t_{\text{F}}^2}{\pi^2 r_{\text{F}}} \right) \phi \quad (3.15)$$

$$= -4\sqrt{P_c P_\omega} \mathcal{F}^2 \frac{\Omega_0}{c} \left( \frac{t_{\text{F}}^2}{\pi^2 r_{\text{F}}} \right) \delta L \quad (3.16)$$

とかけ、共振点付近では  $\phi$  や  $\delta L$  に線形応答する事がわかる。ここで、

$$P_c \equiv |E_0|^2 \quad (3.17)$$

$$P_\omega \equiv |J_1 E_0|^2 \quad (3.18)$$

と定義したが、これはそれぞれキャリアとサイドバンドの強度である。

\*2 これはサイドバンドが反共振状態であること仮定している。実際共振器のエラーシグナルを取り出すときは、サイドバンドを反共振にすることが多いので妥当な仮定である。

線形領域

PDH 法は  $\phi \sim 0$  付近では線形な応答を示す。この領域の大きさは、

$$\frac{ds_1}{d\phi} = 0 \quad (3.19)$$

の点まで保持されると考えられる。式 (3.13) を用いると、

$$\cos \phi = \frac{2r_F r_E}{1 + (r_F r_E)^2} \quad (3.20)$$

を満たす  $\phi$  まで線形領域は続く。ここで  $\phi \sim 0$  として式 (3.20) を 2 次まで展開すると、

$$\phi = \frac{\pi}{\mathcal{F}} \sqrt{\frac{2r_F r_E}{1 + (r_F r_E)^2}} \quad (3.21)$$

となり、さらに  $r_F r_E \simeq 1$  とおくと、

$$\phi = \frac{\pi}{\mathcal{F}} \quad (3.22)$$

と計算できる。これを距離に換算すると、

$$\delta L = \frac{\lambda}{2\mathcal{F}} \quad (3.23)$$

と書ける。ここで  $\lambda = 2\pi c/\Omega_0$  でキャリアの周波数である。KAGRA の場合腕共振器では  $\mathcal{F} = 1500$ 、 $\lambda = 1064[\text{nm}]$  であるので  $\delta L = 0.3[\text{nm}]$  程度である。

### 3.3 Phasor Diagram

上記にあるような PDH 法などを直感的に理解できる Phasor Diagram について説明して行く。

#### 3.3.1 Phasor Diagram

Phasor Diagram は式 (3.2) のような変調された電場を複素平面を使って記述する方法である。例として次のような位相変調が加わった電場  $E$  を考えよう。

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{i\Omega_0 t} + iE_1 e^{i(\Omega_0 + \omega_m)t} + iE_1 e^{i(\Omega_0 - \omega_m)t} \\ &= \left[ E_0 + E_1 e^{i(\omega_m t + \pi/2)} + E_1 e^{-i(\omega_m t - \pi/2)} \right] e^{i\Omega_0 t} \end{aligned} \quad (3.24)$$

式 (3.24) の括弧内の電場を、複素平面内で矢印で表現したものが Phasor Diagram で式 (3.24) は図 3.3 の左図の様に表される。矢印の長さは振幅の大きさを表し、角度はキャリアからの偏角を表す。ピンクの矢印はキャリア光を表していて、青色の矢印はそれぞれ Upper サイドバンドと Lower サイドバンドを表す。<sup>\*3</sup>Upper サイドバンドの矢印は長さを変えずに角速度  $\omega_m$  で左回りに回転し、Lower サイドバ

<sup>\*3</sup> 実際は PM サイドバンドの振幅はキャリアの振幅よりも十分小さいので矢印の長さはもっと短い。

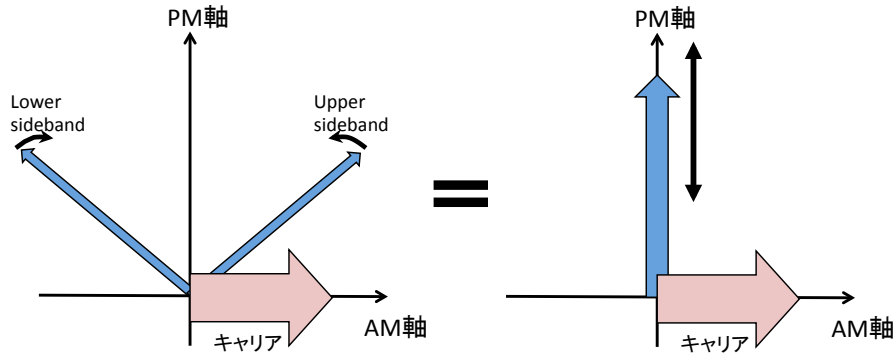


図 3.3 Phasor Diagram の例

ンドの矢印は角速度  $-\omega_m$  で右回りに回転する。<sup>\*4</sup>PM サイドバンドの場合、2つのサイドバンドの和は  $i \cos \omega_m t$  の様に書け式 (3.3) の2項目を表し、常に虚軸上を角振動数  $\omega_m$  で振動するので、虚軸を PM 軸と呼ぶ。逆に、AM 変調のときのサイドバンドの和は  $\cos \omega_m t$  の様に書け式 (3.5) の2項目を表し、常に実軸上を振動するので実軸を AM 軸と呼ぶ。また、Phasor Diagram において I-phase とは Upper と Lower サイドバンドが同じ方向を向いている時に信号をとることを意味し、Q-phase とはサイドバンドが互いに逆方向を向いている時に信号を取ることを意味する。

### 3.3.2 Phasor Diagram を用いた PDH 法の理解

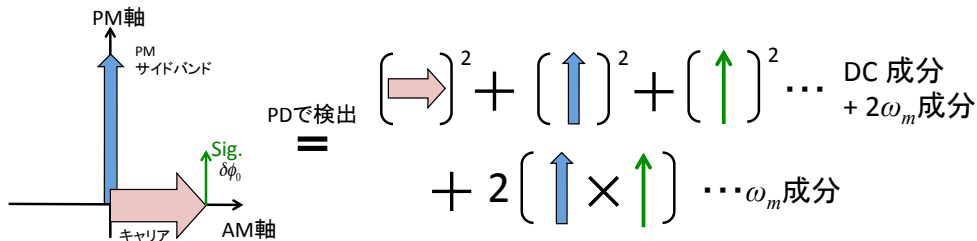


図 3.4 FP 共振器の Phasor Diagram

FP 共振器に変調周波数  $\omega_m$  で PM 変調されたレーザー光が入射するとしよう。この時キャリアは共振していて、PM サイドバンドは反共振していると仮定すると、共振器からの反射光  $E_r$  は、

$$E_r = [r_{\text{reso}} E_0 + i r_{\text{anti}} E_1 e^{i\omega_m t} + i r_{\text{anti}} E_1 e^{-i\omega_m t}] e^{i\Omega_0 t} \quad (3.25)$$

$$= [r_{\text{reso}} E_0 + 2i r_{\text{anti}} E_1 \cos \omega_m t] e^{i\Omega_0 t} \quad (3.26)$$

キャビティ長が少しずれて、キャリアとサイドバンドの位相がそれぞれ  $\delta\phi_0, \delta\phi_1 \sim 0$  変化したとしよう。

<sup>\*4</sup> 前節で変調位相については  $\varphi = 0$  としたが、これは Upper、Lower サイドバンドが回転し始める初期位置を指定する自由度である。 $\varphi = 0$  の時は、両サイドが PM 軸方向を向いている状態から回転を始め、 $\varphi = \pi/2$  の時は、両サイドが反対方向を向いている状態から回転を始める。

すると共振器からの反射光のキャリアはの振幅は、

$$\begin{aligned} r_{\text{FP}}(\delta\phi_0)E_0 &\simeq (r_{\text{FP}}(0) + r'_{\text{FP}}(0)\delta\phi_0)E_0 \\ &= \left( r_{\text{reso}} - i \frac{t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}}}{(1 - r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2} \delta\phi_0 \right) E_0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

と書ける。また、サイドバンドについては、

$$\begin{aligned} 2r_{\text{FP}}(\pi + \delta\phi_1)E_1 &\simeq 2(r_{\text{FP}}(\pi) + r'_{\text{FP}}(\pi)\delta\phi_1)E_1 \\ &= 2 \left( r_{\text{anti}} + i \frac{t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}}}{(1 + r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2} \delta\phi_1 \right) E_1 \end{aligned} \quad (3.28)$$

と書ける。 $r_{\text{F}} \simeq r_{\text{E}} \simeq 1$  で  $t_{\text{F}} \simeq 0$  なので、式 (3.27) の第2項目は大きな値を持つのに対して、式 (3.28) の第2項目は  $\sim 0$  である。以上を考慮すると、図 3.4 のようにキャリアにだけ、新たに PM 軸方向の  $\delta\phi$  に比例するシグナルサイドバンドがたつ。ここで、複素数の自乗について考えてみると、

$$\begin{aligned} |A + iB|^2 &= A^2 + B^2 \\ |A + iB + iC|^2 &= A^2 + B^2 + C^2 + 2BC \end{aligned}$$

となり、同じ方向を向いている  $B, C$  だけがクロスタームを生み出すことが分かる。Phasor Diagram に同じことが言えて、同じ方向を向いている電場の矢印のみがクロスタームを生み出す。PDH 法は変調周波数  $\omega_m$  で復調して信号を取り出すので、式 (3.26) を自乗して PD の強度を求めるときに、 $\omega_m$  成分が1次の項が PDH シグナルになるが、そのためには  $\omega_m$  の0次の項とクロスタームをとることになる。つまり、PM 軸を向いているシグナルサイドバンドは PM サイドバンドのクロスタームをとって PDH 信号となる。式 (3.26) の PM サイドバンドの振幅と式 (3.27) のシグナルサイドバンドの振幅を掛けあわせて、

$$\begin{aligned} s_{\text{I}} &= \frac{1}{2} \times (-2) \left( -2 \frac{r_{\text{F}} + r_{\text{E}}}{1 + r_{\text{F}} r_{\text{E}}} \sqrt{P_{\omega}} \right) \times \left( -\frac{t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}}}{(1 - r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2} \sqrt{P_c} \right) \delta\phi_0 \\ &= \frac{-2\sqrt{P_c P_{\omega}} t_{\text{F}}^2 r_{\text{E}}}{(1 - r_{\text{F}} r_{\text{E}})^2} \delta\phi_0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

となり式 (3.15) と等しくなる。ここで第一項の  $1/2$  は復調の際の  $\cos^2 \omega_m t = (1 + \cos 2\omega_m t)/2$  に起因している。また、一行目から二行目に移る際、 $r_{\text{E}} \sim 1$  の近似を行った。

## 3.4 KAGRA のエラーシグナルの取り出し

KAGRA では制御用の RF サイドバンドを2つ用いて、それぞれ変調周波数は 16MHz と 45MHz である。16MHz/45MHz の PM サイドバンドは、腕共振器で反共振で、PR-SRC/PRC で共振になるように設計されている。また、16MHz/45MHz のサイドバンドは BS と ITM から構成される Michelson 干渉計で mid fringe/dark fringe になるように BS-ITM 間のアシンメトリー ( $l_X - l_Y$ ) が調整されている。

### 3.4.1 CARM のエラーシグナル

CARM シグナルは 45MHz のサイドバンドとキャリアから PDH 法を用いて SYM ポートから取得できる。キャリア・サイドバンドは SYM ポートでは bright fringe になっているので、 $x, y$  アームの共振器

からの反射光の Phasor Diagram は FP 共振器からのものを2倍したものに等しく、原理も図 3.4 と同じである。

### 3.4.2 DARM のエラーシグナル

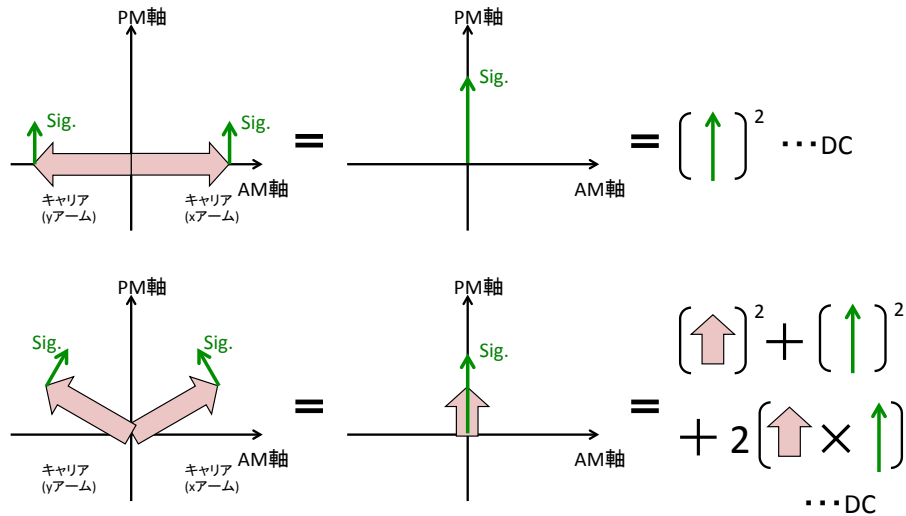


図 3.5 DARM シグナルの DC readout

DARM シグナルは重力波シグナルを含むもっとも重要なシグナルで、AS ポートから DC readout を用いて取得される。AS ポートには Output Mode Cleaner (OMC) が設置されていて、キャリアとキャリア付近の信号以外は除去されるようになっている。AS ポートには x アームと y アームの共振器からの反射光の差 (キャリアの位相が 180 度回転した反射光との和) が現れる。よって、Phasor Diagram は図 3.5 の上図の様に書ける。ここで x アームと y アームに乗っているからのシグナル差動で動くので、結果としてシグナルサイドバンドは同じ方向を向くのに注意したい。PD での出力は DARM シグナルの 2 乗が DC で現れるが、DARM シグナルはとても小さいので  $\sim 0$  となる。

