

重力波検出器 KAGRA の感度向上に向けた アウトプットモードクリーナーの開発

東京工業大学大学院 基礎物理学専攻 宗宮研究室
13M01054 糸田綾香

2015 年 2 月 6 日

概要

重力波は 1916 年、今から約 100 年前にアインシュタイン (*A. Einstein*) によってその存在を予言された、「時空のさざ波」である。重力波は電磁波が未だ存在していないような初期宇宙—“宇宙の晴れ上がり”前—から存在しており、かつ、宇宙空間における様々な物質に対して非常に高い透過力を有している。その為、他の観測手段では得られないような初期宇宙や天体内部の情報を地球まで運ぶ能力があるとされており、宇宙についての新しい知見をもたらす手段として非常に期待されている。また、重力波は強重力場の情報を豊富に含むと予想されており、強重力場における一般相対論の成立の証明のためにも、その検出が望まれている。

1950 年代から重力波の検出に向けた開発研究が進められているが、重力波の直接観測は 2015 年 1 月現在、未だ達成されていない。しかしながら、1974 年のハルスとテーラーのパルサー探査によって、間接的にだが、重力波の存在が確認されている。また、近年の重力波検出器における検出技術や感度の向上は目覚ましく、今から数年以内、早くも今年中に直接観測ができるのではないかと期待されている。日本でも重力波検出器の開発が進められており、現在は第二世代型と呼ばれる日本の大型重力波検出器「KAGRA」を岐阜県の神岡鉱山地下に建設中である。KAGRA の初期稼働は今年の 2015 年末を目標としており、他国の検出器と同様に、世界初の重力波検出を目指している。

第二世代型重力波検出器では様々な新しい技術が採用されているが、その中の一つであり、多くの検出器で採用されているのが、DC readout という信号抽出技術である。以前は RF readout と呼ばれる技術が使われていたが、いくつかの理由から DC readout へとシフトした。また、DC readout を用いる際に一緒に取り入れられるのが、Output mode-cleaner(OMC) と呼ばれる新しい光フィルター技術である。この技術は KAGRA でも用いられることが決定している。本研究では、干渉計用シミュレーションプログラム「FINESSE」と KAGRA で用いる鏡の表面を 2 次元化した「ミラーマップ」と言うものを用い、実際に KAGRA で用いる OMC のデザインを行った。また、OMC を KAGRA にインストールする際の前準備として、テスト用 OMC を用いた DC readout 実験を試みたので、その結果についても述べる。

概要

Gravitational Waves (GWs) are ripples of space-time predicted by A. Einstein about 100 years ago. GWs can be a new method to obtain new information about the early universe. GWs are also expected to provide us with some information for the strong gravitational field that is strongly related to the proof of the Theory of Relativity. The development of the device to search GWs was started about 50 years ago, but human beings cannot yet observe GWs up to now. In Kamioka mine of Gifu prefecture, the construction of KAGRA, the Japanese gravitational wave detector, started in 2011. The initial operation of KAGRA is planned at the end of 2015. The most second-generation detectors use a homodyne readout scheme using carrier light leaked into the dark port as a reference that beats with GW signals. This scheme in particular is called DC readout [7], while a radio frequency heterodyne readout scheme used in the first-generation detectors is called RF readout [6]. For the DC readout scheme, we use an optical resonator called output mode-cleaner (OMC) that is located at the asymmetric port of the interferometer. OMC filters out junk light away from the signal and the reference light, before the light field reaches the detection photodiode. The optical parameters of the OMC should be carefully chosen to satisfy requirements, which are actually more challenging for KAGRA than for other advanced detectors because KAGRA plans to use a very small amount of reference light to minimize the influence of quantum noise. This thesis shows a result of numerical simulation by a simulation code FINESSE with mirror maps created with a random function and a measured spectrum. According to the simulation result, we determined a new KAGRA OMC design that satisfies the requirement. This thesis also shows the result of the prototype experiment of the DC readout with an OMC, which we can test the performance of the OMC.