そこで、x,y アーム共振器の腕に微小なオフセットを加え、AS ポートにキャリアを少し漏らし、dark fringe からずらす。そのときの Phasor Diagram は図 3.5 の下図である。FP 共振器からの反射光は式 (3.27) の  $\delta\phi$  を位相変動ではなく、キャビティ長にオフセットを加えたための静的な位相変化だと思えば、オフセットによって図 3.5 のようにキャリアが傾くのが理解できる。これによって、漏れたキャリアと DARM シグナルのビートがとれ、DARM シグナルの 1 次で信号が得られる。

### 3.4.3 MICH のエラーシグナル

MICH は BS と ITM 2 つで構成される Michelson 干渉計の差動シグナルで、SYM ポート (REFL、POP ポート) で 16MHz のサイドバンドとキャリアのビートを取り Q-phase で復調する事によって取得される。BS-ITM 間のアシンメトリーは  $l_X - l_Y = \Delta l + \delta l$  と書く事が出来て、 $\Delta l$  は静的でマクロなアシンメトリーで、 $\delta l$  は動的でマイクロな差動信号で MICH のエラーシグナルである。 $\Delta l$  は RF サイドバン

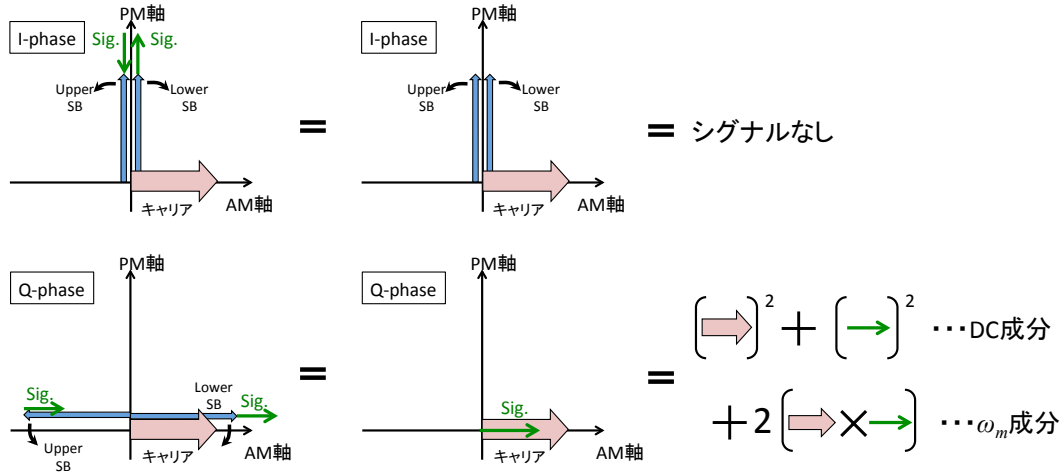


図 3.6 MICH シグナル

ドの dark fringe や、bright fringe を調節するために用いられる。

入射する電場を  $E_{in} = E_0 e^{i\Omega_0 t} (1 + iE_1 e^{i\omega_m t} + iE_1 e^{-i\omega_m t})$  とし、Michelson 干渉計の SYM ポートでの電場を考えよう。キャリアは SYM ポートで bright fringe になっているので  $r_{reso} E_0$  である。サイドバンドに対しては、2.1 で行った議論を  $E_0 e^{i\Omega_0 t} \rightarrow iE_1 e^{\pm i\omega_m t}$  として扱えばよい。すると、

$$ir_{anti} E_1 e^{i(\Omega_0 \pm \omega_m)t} \cos \left( (\Omega_0 \pm \omega_m) \frac{(\Delta l + \delta l)}{c} \right) \tag{3.30}$$

と書ける。 $(\Omega_0 \pm \omega_m)\delta l/c \simeq \Omega_0 \delta l/c \equiv \delta\phi$ 、 $(\Omega_0 \pm \omega_m)\Delta l/c = 2n\pi \pm \omega_m \Delta l/c \rightarrow \pm \omega_m \Delta l/c \equiv \pm\alpha^{*5}$  と書くと、式 (3.30) は、

$$ir_{anti} E_1 e^{i(\Omega_0 \pm \omega_m)t} (\cos \alpha \mp \delta\phi \sin \alpha) \tag{3.31}$$

と書ける。これは MICH 信号によって、Upper サイドバンドと Lower サイドバンドの長さが、 $E_1 \cos \alpha$  を中心に差動で伸縮する事を表している。SYM ポートでの電場を Phasor Diagram に書くと図 3.6 のようになる。I-phase では図 3.6 の上図のように、Upper と Lower のシグナルが打ち消し合ってシグナルが消失する。逆に Q-phase では、図 3.6 の下図のようにシグナルが足され合っ、AM 軸方向に現れる。これと、キャリアのビートにより変調周波数成分の MICH シグナルが取得できる。

### 3.4.4 PRCL のエラーシグナル

PRCL は PRC 長の変化のシグナルで、SYM ポートにおいて I-phase の 45MHz のサイドバンドとキャリアを用いて取得される。PRC は FP 共振器だと思う事が出来て、PDH 法と同じように信号を取り出す事が出来る。ただ、PRC ではキャリアだけでなく RF サイドバンドも共振しているので、図 3.4 の場合と異なり、サイドバンドにも信号がのる。Phasor Diagram は図 3.7 のようになる。図 3.7 からわか

\*5  $\alpha$  はアシンメトリー-の度合いを表す。 $\alpha = 2n\pi$  のときは SYM ポートは bright fringe で、 $\alpha = (2n + 1)\phi$  のときは SYM は dark fringe である。

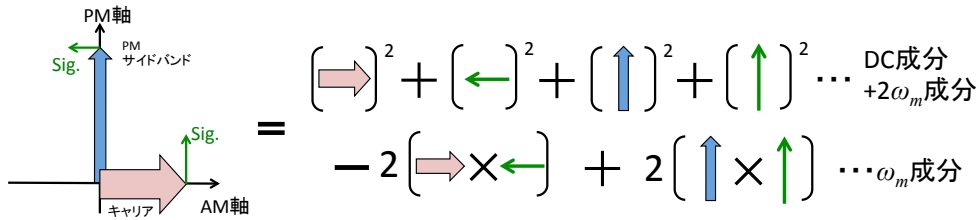


図 3.7 PRCL シグナル

るように、変調周波数成分のビートが2つ現れ、打ち消し合う。しかし、ITMの実効的な反射率がキャリアでは  $r_{reso}$ 、サイドバンドでは  $r_{anti}$  と違うので、PRCのフィネスが、サイドバンドとキャリアでは違う。よって、キャリアと、サイドバンドのゲインの差によってPRCLシグナルを取得できる。

### 3.4.5 SRCLのエラーシグナル

SRCLはSRC長の変化のシグナルで、SYMポートにおいてI-phaseの16MHzのサイドバンドとキャリアを用いて取得される。キャリアと45MHzのサイドバンドは、ASポートでdark fringeであるのでSRMの情報を持ってSYMポートに帰ってくるのは、16MHzサイドバンドのみであるからである。SRCは16MHzのサイドバンドのみが共振するので、信号はサイドバンドに乗る。Phasor Diagramは図3.7のキャリアに乗っているシグナルを抜いたものになり、キャリアとAM方向のシグナルサイドバンドのビートにより信号を取得できる。

## 3.5 制御法

### 3.5.1 フィードバック制御

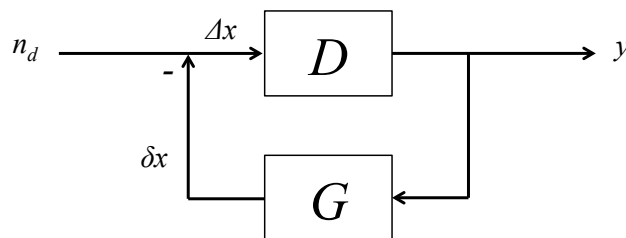


図 3.8 フィードバックループ

フィードバック制御とは、取得したエラーシグナルからサーボを介して制御信号を作り出し、アクチュエーターにフィードバックして線形制御する制御法のことである。図3.8はフィードバックループと呼ばれ、フィードバックの一連の流れを表している、 $y$ がエラーシグナルを表す。フィードバックする際に+で行う事をポジティブフィードバック、-で行う事をネガティブフィードバックという。鏡の位置が  $n_d$  ずれた時の事を考えよう。鏡のずれから干渉計の出力までの伝達関数を  $D$ 、干渉計の出力からサーボの出

力までの伝達関数を  $G$ 、アクチュエーターによってフィードバックされる量を  $\delta x$  としよう。すると以下の関係式が成り立つ。

$$(n_d - \delta x)D = y \tag{3.32}$$

$$\delta x = Gy \tag{3.33}$$

これらの関係式を連立させて解く事により、フィードバック後の鏡の変位とエラーシグナルを求める事ができ、

$$y = \frac{D}{1 + GD} \delta x \tag{3.34}$$

$$\Delta x \equiv n_d - \delta x = y/D = \frac{\delta x}{1 + GD} \tag{3.35}$$

となる。つまり、鏡の変位が  $(1 + GD)$  倍抑制された事がわかる。 $G, D$  を大きくしてやれば鏡の変位は任意に小さくできる。

### 3.5.2 KAGRA でのフィードバック制御

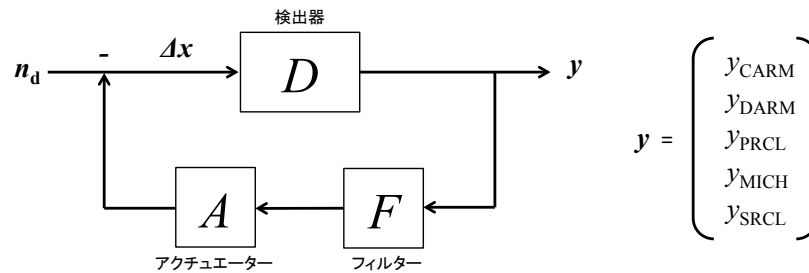


図 3.9 KAGRA のフィードバックループ

前節では最もシンプルなフィードバック制御の例を挙げたが、KAGRA では制御すべき自由度が多いので少し複雑になり、フィードバックループは図 3.9 の様になる。鏡は変位雑音で揺れるとして  $\Delta x \rightarrow n_d$  と置き換えて考えよう。KAGRA では自由度が 5 つあるので、それぞれの自由度での変位雑音やエラーシグナルをベクトル  $n_d, y$  で表現し、その次元は 5 である。この際、自由度の順番は図 3.9 の通りである。また、伝達関数は 5 次元の正方行列で表される。 $D$  と  $A$  はそれぞれ検出器とアクチュエーターの伝達関数であるが、特に  $D$  をセンシング行列と呼ぶ。 $F$  はエラーシグナルから高周波の成分を取り除くローパスフィルター行列であり、この行列で制御が働く周波数帯域を決定する。前節と同じ議論を行うために、 $G \equiv A \cdot F$  として再び行えばよく、

$$y = (I + D \cdot G)^{-1} \cdot D \cdot n_d \equiv B \cdot D \cdot n_d \tag{3.36}$$

$$\Delta x = G \cdot (I + D \cdot G)^{-1} \cdot G^{-1} \cdot n_d = G \cdot B \cdot G^{-1} \cdot n_d \tag{3.37}$$

となる。 $F$  と  $A$  は対角行列である。 $D$  は対角行列である事が理想であるが、実際には信号の分離が完全ではないため、エラーシグナルに他の自由度の情報が混入するので、非対角成分が表れる。KAGRA の



パラメータ (表 4.1) を用いて、100Hz の規格化されたセンシング行列  $D$  をシミュレーションで計算したものが表 3.5.2 である。

	CARM	DARM	PRCL	MICH	SRCL	規格化定数
REFL (16MHz, I-phase)	1.0	$2.0 \times 10^{-2} - 1.1 \times 10^{-2}i$	$-1.9 \times 10^{-3} - 9.8 \times 10^{-3}i$	$1.2 \times 10^{-5} - 4.4 \times 10^{-5}i$	$5.3 \times 10^{-7} + 8.3 \times 10^{-7}i$	$4.3 \times 10^6 - 5.4 \times 10^8i$
AS (DC)	$-2.1 \times 10^{-6} - 4.8 \times 10^{-5}i$	1.0	$1.3 \times 10^{-5} + 2.4 \times 10^{-8}i$	$1.0 \times 10^{-3} - 1.7 \times 10^{-4}i$	$-3.2 \times 10^{-5} + 2.4 \times 10^{-5}i$	$2.4 \times 10^9 - 9.5 \times 10^8i$
POP (45MHz, I-phase)	$2.0 \times 10^{-2} - 2.2i$	$2.3 \times 10^{-2} - 4.6 \times 10^{-2}i$	1.0	$-5.2 \times 10^{-3} - 8.8 \times 10^{-6}i$	$1.0 \times 10^{-6} + 1.3 \times 10^{-6}i$	$3.1 \times 10^6 - 2.6 \times 10^4i$
POP (16MHz, Q-phase)	$3.5 \times 10^{-2} - 3.6i$	$-1.8 \times 10^{-1} + 1.7 \times 10^{-1}i$	$1.0 - 2.1 \times 10^{-3}i$	1.0	$4.8 \times 10^{-1} - 4.1 \times 10^{-3}i$	$5.8 \times 10^4 - 1.8 \times 10^2i$
POP (16MHz, I-phase)	$1.2 \times 10^{-1} - 16i$	$-1.6 \times 10^{-1} - 3.4 \times 10^{-1}i$	$2.0 + 3.0 \times 10^{-2}i$	$5.1 \times 10^{-2} - 4.5 \times 10^{-4}i$	1.0	$1.8 \times 10^5 - 48i$