目次

1	相対性理論と重力波	6
1.1	重力による効果	6
1.2	重力場方程式の線形化	7
1.3	重力波の方程式とその解	12
1.4	重力波の自由質点間距離への影響	14
1.5	重力波の放出	15
1.6	重力波と電磁波	16
1.7	重力波の発生源	17
2	重力波検出器	20
2.1	重力波の間接的観測	20
2.2	共鳴型アンテナと干渉計型検出器	22
2.3	干渉計型検出器	23
2.3.1	Michelson 干渉計	23
2.3.2	重力波の信号と最適な基線長	26
2.3.3	Delay-Line 共振器と Fabry-Perot 共振器	27
2.3.4	Fabry-Perot Michelson 干渉計	28
2.3.5	Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計	33
2.3.6	Dual-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計	33
2.3.7	Resonant Signal Extraction	34
2.3.8	Detuned Resonant Signal Extraction	34
2.4	干渉計の感度と雑音	34
2.4.1	干渉計の感度と見える世界	35
2.4.2	様々な雑音と感度限界	35
2.5	世界の重力波検出器	37
3	干渉計における信号検出と制御	41
3.1	干渉計の自由度	41
3.2	Feedback 制御	41
3.3	信号の生成	43
3.4	信号の取り出し	45
3.5	さまざまな信号検出方法	45
3.5.1	Homodyne 検出と Heterodyne 検出	45
3.5.2	Pound Drever Hall (PDH) 法	46
3.5.3	Schnupp 変調法と DC readout	46
4	Output mode-cleaner(OMC) の開発	47
4.1	KAGRA 用 OMC のデザイン研究	47

4.1.1	本研究の目的	47
4.1.2	Output mode-cleaner(OMC) の役割	47
4.1.3	KAGRA における DCreadout	48
4.1.4	KAGRA の OMC における要求値	49
4.1.5	OMC のパラメータの設定	50
4.1.6	FINESSE シミュレーション	51
4.1.7	本研究のポイント	52
4.1.8	結果	52
4.2	OMC を用いた DC readout 実験	54
4.2.1	本実験の目的と実験手順	54
4.2.2	干渉計実験で用いる機器	56
4.2.3	干渉計の組立て	58
4.2.4	制御系のセットアップ	61
4.2.5	本実験のポイント	62
4.2.6	結果	63
5	まとめ	68
	付録 A FINESSE の使い方	69
	参考文献	80
	謝辞	82

1 相対性理論と重力波

私たちは日頃の経験から、時間はどの場所でも同じように流れていき、空間はどこまでも均質に広がっているものだと感じている。しかし、このような時間と空間を絶対的な存在とするニュートン力学的な概念は、ある革新的な理論の公表をきっかけに間違ったものであることが判明した。それは1915年にアインシュタインによって完成された時空^{*1}の物理学、“相対性理論”である。相対性理論におけるアインシュタインの重力場方程式は、時空の曲がり具合を記述するものであり、つまり時空が不変ではないことを示している。そして1916年にアインシュタイン自身によって、この方程式の解の一つとして、時空の歪み変動して光速で波のように伝播する“重力波”という現象の存在が予言されたのである [1]。