表 3.1 100Hz での規格化された KAGRA のセンシング行列

例えば、DARM シグナルは、

$$y_{\text{DARM}} = D_{22}\Delta x_{\text{DARM}} + D_{21}\Delta x_{\text{CARM}} + D_{23}\Delta x_{\text{PRCL}} + D_{24}\Delta x_{\text{MICH}} + D_{25}\Delta x_{\text{SRCL}} \quad (3.38)$$

と書け、式 (3.38) の二項目以降から DARM の信号に他の自由度が混入している事がわかる。

### 3.5.3 ループ雑音

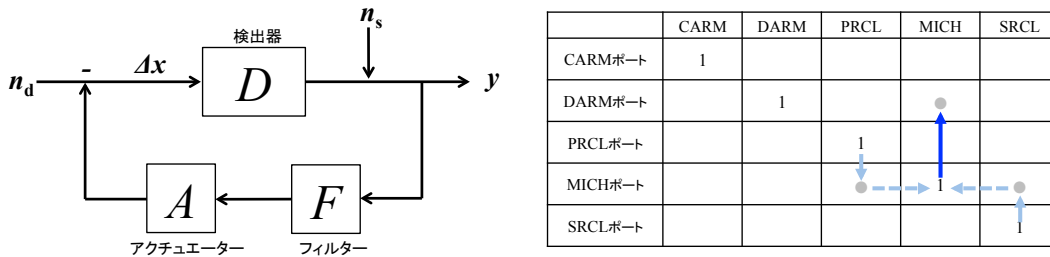


図 3.10 ループ雑音

上記のフィードバック制御の議論では変位雑音のみが生じる事を仮定していたが、実際は図 3.10 の左図のようにセンシング雑音  $n_s$  もフィードバックループに現れる。センシング雑音を加味した時のエラーシグナルと制御変位は、

$$y = (I + D \cdot G)^{-1} \cdot (D \cdot n_d + n_s) \quad (3.39)$$

$$\Delta x = G \cdot (I + D \cdot G)^{-1} \cdot G^{-1} \cdot (n_d - G \cdot n_s) \quad (3.40)$$

と書ける。式 (3.40) で  $n_d = 0$  とすると、

$$\Delta x = -G \cdot (I + D \cdot G)^{-1} \cdot n_s \quad (3.41)$$

となる。これは変位雑音が無いのにも関わらず、センシング雑音をもとに鏡が制御され、制御点からずれる事を示している。この効果はセンシング行列の非対角性を経由して、DARM シグナルにループ雑音として現れる。

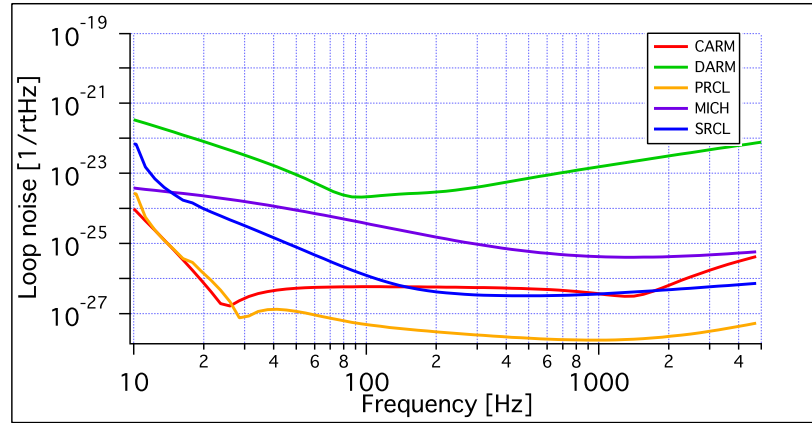


図 3.11 KAGRA の散射雑音によるループ雑音

ループ雑音を理解するために図 3.10 の右図の様なセンシング行列を仮定しよう。このセンシング行列はほぼ対角行列で、非対角成分は灰色の丸で表されているものしか無いと考えよう。初期状態として、変位雑音はなく、すべてのミラーは制御点にロックされているとする。また、センシング雑音として散射雑音を仮定する。すると、以下のような過程を経て1次のループ雑音が DARM シグナルに表れる。

1. MICH ポートに散射雑音が入る。
2. 散射雑音により MICH が制御され制御点からずれる。
3. 制御点からずれたので、MICH の変位雑音として DARM ポートに表れる。(図 3.10 の右図の青矢印)

2次のループ雑音は以下のような過程を経て表れる。

1. PRCL/SRCL ポートに散射雑音が入る。
2. 散射雑音により PRCL/SRCL が制御され制御点からずれる。
3. 制御点からずれたので、PRCL/SRCL の変位雑音として MICH ポートに表れる。(図 3.10 の右図の水色矢印)
4. MICH ポートに表れたエラーシグナルをもとに MICH が制御され(図 3.10 の右図の水色破線)、制御点からずれる。
5. 制御点からずれたので、MICH の変位雑音として DARM ポートに表れる。(図 3.10 の右図の青矢印)

実際には表 3.5.2 の様に非対角項が多く存在するので、各自由度のセンシング雑音が様々な経路を通じて DARM ポートにループ雑音として現れる。散射雑音の DARM ポートへのループ雑音は図 3.11 の様になる。

## 第4章

# Detune による問題の解決

この章では、KAGRA において SRC を detune することにより生じる余剰雑音の低減法を提示する。まず、余剰雑音が生じる原理を紹介し、余剰雑音がいかに検出器の感度に影響をあたえるかをシミュレーションで示す。第二節では、AM 変調を用いた余剰雑音の低減法を提案し、その原理を説明する。第三節では、提案した方法により雑音が小さくなることをシミュレーションを用いて示す。

### 4.1 SRC の Detune によって生じる問題

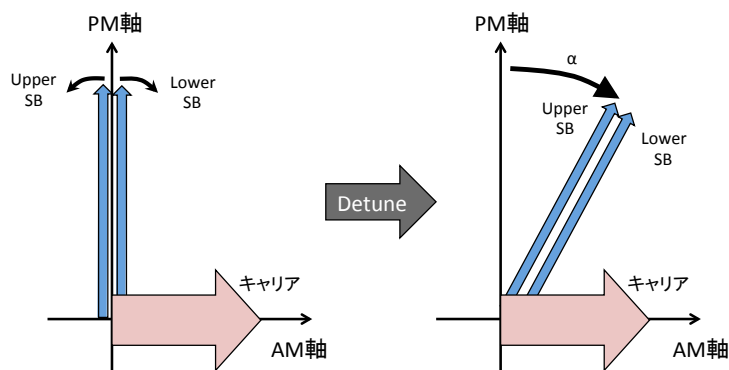


図 4.1 Detune による PM サイドバンドの傾き

前章で述べたように、SRCL の制御信号は 16MHz の RF サイドバンドにのったシグナルサイドバンドとキャリアのビートを取ることで獲得できる。前章では簡単な説明のために純粋な 16MHz の PM サイドバンドを用いているが、実際には SRC を共振から少しずらしたために PM サイドバンドは PM 軸から少しずれて AM 軸方向に傾く図 4.1<sup>\*1</sup>。この傾きによって、BRSE では問題にならなかった余剰雑音が DRSE では現れる。余剰雑音のなかで、SRC の detune によって最も深刻に悪化するものは Photo-Detector Noise (PDN) と Oscillator-Phase Noise (OPN) である。以下でその 2 つについて説明する。

\*1 本来 45MHz のサイドバンドもあるが、今は 16MHz のサイドバンドにも注目するため省略した。

### 4.1.1 PDN のカップリングの増加

PD には有限のダイナミックレンジがある。よって、強いオフセット光が PD に入射すると、PD の出力電圧が飽和状態になるのを回避するために Diode の変換効率を小さくして測定する必要がある。これは言い換えると、PD の分解能の低下につながり、それが検出器の雑音として現れる。PDN のカップリングの増加は 16MHz を用いて信号を取得している MICH シグナルと SRCL シグナルに現れるが、それらはセンシング行列の非対角項を経由し、ループ雑音として DARM シグナルの雑音として現れる。PDN は以下の式に従う。[8]

$$\text{PDN} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] = \frac{\text{offset} [\text{W}]}{\text{optical gain} [\text{W}/\text{m}]} \times \frac{1\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}}{100\text{mV}} \quad (4.1)$$

ここで、 $\frac{1\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}}{100\text{mV}}$  は典型的な分解能の値である。式 (4.1) を見れば分かるように、オフセットが大きいと PDN が増加することが分かる。

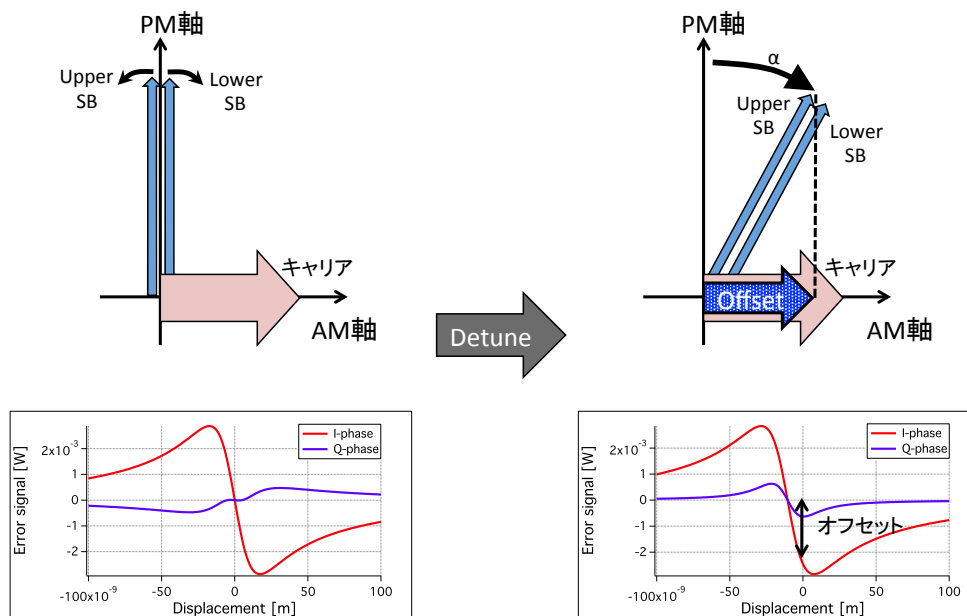


図 4.2 PM サイドバンドの傾きによるオフセットの出現

16MHz のサイドバンドは図 4.1 の上図のように傾くので、PM 方向と AM 軸方向への射影で表現することができる。シグナルサイドバンドが無い場合、本来であれば PM サイドバンドはビートを取る相手がないので出力は 0 のはずであるが、AM 方向に射影されたサイドバンドがあるせいで、キャリアとビートを取り出力が現れる。これがオフセット\*2である。オフセットは 16MHz のサイドバンドを用いて信号を獲得しているすべてのシグナルに現れる。KAGRA では SRCL と MICH の信号の抽出に 16MHz を用

\*2 本来オフセットは DC の光強度を表すが、ここでは 16MHz で点滅する光である。この光は 16MHz で復調されたら、DC 電圧となり出力される。

いているので、この 2 つのシグナルにオフセットが現れる。実際にシグナルにオフセットがのっていることが、図 4.2 の下図のエラーシグナルで確認できる。両図共に SRCL のエラーシグナルであるが、左図は BRSE、右図は DRSE のものである。横軸の 0 が制御位置を表しているが、BRSE では制御位置で信号が 0 に対し、DRSE では約 2.5mW のオフセット信号が出ていることが分かる。

### 4.1.2 OPN のカップリングの増加

角周波数  $\omega$  の RF サイドバンドは、Electro-optic modulator (EOM) に角周波数  $\omega$  のサイン波電圧をかけ、屈折率を変化させる事によって生成される。サイン波は発信器 (oscillator) を用いて生成されるが、オシレーター自身に位相や振幅のゆらぎが存在する。そのゆらぎが EOM を通して位相変調をかけられた電場にカップルしたものが Oscillator Noise である。Oscillator Noise の内、オシレーターの位相ゆらぎに起因するものを Oscillator-Phase Noise (OPN) と呼び、振幅ゆらぎに起因するものを Oscillator-Amplitude Noise (OAN) と呼ぶ。