この章では、本論文のテーマである重力波をアインシュタインの重力場方程式から導き出し、その性質について記述することを目標とし、進めていくこととする。

1.1 重力による効果

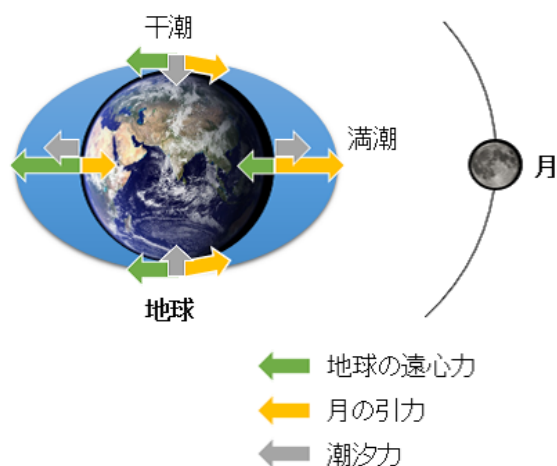


図1 潮の満ち引き

重力波について考える前に、相対性理論の肝でもある重力について少し考えましょう。重力による効果は、実際に地球上で目にすることが容易である。例えば、潮の満ち引きがそうである。これは地球と月の間に働く重力が潮汐力を引き起こしていることに起因している(図1)。このように、重力による効果は私たちにとって身近に感じることができるものだが、相対性理論の確立前後において、その重力の効果における捉え方は大きく異なってくる。月の周回運動を考えてみよう。アインシュタインの相対性理論が提唱される前、つまりニュートン力学においては、月と地球間に遠隔作用として働く重力と、月の直線運動しようとする慣性力が釣り合うことにより、月の周回運動が起こると考えられていた。一方、相対性理論では、地球の質量が周辺の時空を歪ませ、月がその歪んだ時空を測地線に沿って運動した結果、周回運動となると考えた。つまり、古典

^{*1} 相対性理論では時間と空間は不可分のため、まとめて時空と呼んでいる。

物理学においては遠隔作用として働いていた重力の効果が、相対性理論においては質量による時空の歪みとして扱われているのである。それでは、相対性理論の基本方程式であるアインシュタインの重力場方程式を見てみよう。これはニュートンの万有引力の法則を拡張してつくられた方程式である。

$$G_{ij} = \frac{8\pi G}{c^2} T_{ij} \quad (i, j = 0, 1, 2, 3) \quad (1)$$

c は光速、 G は万有引力定数 (重力定数) であり、 T_{ij} はエネルギー運動量テンソルと呼ばれ物質の分布具合や運動状態を表す。また、 G_{ij} はアインシュタインテンソルと呼ばれ時空の性質、曲がり具合を表している。まさに、重力場方程式では、物質 (質量) の存在により時空が曲がる (歪む) ということを明確に示しているのが分かる。また、時空間の歪みが物質の分布によって決定されるということは、物質分布が変動すると時空間の歪みも変動するということになる。この“時空の歪みの変動”が次節以降に求めていく重力波である。以上のように、相対性理論の登場により、時空は一定不変の絶対的な存在ではなく、現象と共に変化する物理的な対称の一部となった。そして、重力は“遠隔作用として働く力”から、新たに“時空の歪みに起因するもの”として捉えられたのである。

1.2 重力場方程式の線形化

相対性理論には 1905 年に発表された特殊相対性理論とその 10 年後に発表された一般相対性理論がある。まず、特殊相対性理論の登場により、それまで絶対的な存在であった時間は空間と一体となり変換できる存在となった。しかし、扱える座標系は慣性系に限られ、その慣性系間の座標変換もローレンツ変換と言う特殊な場合でのみ行われた。また、重力の扱いに関しても制限があった。例えば、一様な重力が存在する場で一つの質点の運動を扱うときは、その質点に対し慣性系になるように座標変換をすれば、局所的に重力場を消すことができる“等価原理”と言うものが成り立つため、重力も慣性系で扱うことができる。しかし、運動する質点が複数あった場合は全ての質点に対して慣性系をとることはできないので、慣性系をとれなかった質点は重力の存在する加速度系となってしまふ。また、仮定した一様な重力場と言うのは実際には存在せず、時空全体で大局的に同時に重力を打消し合い慣性系をつくることはできないため、特殊相対性理論では重力を扱うのに限界があった。そこで、一様でない重力場を扱えるようにし、加速度系を含めた一般座標系を議論できるように特殊相対性理論を拡張したのが、一般相対性理論である。前節で相対性理論の基本方程式と言って紹介した重力場の方程式は、正確に言うと一般相対性理論から導かれる基本方程式である。ちなみに、一般相対性理論の基本方程式は 2 つあり、もう一つは測地線の方程式と呼ばれるものである。重力場方程式を解くことにより、時空の歪みが光速で伝搬していくこと、つまり、重力波の存在を示すことができる。しかし、その伝播を記述する重力場方程式は非線形の為、振幅の大きな波の伝播や大きく曲がった時空、いわゆる強重力場での伝播を解析的に計算することは非常に難しい。そこで、ここでは重力場方程式を線形化し、平坦なミンコフスキー時空を伝播する“微小振幅の重力波”に限定して考えていくこととする。