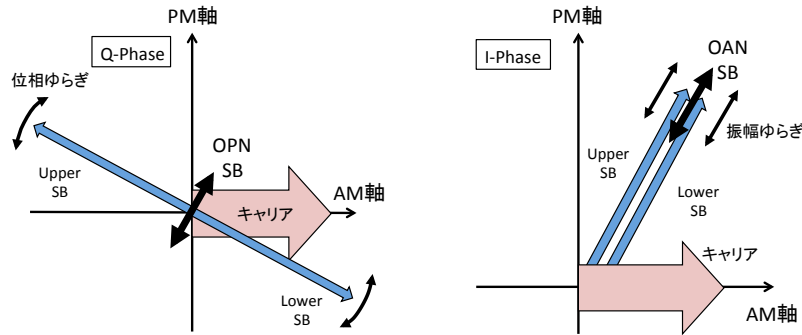


図 4.3 左図：OPN の発生原理、右図：OAN の発生原理

OPN と OAN は両方とも、Phasor Diagram 上では図 4.3 のように PM サイドバンドの長さ方向のゆらぎとして表される。そのため PM サイドバンドが傾くと、OPN と OAN のサイドバンドが AM 軸方向の成分を持ちキャリアとカップルしてシグナルに雑音として現れる。PDN 同様、OPN と OAN は 16MHz のサイドバンドを用いている制御信号に現れるので、MICH シグナルと SRCL シグナルで出現し、最終的にそれらの雑音はループ雑音として DARM シグナルに現れる。

OPN と OAN はの大きさは両方共オシレーターの精度に依存する雑音である。一般にオシレーターの振幅については十分良い精度が得られるので、実際に問題になってくるのは OPN だけである。よって、以下の議論では OPN のみを取扱う。

### 4.1.3 Upper サイドバンドと Lower サイドバンド間のアンバランス

今まで Upper サイドバンドと Lower サイドバンドはバランスがとれている (同じ長さである) と思ってきたが、実際は detune とビームスプリッターの反射率の不完全性によって、サイドバンド間のアンバランスが生じる。図 4.4 はサイドバンド間にアンバランスが生じる過程を表したものである。左が SRC が detune されていない時のゲインの図である。ビームスプリッターに不完全性があると FSR が短くな

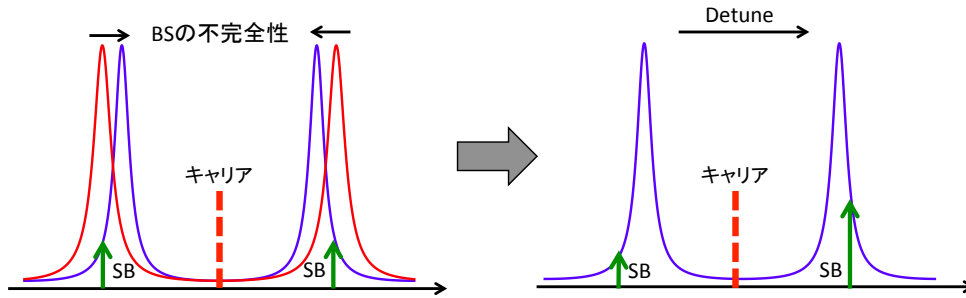


図 4.4 サイドバンド間のアンバランスの発生原理

りゲインが赤線から青線に変わる。この段階ではまだ、サイドバンドはバランスしているが、detune によってゲインのシフトが起こり右図のようになる。これによって、片方のサイドバンドが共振に近づくのに対し、もう一方は遠ざかるのでサイドバンドの振幅にアンバランスが生じる。KAGRA の場合、長いサイドバンドの方が短いものより 130% 長い。

#### 4.1.4 KAGRA における PDN と OPN

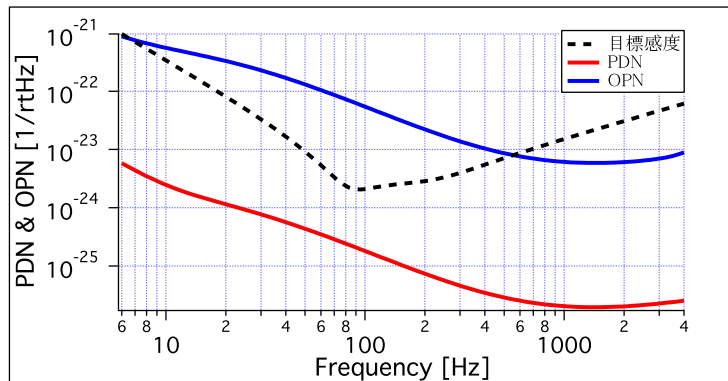


図 4.5 PDN と OPN の比較

上で紹介した PDN と OPN がどれほど KAGRA の感度に影響をあたえるかシミュレーションした結果が図 4.5 である。シミュレーションは MATLAB 上で走る干渉計シミュレーションコード *Optickle*[9] を用い、パラメータは KAGRA のものを用いた (表 4.1)。OPN の計算に用いるオシレーターの位相ゆらぎの大きさとしては、典型的な値である  $-120\text{dBc}/\sqrt{\text{Hz}}$  を用いた。黒破線は KAGRA の目標感度を表し、赤線は PDN、青線は OPN を表す。OPN は 100Hz 付近で  $5.4 \times 10^{-23} [1/\sqrt{\text{Hz}}]$  と目標感度よりも 10 倍以上大きい。対して PDN は 100Hz 付近で  $1.8 \times 10^{-25} [1/\sqrt{\text{Hz}}]$  と目標感度より 10 倍ほど小さい。PDN は十分小さいようにみえるが、KAGRA ではこれらの余剰雑音を、目標感度より 100 倍小さくすることを志しているため、PDN もより小さくする必要がある。

## 4.2 AM サイドバンドの導入による問題の解決

前節で示したとおり、余剰雑音は PM サイドバンドが AM 軸方向へ傾いていることに起因している。それ故、PM サイドバンドを PM 軸に平行になるように戻してやれば、余剰雑音が低減できるとかんがえられる。そのような状況は、AM 変調器を PM 変調器の隣に設置し、AM 変調を同時に加える事で実現できる。そのことを以下で示す。

まず、BRSE からの反射光を REFL ポートや POP ポートでみると電場  $E^B$  は、

$$E^B = E_0^B e^{i\Omega t} + iE_1^B e^{i(\Omega+\omega)t} + iE_1^B e^{i(\Omega-\omega)t} \quad (4.2)$$

と書ける。ここで  $E_0, E_1$  は干渉計から反射してきたキャリアと PM サイドバンドの振幅を表す。DRSE ではサイドバンドが傾き、アンバランスが生じるので、

$$E^D = E_0^D e^{i\Omega t} + \left( iE_{+1}^D e^{i(\Omega+\omega)t} + iE_{-1}^D e^{i(\Omega-\omega)t} \right) e^{i\alpha} \quad (4.3)$$

ここで、 $E_{+1,-1}$  はそれぞれ DRSE からの反射光の PM サイドバンドの Upper、Lower サイドバンドの振幅を表し、 $\alpha$  は PM サイドバンドの PM 軸からの傾きを表す。

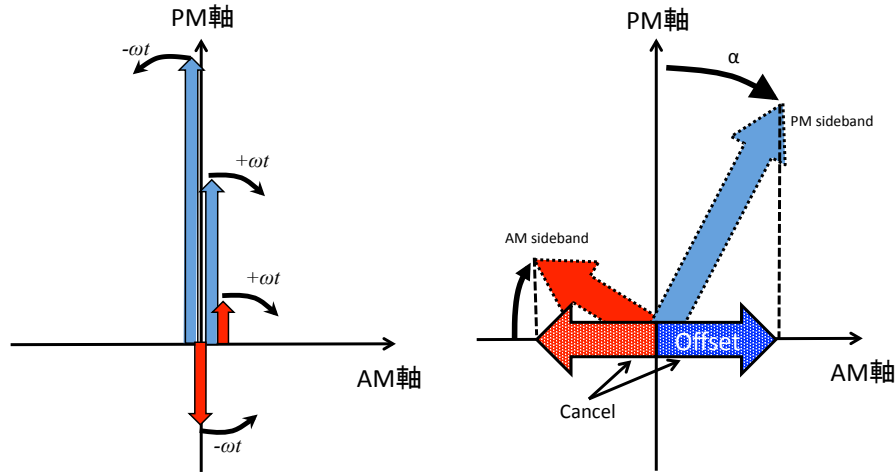


図 4.6 左図：AM サイドバンドによるアンバランスの解消、右図：AM サイドバンドによる PM サイドバンドの傾きの解消

### 4.2.1 サイドバンド間のアンバランスの解消

サイドバンドのバランス化と PM サイドバンドの直立を同時に議論すると複雑になるので、まず  $\alpha = 0$  としてサイドバンドのアンバランスにのみ注目しよう。図 4.6 の左図のように PM サイドバンドの変調位相に対して 90 度変調位相をずらした AM サイドバンドを加えてやれば PM サイドバンドのバランス化ができる。AM と PM の Upper サイドバンド ( $\omega$ ) 同士、Lower サイドバンド ( $-\omega$ ) 同士をそれぞれ合

体させると、長いサイドバンドは引き算され、短いサイドバンドは足し算されるので適当に AM サイドバンドの振幅を調節してやればバランスが取れることが理解できる。

新しく加えた AM サイドバンドの振幅を  $E_{\pm 1}^{\text{AM}}$  として、式 (4.3) を書き直すと、

$$\begin{aligned} E &= E_0^{\text{D}} e^{i\Omega t} + iE_{+1}^{\text{D}} e^{i(\Omega+\omega)t} + iE_{-1}^{\text{D}} e^{i(\Omega-\omega)t} \\ &\quad + E_{+1}^{\text{AM}} e^{i((\Omega+\omega)t+\pi/2)} + E_{-1}^{\text{AM}} e^{i((\Omega-\omega)t-\pi/2)} \\ &= E_0^{\text{D}} e^{i\Omega t} + i(E_{+1}^{\text{D}} + E_{+1}^{\text{AM}}) e^{i(\Omega+\omega)t} + i(E_{-1}^{\text{D}} - E_{-1}^{\text{AM}}) e^{i(\Omega-\omega)t} \end{aligned} \quad (4.4)$$

と書くことができる。ここで、AM サイドバンドにも PM サイドバンドと同じ機構でサイドバンド間のアンバランスが生じることを考慮すると以下の関係が成り立つ。

$$\frac{E_{+1}^{\text{AM}}}{E_{-1}^{\text{AM}}} = \frac{E_{+1}^{\text{D}}}{E_{-1}^{\text{D}}} (\equiv a) \quad (4.5)$$

式 (4.5) を用いて、 $E_{\pm 1}^{\text{AM}} = (a-1)/(a+1)E_{\pm 1}^{\text{D}}$  と選べば、式 (4.4) はバランスした PM サイドバンドになる。

#### 4.2.2 PM サイドバンドの傾きの解消

次に  $E_{+1}^{\text{D}} = E_{-1}^{\text{D}} \equiv E_1^{\text{D}}$  と仮定し、サイドバンドの傾きにのみ注目してみよう。この場合図 4.6 の右図のように、PM サイドバンドの変調位相と同じ変調位相で AM サイドバンドを加えてやれば、PM サイドバンドの傾きを直す事ができる。PM サイドバンドが傾くのと同じ機構で AM サイドバンドも傾く。PM サイドバンドの AM 軸への射影と、AM サイドバンドの AM 軸への射影が逆方向で同じ振幅なら打ち消し合い、PM 軸方向に直立したサイドバンドが得られることが理解できる。

新しく加えた AM サイドバンドの振幅を  $E_1^{\text{AM}}$  として、式 (4.3) を書き直すと、

$$\begin{aligned} E &= E_0^{\text{D}} e^{i\Omega t} + (iE_1^{\text{D}} + E_1^{\text{AM}}) e^{i\alpha} e^{i(\Omega+\omega)t} + (iE_1^{\text{D}} - E_1^{\text{AM}}) e^{i\alpha} e^{i(\Omega-\omega)t} \\ &= E_0^{\text{D}} e^{i\Omega t} + E^{\text{T}} e^{i(\alpha+\beta)} e^{i(\Omega+\omega)t} + E^{\text{T}} e^{i(\alpha+\beta)} e^{i(\Omega-\omega)t} \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。ここで、

$$\beta = \arctan [E_1^{\text{D}}/E_1^{\text{AM}}], \quad E^{\text{T}} = \sqrt{(E_1^{\text{D}})^2 + (E_1^{\text{AM}})^2} \quad (4.7)$$

と定義した。 $E_1^{\text{AM}}$  を  $\alpha + \beta = \pi/2$  を満たすように定義すると、式 (4.6) は、

$$E = E_0^{\text{D}} e^{i\Omega t} + iE^{\text{T}} e^{i(\Omega+\omega)t} + iE^{\text{T}} e^{i(\Omega-\omega)t} \quad (4.8)$$

となり、PM サイドバンドの傾きが解消されていることが分かる。

実際には PM サイドバンドの傾きと、アンバランスは同時に起こっているなので状況は少し違うが基本的には上記の2つの考え方を組み合わせることによって解決できるはずである。Phasor Diagram で組み合わせたものを書くと、とても複雑になるので計算だけ Appendix に載せる。



### 4.3 シミュレーション結果

シミュレーションで求めるべきことは2つあり、(i)PDN、OPN を最小にする最適な AM サイドバンドの変調指数と変調位相、(ii)AM サイドバンドの追加による PDN、OPN の低減である。シミュレーションに用いたパラメータは表 4.1 の通りである。

Item	Value
arm cavity finesse	1550
power/signal-recycling cavity length	66.591 m
signal-recycling cavity detune phase	3.5522 rad
input carrier power	82 W
PM modulation frequencies	16.880962 MHz, 45.015898 MHz
PM modulation depth	0.1
optical loss of test mass	45 ppm
reflectivity of beamsplitter	50.5 %
transmittance of beamsplitter	49.5 %
transmittance of end test mass	10 ppm
power/signal-recycling mirror reflectivity	90/85 %
resolution of photo detector	$\frac{1\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}}{100\text{mV}}$
oscillator single-sideband phase noise	-120 dBc
Degree of freedom	Extraction port
CARM	45 MHz, In-phase, REFL
DARM	DC, AS
PRCL	45 MHz, In-phase, POP
MICH	16 MHz, Quadrature-phase, POP
SRCL	16 MHz, In-phase, POP

表 4.1 KAGRA のパラメータと信号抽出ポート

最適な AM サイドバンドの変調指数・変調位相を知るために、x 軸を PM サイドバンドに対する相対変調位相、y 軸を PM サイドバンドに対する相対振幅<sup>\*3</sup>、z 軸を Log[PDN] または Log[OPN] として等高線プロットしたものが図 4.7 である。左図が PDN に関する等高線図で、右図は OPN に対するものである。図から最適な相対振幅と相対変調位相を読み取ると、

PDN : 相対振幅 →0.65、 相対変調位相 →170 度  
 OPN : 相対振幅 →0.65、 相対変調位相 →155 度

<sup>\*3</sup> PM/AM 変調の変調指数を  $m_{\text{PM}/\text{AM}}$  とするとサイドバンドの振幅の比は  $J_1(m_{\text{PM}})/m_{\text{AM}}$  であるが、 $m \gg 1$  だと思いと  $J_1(m_{\text{PM}})/m_{\text{AM}} \simeq m_{\text{PM}}/m_{\text{AM}}$  となるので、相対振幅は相対変調指数に等しい。

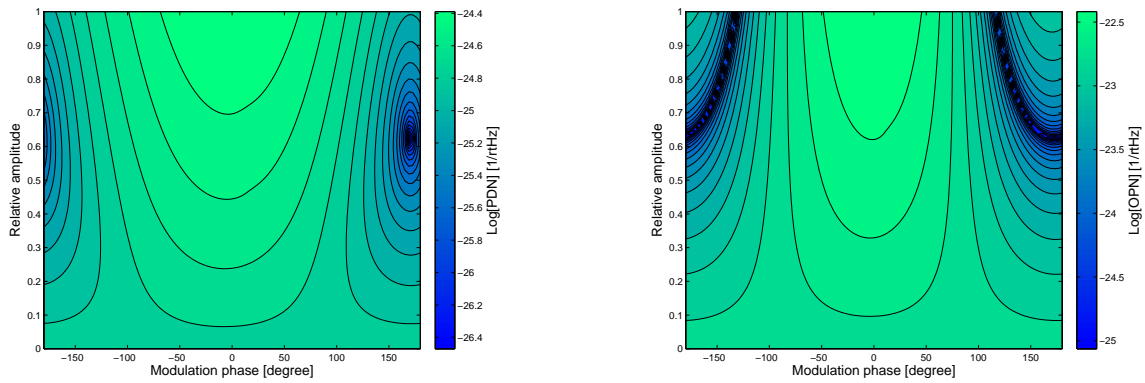


図 4.7 左図：PDN の等高線図、右図：OPN の等高線図

となり、それぞれを最適にする変調位相が違う事がわかった。

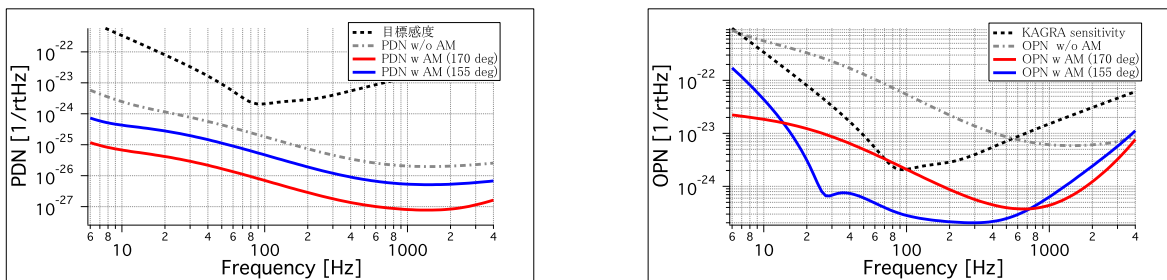


図 4.8 左図：AM サイドバンドによる PDN の低減、右図：AM サイドバンドによる OPN の低減

そこで、PDN の最適条件と OPN の最適条件それぞれを使ったときの PDN と OPN を計算し、総合的にどちらが得をするかを計算した。結果は図 4.8 で、左図が PDN で右図が OPN である。それぞれで、赤線が変調位相 170 度で求めたもので、青線は変調位相 155 度で求めたものである。OPN のノイズレベルの方が、PDN のノイズレベルより大きいので、OPN で最適化した方が全体的に得をする事がわかり、OPN は 192 倍小さくなる。

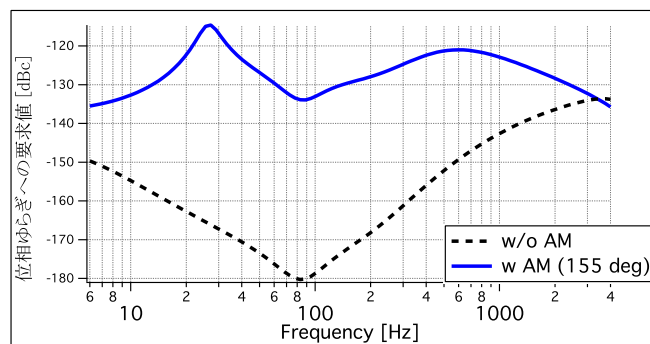


図 4.9 オシレーターの位相揺らぎに対する要求値の改善

OPN について位相揺らぎを一般的な値である  $-120\text{dBc}/\sqrt{\text{Hz}}$  を仮定したが、逆に解いて KAGRA

の目標感度に対する OPN の要求値（目標感度の 100 分の 1）から、位相揺らぎに対する要求値を求める事も出来る。結果は図 4.9 の様になる。変調位相 155 度を用いると位相揺らぎに対する要求値が -180dBc → -135dBc となり、実現可能な値になる。

結果をまとめると表 4.2 の様になる。

	Optimize to PDN	Optimize to OPN
Relative amplitude	65%	65%
Modulation phase	170 deg	155 deg
PDN at POP (100Hz)	$1.8 \times 10^{-25} \rightarrow 7.0 \times 10^{-27} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$	$1.8 \times 10^{-25} \rightarrow 4.7 \times 10^{-26} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$
OPN (100Hz)	$5.4 \times 10^{-23} \rightarrow 2.1 \times 10^{-24} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$	$5.4 \times 10^{-23} \rightarrow 2.8 \times 10^{-25} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$
Requirement (100Hz)	-180dBc → -155dBc	-180dBc → -135dBc
Imbalance SBs	28% → 1.2%	28% → 65%

表 4.2 シミュレーション結果のまとめ

## 4.4 結論

OPN と PDN で最適化の条件が違い、それぞれで最適化した場合両方で OPN と PDN が下がることがわかった。しかし、OPN と PDN の合計感度を計算すると OPN で最適化するほうが得であり、KAGRA の要求値を満たす事がわかる。これは、OPN の方が支配的であるからである。

Appendix を見るに、OPN と PDN は本来同時に最小化されるはずであったが、最適化条件に違いが生じた。これは OPN は 1 次近似で議論していたからだと考えられる。2 次の効果まで考慮すると 2 つは同時に最小化されず、最適化条件がずれ、今回のような結果になったのだと思われる。PDN を OPN を同時に最小化は出来なかったものの、OPN と PDN の合計は十分小さくなるので、AM サイドバンドの導入は有効だと結論づける事ができる。

## 第 5 章

# KAGRA におけるビームシャッターの開発

この章ではビームシャッターの開発についてまとめる。まず、ビームシャッターの必要性について述べる。つぎに、KAGRA の達成感度から算出されるビームシャッターへの要求値を挙げ、最後に、開発したビームシャッターの構造や駆動原理、シミュレーション結果、実験結果をまとめる。

### 5.1 ビームシャッターの必要性

次世代型重力波検出器では量子雑音の一つである散射雑音を軽減するために高出力のレーザーを用いている。それ故、腕共振器の中に蓄積されるパワーはとても大きなものになる。KAGRA の例でいえば、用いられているレーザーのパワーは 82W で、制御された腕共振器内に蓄積されるパワーは約 400kW になる。検出器のすべての自由度がロック下にある際は、すべてのシグナルポートの PD に入射するレーザーパワーは規定値 100mW の半分の 50mW 以下になるように制御、調整されている。しかし、突発的な地面振動などで鏡の制御範囲を超えた力が加わると、共振器のロックが外れて（アンロック）蓄積されていたパワーが一斉にシグナルポートに入射することがある。そこで、高エネルギーのビームが PD に入射した瞬間に PD を守るためのセーフティーシャッターが必要である。シャッターの満たすべき要件は、ビームラインから一定の距離（シャッターの存在が干渉計の雑音にならない距離）離れた状態からスタートして、PD がレーザービームによって故障する前までにビームラインを遮断できることである。

### 5.2 ビームシャッターに対する要求値

ビームシャッターに対する要求値は大まかに 2 つある。1 つ目は遮蔽信号が入力してからシャッターを閉じ終わるまでの遮蔽時間で、2 つ目はシャッターとビームラインの間隔である。当然、遮蔽時間に対する要求値が同じであれば、シャッター・ビームライン間距離を大きくすればするほど、より高速のシャッターが必要とされる。

#### 5.2.1 遮蔽時間に対する要求値

遮蔽時間の要求値を議論をする際には、3 つあるシグナルポートの中でシリアスなポート（アンロック時にビームパワーの上昇が著しいポート）についてのみ考慮すれば十分である。まず、定性的な議論をし

てみよう。先にも述べたように、KAGRA には主に3つのシグナルポートがあり、それぞれ AS ポート、REFL ポート、POP ポートである。

### 1. AS ポート

DARM 信号 (重力波信号) をとるメインのポートでキャリア光が直接入射している。

### 2. REFL ポート

干渉計からの反射信号で、ロック時にも 50mW 以上の高エネルギーのビームが入射しているので AS ポートに比べてビームパワーの増加量は少ないと考えられる。

### 3. POP ポート

PRC からピックアップしたものをアッテネータで 50mW に調節してある。PRC からの光は干渉計がロック下にあるときに最大になるので、アンロック時の入射パワーは小さくなる。

以上の構成から、一番深刻な AS ポートに対してのみ遮蔽時間の議論をすればよい事がわかる。

遮蔽時間を決定する際に必要な情報は、

- どのくらいのエネルギーが PD に入射したら壊れるか？
- アンロックしてから、どれくらいの時間で、何ワットのパワーが入射するか？

である。前者については PD の破壊測定 [10]、後者については干渉計のタイムドメインシミュレーション [11] を行わなければならないが、両者とも LIGO で先攻研究がなされており、KAGRA で使用予定の PD と同じものを用いているので、その結果を用いる事にする。

PD の破壊実験は、パルスビームを冷却時間 1 秒を挟みながら 100 回入射し、PD の雑音を測定する実験で、100 サイクル後の雑音の上昇の有無で破壊の是非を決定している。この実験を様々なパワーと継続時間で行い破壊されるときに閾値を求めている。LIGO の内部資料の結果では、閾値は PD に蓄積されるエネルギーが約 100mJ になるあたりに存在するが、安全係数をいれてエネルギー約 30mJ になる前にレーザーを遮蔽する事が推奨されている。

干渉計のタイムドメインシミュレーションでは、干渉計の制御用アクチュエーターの制御できる力 (約  $200\mu\text{N}$ ) を超えた外力が鏡に働いたときにアンロックになると考え、分散が  $400\mu\text{N}$  になるような確率分布をもつランダムな外力を、ランダムに選んだ鏡に加えてモンテカルロシミュレーションをしている。ビームパワーが 1W に達すると、シャッターへ遮蔽信号が送られるように設定すると、ビームパワーが  $1\text{W}^{*1}$  に到達してから 100mJ に到達するまで最短で 2.12ms かかり、30mJ に到達するまで最短で 1.49ms かかるという結果を得た。安全係数を考慮して、ビームシャッターには遮蔽信号が入力されてから 1ms 以内にビームを遮蔽する能力が求められる。

## 5.2.2 シャッター・ビームライン間距離に対する要求値

レーザービームの断面は点ではなく、ある空間的な分布をもって広がっている。理想的には 2 次元ガウシアン分布を持ったガウスビームであり、ビーム径はガウス分布  $\exp(-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2})$  の  $\sigma$  で定義される。

\*1 干渉計が制御下にある場合は 50mW のビームが入射しており、1W はその 20 倍であるので制御が働いている状態でシャッターに遮蔽信号が送られる事はない。

ビームシャッターによる雑音は、空間的に広がったビームの端が、地面振動などで振動しているシャッター\*2で反射して、再び干渉計に入射し PD で検出される事によるものが考えられる。この雑音を干渉計シミュレーター Optickle で見積もり、要求値を決定する。

まず、KAGRA での地面振動については、実際に測定された結果があり、図 5.1 の青線である。この地

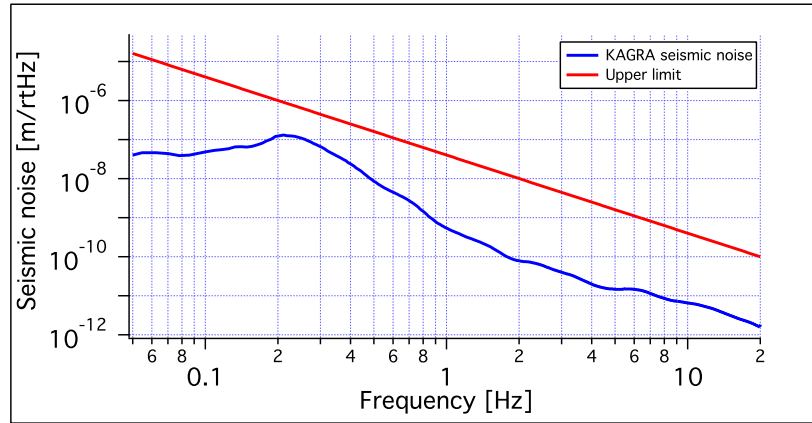


図 5.1 KAGRA の地面振動

面振動の図は 20Hz で途切れているが、0.2Hz 以降は周波数  $f$  の-2 乗に比例して下がって行くので地面振動による変位雑音  $\delta x$  は大きく見積もっても、

$$\delta x = 10^{-9} \times \left( \frac{1[\text{Hz}]}{f} \right)^2 \quad [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (5.1)$$

と書け、図 5.1 にトレースすると、赤線のようになる。

つぎに、ビームシャッターの変位から DARM シグナルへの伝達関数を計算する。伝達関数の計算には Optickle を用いるのだが、その際ビームシャッターを反射率の低い鏡だと考え計算を行った。擬似的な鏡の強度反射率  $R_{BS}$  はビームプロファイルを  $I(x, y)$  とすると以下のように書ける。

$$\begin{aligned} R_{BS} &= \frac{\text{シャッターによって反射する光の強度}}{\text{入射してくる光の全強度}} \\ &= \frac{\int_{x_{BS}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy} \\ &= \frac{\sigma \sqrt{\pi} \int_{x_{BS}}^{\infty} \exp(-\frac{x^2}{\sigma^2}) dx}{\sigma^2 \pi} \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで、 $x_{BS}$  はシャッター・ビームライン間距離である。ビームプロファイルがガウシアンだと仮定\*3すると 3 行目のように書く事が出来る。シャッター・ビームライン距離をビーム半径の  $\alpha$  倍で表現する

\*2 ビームシャッターは鏡の様に振り子で防振する予定はないので地面振動の影響を直接的に受ける。

\*3 AS ポートには、出力されるレーザー光のモードをガウスモード (TEM00 モード) に固定する OMC(Output Mode Cleaner) が設置されているので、この仮定は妥当である。

( $x_{BS} = \alpha\sigma$ ) 事にすれば、式 (5.2) は  $\alpha$  だけに依存する式に書け、

$$R_{BS} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} \exp(-X^2) dX \tag{5.3}$$

となる。ここで  $X = x/\sigma$  と置換した。 $\alpha$  を色々変えて伝達関数を計算したものが図 5.2 である。こ

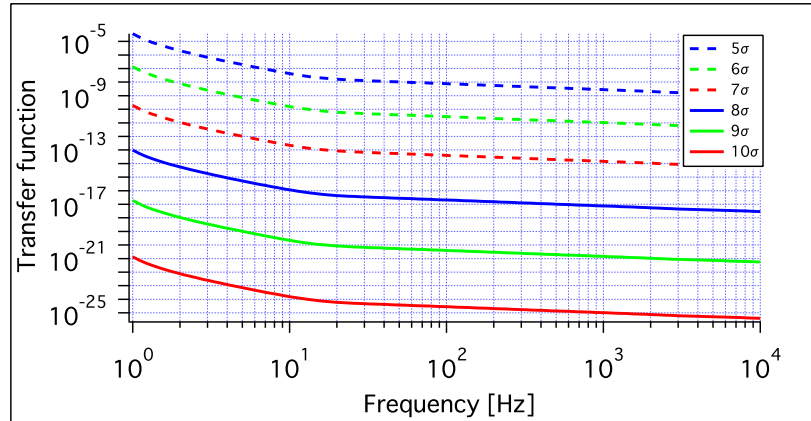


図 5.2 ビームシャッターの変位から DARM シグナルへの伝達関数

で得られた伝達関数を図 5.1 の地面振動と乗じる事でビームシャッターの変位雑音 [ $1/\sqrt{\text{Hz}}$ ] を計算できる。<sup>\*4</sup>計算した結果は図 5.3 である。ここでは、シャッター・ビームライン間距離を  $5\sigma, 6.6\sigma, 10\sigma$  離れた

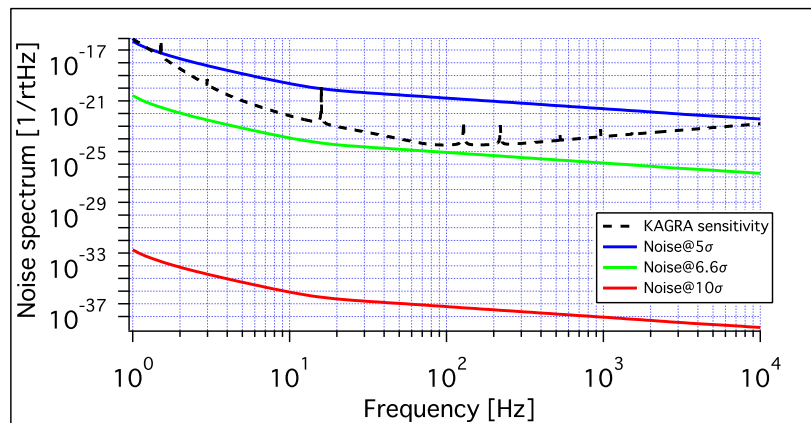


図 5.3 ビームシャッターによる雑音

ときのビームシャッター雑音と、KAGRA の目標感度をプロットした。シャッター・ビームライン間距離はビームシャッター雑音が KAGRA の目標感度を下回るように設定されるべきで、図 5.3 から  $6.6\sigma$  がよい。しかし、セーフティーファクターとしてビーム径の 50% 膨張 ( $\sigma \rightarrow \sigma' = 1.5\sigma$ ) を考慮すると、シャッター・ビームライン間距離は  $x'_{BS} = 6.6\sigma' = 6.6 \times 1.5\sigma \sim 10\sigma$  取るべきである。AS ポートの光

<sup>\*4</sup> 実際に伝達関数と地面振動のスペクトルを乗じるだけでは単位は  $[\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}]$  になる。これを KAGRA のノイズスペクトルや重力波信号と同じ次元  $[1/\sqrt{\text{Hz}}]$  で比べるには、腕共振器の基線長 3000m で割らなければいけない。

検出器直前のビーム半径は 0.5mm であるので、シャッター・ビームライン間距離は 5mm が妥当な値となる。

#### 5.2 のまとめ

- PD の破壊測定とタイムドメインシミュレーションからシャッターの遮蔽時間に対する要求値は 1ms である。
- 見積もったビームシャッター雑音と KAGRA の目標感度から、シャッター・ビームライン間距離に対する要求値は 5mm である。

### 5.3 HDD を利用したプロトタイプビームシャッターの開発 1

まずは、HDD を分解して速いシャッターを制作した論文 [12] を参考にプロトタイプを制作した。HDD の中には磁気ディスク読み取り用のアームと、そのアクチュエーターとしてボイスコイルモーターがあるので、それを利用しようと言う発想である。

#### 5.3.1 ボイスコイルモーターの原理

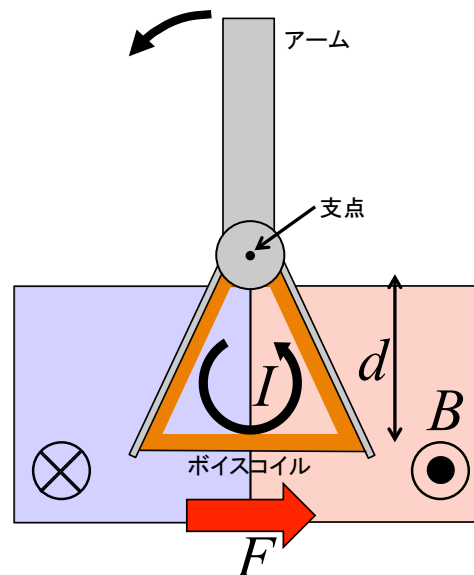


図 5.4 ボイスコイルモーターの原理

図 5.4 はボイスコイルモーターの原理図である。ボイスコイルモーターの駆動原理は、コイルの中を流れる電流が磁場と相互作用してローレンツ力が働くことによるものである。ボイスコイルを流れる電流が  $I$ 、ボイスコイルの縦の長さが  $L$ 、コイルの巻き数を  $n$ 、磁束密度が  $B$  だとするとボイスコイルに働く力は、

$$F = 2ndIB \quad (5.4)$$



とかける。図 5.4 の用な状況を考えると力が右向きに働き、アームは左向きに動き始める。逆向きに電流を流すとアームは右向きに動くので双方向駆動のシャッターとして使う事が出来る。

### 5.3.2 HDD を利用したシャッター

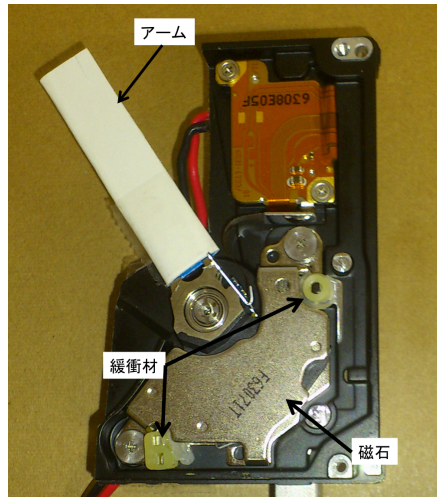


図 5.5 HDD から制作したプロトタイプビームシャッター

図 5.5 が制作したシャッターの写真である。ラップトップ用の 2.5 インチ HDD(Fujitsu MHT2040AT) をボイスコイルモータあたりだけ切り出して使用した。写真ではボイスコイルの部分が見えないが磁石の下に置かれている。アームは 3 本腕がついていたが、軽量化の為に取り外し 1 本にし、厚紙でアームを延長した。

### 5.3.3 シャッタードライバ

図 5.6 はシャッタードライバの回路図である。ベースとなる回路素子はモータの駆動制御などに用いられる H ブリッジ回路 (LMD18200、National Semiconductor) である。LMD18200 は DIR 端子に入力されたロジック電圧 (ハイサイド電圧: 2~12V、ローサイド電圧: -0.1~0.8V) に従って、OUT1・OUT2 間の電圧を ( $+V_P \leftrightarrow -V_P$ ) と変えて、電流の向きを変える回路である。遮蔽信号がハイサイドシグナルだとしたとき、回路の動作は以下のように進む。

1. 干渉計がロック下にあるときはローサイドシグナルが入力されるとしよう。その時電流は OUT2→OUT1 方向に流れる。コンデンサー C4 は十分に充電されているので、抵抗 R1 とコイル L1、コイルの抵抗  $R_L$  ( $\sim 10\Omega$ ) の直列回路だと見なせる。コイルに流れる定常電流の大きさは電源電圧を  $V_P$  とすると  $(V_P/(220 + 10)[\Omega])[A]$  であり、この電流でシャッターの位置を保持している。R1 はコイルに大きな電流が流れ続けるのをさける役割がある。
2. 遮蔽信号が入力されると電流の向きが OUT1→OUT2 に変わる。
3. 過渡状態ではコイル抵抗  $R_L$  とコイル L1 の直列回路なので大きな電流  $(V_P/10[\Omega])[A]$  が流れると

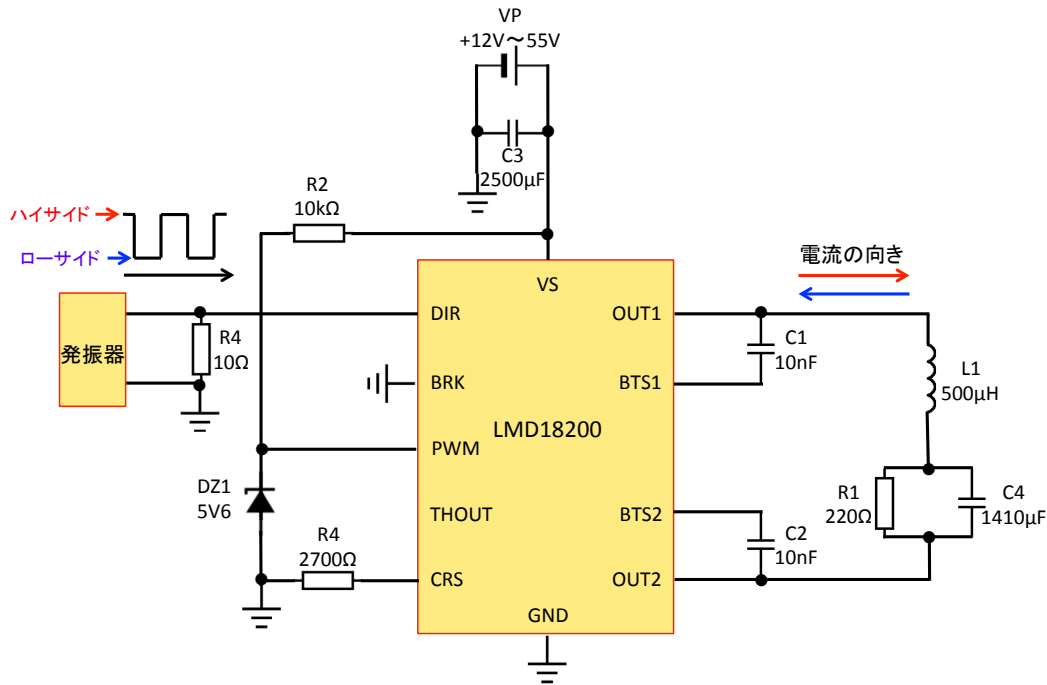


図 5.6 シャッタードライバ回路図

同時に、コンデンサー C4 に蓄積されていた電荷が放出される。

4. ボイスコイルモーターによってシャッターが閉じる。
5. 過渡状態が終わり、抵抗 R1 とコイル L1、コイルの抵抗  $R_L$  の直列回路になり、シャッター位置を保持する定常電流  $(V_P / (220 + 10)[\Omega])[A]$  が流れる。

### 5.3.4 プロトタイプビームシャッターの性能測定

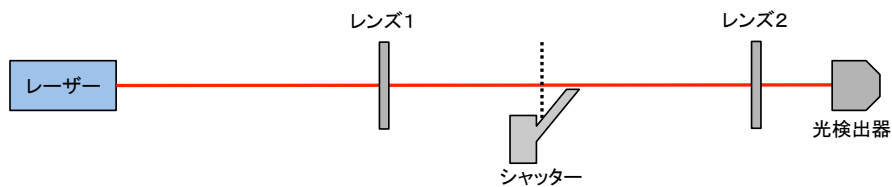


図 5.7 シャッター遮蔽時間の測定

図 5.7 は遮蔽時間測定に用いた光学系のセットアップである。レーザーは可視光のヘリウムネオンガスレーザーを用いた。レンズ1はシャッターの位置でのビーム径を小さく ( $\sim 1\text{mm}$ ) するために使い、レンズ2は光検出器に入射する様にビーム径を絞るために用いた。シャッターはビームスポットから 5mm の位置に配置した。シャッタードライバに発振器で作った遮蔽信号を入力して、透過光を測る事で、入力し

てからレーザー光が遮蔽され終わるまでの時間差を測定した。測定結果は図 5.8 である。青線が遮蔽信

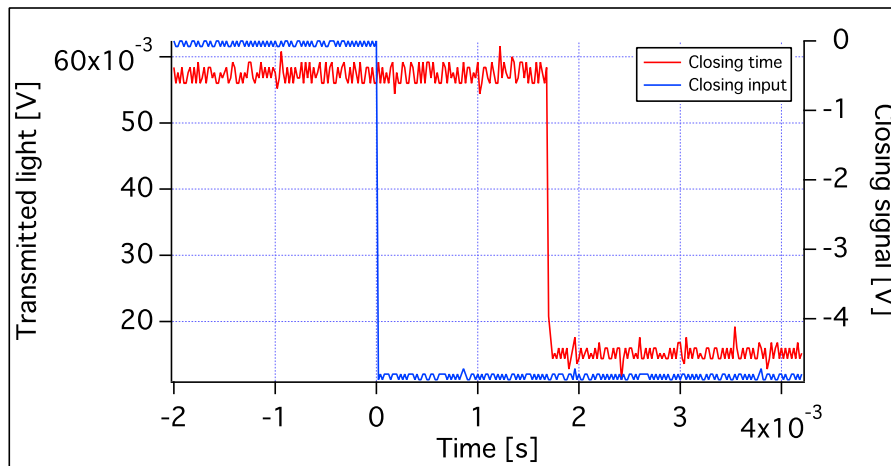


図 5.8 遮蔽時間の測定結果

号、赤線がビームシャッターの透過光である。ここではローサイドシグナルが遮蔽信号である。この測定では  $V_P = 24[V]$  を印加した。遮蔽時間は図 5.8 から 1.75ms である。

### 5.3.5 プロトタイプビームシャッターの改良方法と問題点

HDD から制作したビームシャッターは要求値の 1ms よりも 1.7 倍遅いので改良が必要である。遮蔽時間を約 2 倍大きくするという事は加速度を 4 倍にしなければならない。加速度を上げる方法としては式 (5.4) を見るに、以下の 3 つ考えられる。

- (i) コイルに流れる電流を大きくする。
- (ii) 磁束密度を大きくする。
- (iii) コイル中の長さ  $nd$  を大きくする。

以下で、それぞれの選択肢について議論していく。

(ii) 磁束密度は永久磁石に固定の物理量で、すでに十分強い磁石を使っているので大幅な向上は見込めない。

(iii)  $t = 0$  で遮蔽信号が入ったとした時の、コイルに流れる電流を過渡状態で計算すると、

$$I(t) = \frac{1}{\beta - \alpha} [(\alpha\beta CV_P - \alpha I_s)e^{-\alpha t} - (\alpha\beta CV_P - \beta I_s)e^{-\beta t}] \quad (5.5)$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}} \quad (5.6)$$

$$\beta = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}} \quad (5.7)$$

となる。ここで  $V_P, I_s$  はそれぞれ、電源電圧とシャッターを保持する電流  $V_P/(220 + 10)[\Omega]$  を表し、 $L, C, R$  はそれぞれ、コイルのインダクタンス、コンデンサの容量、コイルの内部抵抗を表す。式 (5.5) の

第二項はコイルに大きな電流が流れ始めることを表し、第一項は電流が小さくなり過渡状態が終わることを表している。ビームシャッターは大きな電流が素早く流れなければいけないので、第二項の時定数  $1/\beta$  が小さくならなければいけない。式 (5.7) から分かるように、 $1/\beta \propto L \propto n^2 d$  なので、コイルの長さを長くしたり、巻き数を増やしたりすることで、電流の突入速度を弱めてしまうという問題が出てきてしまうことが分かる。また、巻き数を多くするとアームの慣性モーメントが大きくなり、加速度を低下させてしまうという問題もあるので、コイルの長さでは加速度の向上は見込めない。

(i) そこで、コイルに流れる電流を大きくするのが最良の解決策に思われる。コイルに流れる電流を大きくするためには電源電圧  $V_P$  を高くすればよい。しかし、今用いている回路ではコンデンサー  $C_4$  は両極性コンデンサーである必要があり、その耐電圧は電源電圧の2倍である必要があるが、両極性コンデンサーで耐電圧が高いものが手に入らないという問題がある。また、LMD18200 も耐電圧がせいぜい55Vという問題もある。よって、根本的に違うシャッタードライバ回路を作成する必要がある。

#### 5.3 のまとめ

- シャッターの遮蔽時間は測定により 1.75ms であることがわかった。
- シャッターの速さ向上のためには、より強い電圧が必要であるが、回路素子の耐電圧の問題でドライバ回路を新しいものにしなければならない。

## 5.4 プロトタイプビームシャッターの開発2

新しいプロトタイプビームシャッターでは、磁石をより強い磁石にかえ、新しいシャッタードライバ回路を用いた。

### 5.4.1 プロトタイプビームシャッター2

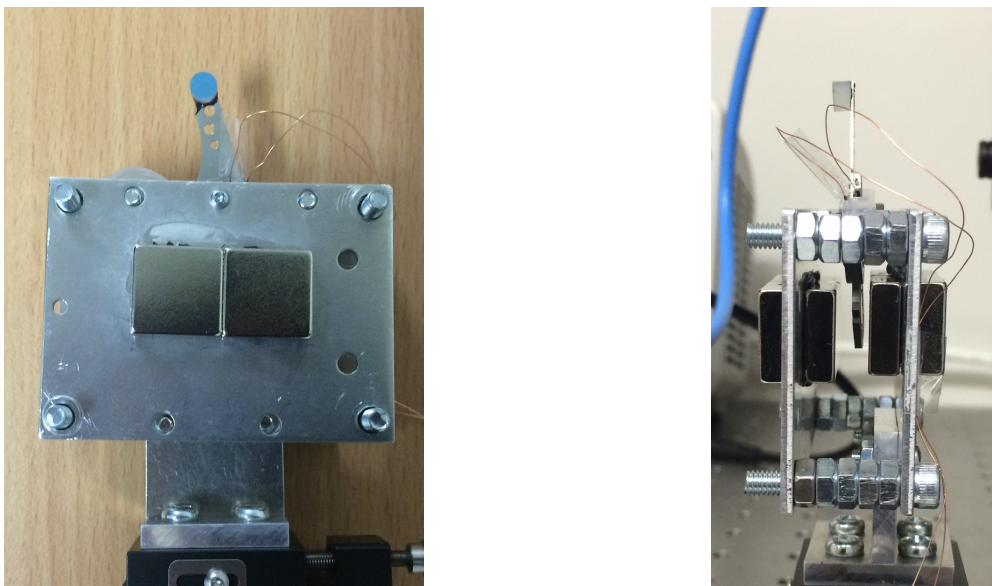


図 5.9 プロトタイプビームシャッター2

図 5.9 はプロトタイプビームシャッター 2 の写真である。ボイスコイルは HDD のものを流用 (Toshiba MK4018GAP) し、磁石は縦横 15mm、高さ (磁場方向)5mm のネオジム磁石を使用した。磁石間距離は 7mm でコイルの位置での磁束密度は 3500Gauss である。シャッターアームの先には遮断したビームを反射するための鏡が取り付けられている。

### 5.4.2 シャッタードライバ 2

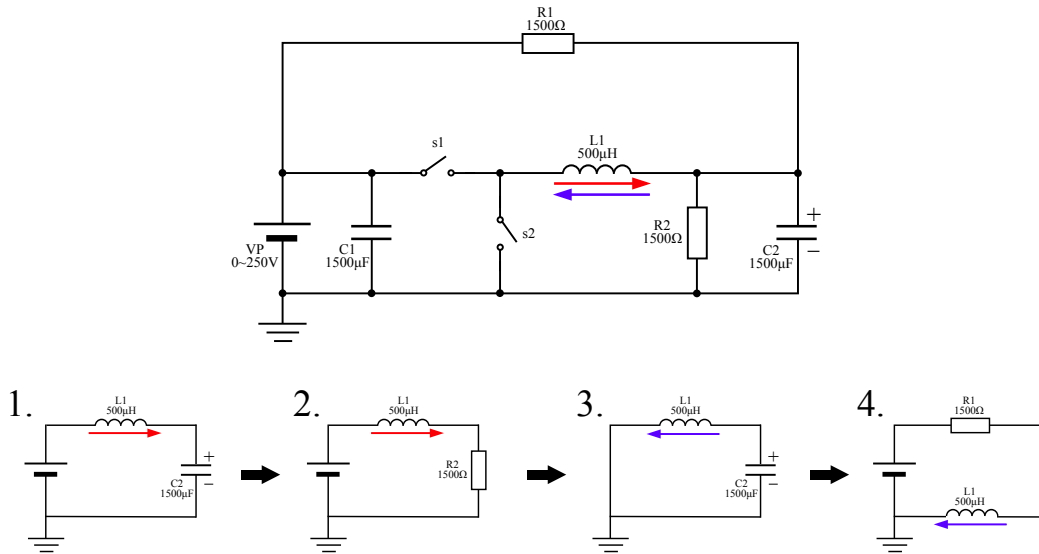


図 5.10 シャッタードライバ回路図 2

図 5.10 の上図は新しく制作したシャッタードライバ回路の回路図である。回路図のスイッチ s1 と s2 は IGBT 素子を使っていて、s1 と s2 はロジック電圧 (ハイサイド電圧 >2.5V、ローサイド電圧 <0.8V) の入力に対して交互に開閉するようになっていて、ハイサイドでは s1 が ON で s2 が OFF、ローサイドでは s1 が OFF で s2 が ON になるように設計してある。回路の動作は以下に行われる。

1. 通常時はハイサイドシグナルが入力されているので、C2 は順方向に十分に充電される。
2. 過渡状態が終わると、C2 に電流が流れなくなり、L1 と R2 の LR 回路とみなせる状態になる。この時電流は赤矢印の方向に  $V_P / (1500 + 10) [\Omega]$  流れている。
3. 遮蔽信号 (ローサイドシグナル) が入力されると、コンデンサの両端が短絡されるので、充電されていた電荷が一斉に L1 を青方向に流れる。この際、ボイスコイルモータによってシャッターが閉まる。
4. 過渡状態が終わると、R1 を通って青矢印方向に流れる電流  $V_P / (1500 + 10) [\Omega]$  によって、シャッターの位置が保持される。

シャッタードライバの動作は前回のドライバとほぼ同じであるが、新しいドライバではコンデンサを短絡しているだけなので、両方向で充電されることがなく単極性のコンデンサを用いることができる。単極性

のコンデンサであれば耐電圧が高い物が手に入るので、電源電圧の上限が 250V のドライバ<sup>\*5</sup>を作ることが出来た。

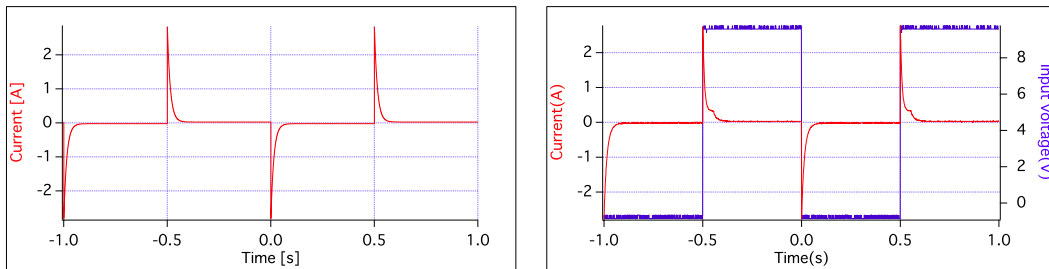


図 5.11 左図：コイルに流れる電流のシミュレーション、右図：コイルに流れる電流の測定値

図 5.11 はシャッタードライバのボイスコイルに流れる電流と、コンデンサにかかる電圧のシミュレーション結果と測定結果である。電流のピーク大きさに少し違いがあるが、これはボイスコイルのインダクタンスの測定誤差に依るところが大きいと考えられる。ボイスコイルを測定した LRC メータの分解能が 100  $\mu$  H なので誤差が大きいからである。

### 5.4.3 プロトタイプビームシャッターの性能測定 2

遮蔽時間の測定は前節と同様の配置で行った。測定結果は図 5.12 である。シャッタードライバの電源

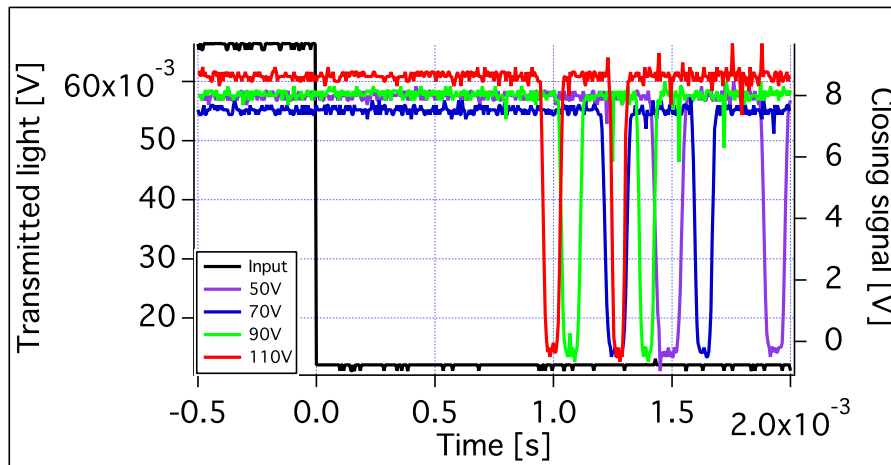


図 5.12 遮蔽時間の測定結果 2

電圧を 50,70,90,110V と変えて測定を行った。それぞれの線に透過光のピークが 2 つ見えるが、2 つのピーク間の透過光はシャッターアームに開いた穴をビームが透過してしまったもので、2 つ目のピーク

<sup>\*5</sup> ドライバ自体の耐電圧は 250V であるが、今回用いたボイスコイルの耐電圧は 120V ~ 150V の間にあるようなので (コイルは既製品の流用なのでデータシートなどがなく詳しいことは分からないが 150V かけた時にコイルがこげて絶縁状態になった。) 全体として耐電圧は 110V くらいである。

以後の透過光はシャッターがビームを通りすぎてしまったためのものであるので関係なく、注目すべきは1つ目のピークである。110Vで遮蔽時間が1msを下回っていることが分かる。

## 5.5 結論

作成したプロトタイプビームシャッターは要求値である、遮蔽時間 1ms、遮蔽距離 5mm を満たした。測定はアームの先に鏡を取り付けずに行ったが、シャッタードライバに印加できる電圧とボイスコイルにかける磁場<sup>\*6</sup>の強度には、まだ幾ばくかの余裕があるのでアームに付属品を付けても問題ないと考えられる。

今後の課題としては、このビームシャッターを真空対応にする事である。真空ではコイルの冷却が滞るので、電流により加熱、破壊される恐れがある。この問題は真空槽にあるミラーの冷却システムを流用すれば解決できる可能性が高い。また、真空ではボンドやゴムは専用のものを用いる必要があるので交換が必要である。

---

<sup>\*6</sup> これはボイスコイルを挟んでいる磁石間距離を近づける事で可能になる。測定を行った際は磁石をアルミ版にボンドで固定しているので、2つの磁石を近づけすぎるとボンドがはがれてくっついてしまうので磁石間距離を大きくしている。

## 付録 A

# Appendix

この章では4章で省略した、16MHzのPMサイドバンドのUpper・Lowerサイドバンド間のアンバランスと、PMサイドバンドの傾きを両方同時に解決するときの、AMサイドバンドの条件を示す。

### A.1 PDNの最適化条件

PDNの最適化条件はPMサイドバンドの傾きを0にし、純粋なPMサイドバンドにする条件に等しい。Upper・Lowerサイドバンド間のアンバランスと、サイドバンドの傾きを両方入れて議論するので以下のような電場を考える。

$$E = E_0^D e^{i\Omega t} + \left( iE_{+1}^D e^{i(\Omega+\omega)t} + iE_{-1}^D e^{i(\Omega-\omega)t} + E_{+1}^{AM} e^{i((\Omega+\omega)t+\beta)} + E_{-1}^{AM} e^{i((\Omega-\omega)t-\beta)} \right) e^{i\alpha}. \quad (\text{A.1})$$

式(A.1)が純粋なPMサイドバンドであるための条件は2つあり、(i)AM、PMサイドバンドのUpperサイドバンドの合計の振幅の実部と、AM、PMサイドバンドのLowerサイドバンドの合計の振幅の実部の大きさが等しく、逆符号であること、(ii)AM、PMサイドバンドのUpperサイドバンドの合計の振幅の虚部と、AM、PMサイドバンドのLowerサイドバンドの合計の振幅の虚部の大きさが等しく、同符号であることの2つである。つまり、

$$(i) \dots \Re \left[ (iE_{+1}^D + E_{+1}^{AM} e^{i\beta}) e^{i\alpha} \right] = -\Re \left[ (iE_{-1}^D + E_{-1}^{AM} e^{-i\beta}) e^{i\alpha} \right] \quad (\text{A.2})$$

$$(ii) \dots \Im \left[ (iE_{+1}^D + E_{+1}^{AM} e^{i\beta}) e^{i\alpha} \right] = \Im \left[ (iE_{-1}^D + E_{-1}^{AM} e^{-i\beta}) e^{i\alpha} \right] \quad (\text{A.3})$$

である。これは計算すると、

$$(i) \dots (1-a) \sin \alpha E_{\pm 1}^D = [\cos(\alpha - \beta) - a \cos(\alpha + \beta)] E_{\pm 1}^{AM} \quad (\text{A.4})$$

$$(ii) \dots (1-a) \cos \alpha E_{\pm 1}^D = -[\sin(\alpha - \beta) - a \sin(\alpha + \beta)] E_{\pm 1}^{AM} \quad (\text{A.5})$$

である。



## A.2 OPN の最適化条件

OPN の最適化条件を考える。これを考えるためにはサイドバンドの位相ゆらぎ  $\Delta\phi$  を式 (A.1) に入れる必要がある。  $\Delta\phi$  の 1 次のオーダーまでとると、

$$E \simeq E_0^D e^{i\Omega t} + \left[ iE_{+1}^D e^{i(\Omega+\omega)t}(1+i\Delta\phi) + iE_{-1}^D e^{i(\Omega-\omega)t}(1-i\Delta\phi) + E_{+1}^{AM} e^{i((\Omega+\omega)t+\beta)}(1+i\Delta\phi) + E_{-1}^{AM} e^{i((\Omega-\omega)t-\beta)}(1-i\Delta\phi) \right] e^{i\alpha} \quad (\text{A.6})$$

である。OPN サイドバンドが AM 成分を持たなければ OPN が最小になるので、その条件は：(i)'OPN サイドバンドの Upper サイドバンドの振幅の実部と、OPN サイドバンドの Lower サイドバンドの振幅の実部の大きさが等しく、逆符号であること、(ii)'OPN サイドバンドの Upper サイドバンドの振幅の虚部と、OPN サイドバンドの Lower サイドバンドの振幅の虚部の大きさが等しく、同符号であることの 2 つである。つまり、

$$(i)' \dots \Re \left[ (-E_{+1}^D + iE_{+1}^{AM} e^{i\beta}) e^{i\alpha} \Delta\phi \right] = -\Re \left[ (E_{-1}^D - iE_{-1}^{AM} e^{-i\beta}) e^{i\alpha} \Delta\phi \right] \quad (\text{A.7})$$

$$(ii)' \dots \Im \left[ (-E_{+1}^D + iE_{+1}^{AM} e^{i\beta}) e^{i\alpha} \Delta\phi \right] = \Im \left[ (E_{-1}^D - iE_{-1}^{AM} e^{-i\beta}) e^{i\alpha} \Delta\phi \right] \quad (\text{A.8})$$

である。これは計算すると、

$$(i)' \dots (1-a) \cos \alpha E_{\pm 1}^D = -[\sin(\alpha - \beta) - a \sin(\alpha + \beta)] E_{\pm 1}^{AM}, \quad (\text{A.9})$$

$$(ii)' \dots (1-a) \sin \alpha E_{\pm 1}^D = [\cos(\alpha - \beta) - a \cos(\alpha + \beta)] E_{\pm 1}^{AM}, \quad (\text{A.10})$$

となる。以上から  $\Delta\phi$  の 1 次近似では PDN を最適化する AM サイドバンドの条件式 (A.4), 式 (A.5) と、OPN を最適化する AM サイドバンドの条件式 (A.9), 式 (A.10) は等しい事がわかるので、両方を同時に最小にすることが出来る事がわかる。

## 参考文献

- [1] " Detector configuration of KAGRA - the Japanese cryogenic gravitational-wave detector, " K. Somiya for the KAGRA Collaboration, *Class. Quantum Grav.*, 29, 124007 (2012)
- [2] " Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors, " G. Harry for the LIGO Scientific Collaboration, *Class. Quantum Grav.*, 27, 084006 (2010)
- [3] " Advanced Virgo Baseline Design, " The Virgo Collaboration, VIR-0027A-09 (2009); available from <https://pub3.ego-gw.it/itf/tds/>
- [4] " The GEO-HF project, " B. Willke et al., *Class. Quantum Grav.*, 23, S207-S214 (2006)
- [5] " Resonant sideband extraction: A new configuration for interferometric gravitational wave detectors, " J. Mizuno et al., *Phys. Lett. A*, 175, 273-276 (1993)
- [6] " Quantum noise in second generation, signal-recycled laser interferometric gravitational-wave detectors, " A. Buonanno and Y. Chen, *Phys. Rev. D* 64, 042006 (2001)
- [7] " Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector, " Y. Aso et al., *Phys. Rev. D*, 88, 043007 (2013)
- [8] " Length Sensing and Control for AdLIGO, " K. Somiya, O.Miyakawa, P. Fritschel, and R. Adhikari, LIGO Document T060272-00, <https://dcc.ligo.org> (2006)
- [9] " Optickle, " M. Evans, LIGO Document T070260-v1, <https://dcc.ligo.org> (2007)
- [10] "Totally Awesome Diode Blasting Experiment", LIGO Document T1100208-v1, <https://dcc.ligo.org> (2011)
- [11] "Lock Acquisition Study for Advanced LIGO", L. Barsotti, M. Evans, LIGO Document T1000294-v1, <https://dcc.ligo.org>
- [12] L. P. Maguire, S. Szilagy, and R. E. Scholten, "High performance laser shutter using a hard disk drive voice-coil actuator", *Review of Scientific Instruments*, September 2004

# 謝辞

本研究を遂行するにあたって多くの皆様にご協力頂きました。簡単ではありますが、ここでその感謝の意を述べさせていただきます。

まず指導教官である宗宮健太郎准教授には、重力波研究に携わる機会を与えてくださったことを深く感謝します。そもそも東工大には重力波を研究を行う研究室はありませんでしたが、宗宮先生が新しく赴任された事で、そのチャンスを得る事が出来ました。立ち上げたばかりの研究室では人が少ないので、いつも付きっきりで夜遅くから指導して頂いたのはいい思い出です。

ドイツの Hannover 大学の Tobias には、ドイツ滞在期間つきっきりでビームシャッターの開発実験を手伝って頂きました。理論やシミュレーションばかりやっていた私は回路に対して疎く、なかなか説明を理解できませんでしたが、簡単な英語を用い根気よく教えてくれました。また、ホテルのフロントで交渉してくれたのは大変助かりました。

MIT の M.Evans にはビームシャッターの助言をたくさん頂きました。我々には到底出来ない、PD の破壊測定の先攻研究はととも役に立ちました。また、遮蔽時間の要求値の求め方などはとても手が込んでいて感服しました。

須佐さんのお父さんからヘリウムネオンレーザーを貸して頂きました。ヘリウムネオンを貸して頂けなかったら、ビームが2つに割れている半導体レーザーを使うはめになり、実験が思うように進まなかったかもしれません。

Caltech の山本さんには、ビームシャッターのタイムドメインシミュレーションを行う際に専用のコードを作って頂きました。iPod touch の映像越しにシミュレーションコードに対する質問をしたのに対しても真剣に答えてくださいました。

東大安東研の麻生さんと、国立天文台の Daniel には投稿論文の添削を手伝って頂きました。特に麻生さんの容赦ないコメントの嵐のおかげで、つたない文章が多かった投稿論文が様になってきたような気がします。

また、研究室の皆さんにも大変お世話になりました。D2 の須佐さんは私が細谷研究室にいた頃からソフトウェアのインストールなどでお世話になりました。また、宗宮研究室では研究室の衛生面について多大なる助言を頂きました。また、同期の斎藤さんと B4 の崎浜君の笑顔のおかげで精神衛生をよく保てました。M1 の加藤君と桑田さんのいつも実験を長時間頑張っている姿は、私を奮起させてくれました。B4 の矢野君は短い期間ではありましたが一緒に実験をして手伝ってくれました。

最後に私の生活面を支えてくださった多くの友人たちと、家族に深く感謝します。