物理現象を記述する際には、その現象が起きた時間と場所を示す必要がある。相対性理論ではその現象を事象と呼び、ミンコフスキー時空での 1 つの点として表せる。ミンコフスキー時空は縦軸を時間軸、横軸を空間軸として、図 2 のように描くことができる。この時、原点を通過する光は、時間軸と空間軸それぞれから 45 度傾いた“光円錐”と呼ばれる円錐面の上を伝播し、光円錐の内部を時間的領域、外部を空間的領域と呼ぶ。また、ミンコフスキー時空上での各点は世界点と呼ばれ、2 つの世界点をつなぐ長さの次元を持つ量 (3 次元空間でいうと距離と呼ばれるもの) を世界間隔と呼ぶ。また、原点と世界点との世界間隔のことを世界の長さ

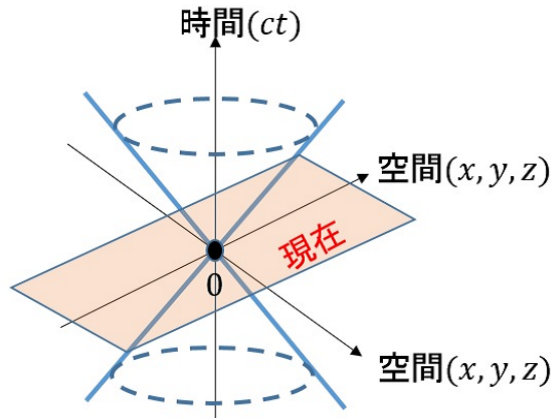


図2 ミンコフスキー時空

と呼び、その2乗は次式で表すことができる。

$$s^2 = -(ct)^2 + x^2 + y^2 + z^2 \quad (2)$$

この時、 $s^2 = 0$ の時は光円錐の面、 $s^2 < 0$ は時間的領域、 $s^2 > 0$ は空間的領域を示すこととなる。ここで、簡単のために、 $x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z$ とし、世界の長さの2乗を書き換えると、

$$s^2 = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \eta_{ij} x^i x^j. \quad (3)$$

更に、以下、数式内に同じ添え字 (i, j) がある場合、0 から 3 までの和をとるという決まりをつくれば、次のようにより簡潔に書けることができる。

$$s^2 = \eta_{ij} x^i x^j \quad (4)$$

このような省略の仕方はアインシュタインの省略と言われている。ここで、 η_{ij} はミンコフスキー時空の計量テンソルと呼び、次のように定義される量である。

$$\eta_{ij} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

計量テンソルは時空の状態を表すものであり、ミンコフスキー時空の計量テンソルは時空が平坦であること、言い換えると重力場のない状態を示している。ここで少し、テンソルについて述べておくこととする。重力場のない状態とは座標系を慣性系でとれるということになるが、その慣性系間の座標変換はローレンツ変換というものによって行われる。世界の長さの2乗を例にしてみよう。世界の長さが x 系でも x' 系でも不変となるには、

$$\eta_{ij} x'^i x'^j = \eta_{kl} x^k x^l \quad (6)$$

となる。これを満たすような以下の座標変換がローレンツ変換である。

$$x'^i = L^i_k x^k \quad (7)$$

式 (6) に式 (7) を代入すると、 L_k^i の条件式が得られる。

$$\eta_{ij} L_k^i L_l^j = \eta_{kl} \quad (8)$$

また、式 (7) で表されるローレンツ変換は 1 次変換なので、

$$x'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^j} x^j \quad (9)$$

より、

$$L_j^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^j} \quad (10)$$

となる。また、このローレンツ変換によって変換されるベクトルを反変ベクトルと呼び、ローレンツ変換の逆変換、

$$\tilde{L}_j^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^j} \quad (11)$$

によって変換されるベクトルを共変ベクトルと言う。また、2 つの反変ベクトルの積がその i, j 成分となる次のようなテンソルのことを 2 階のテンソルと言う。

$$T^{ij}(x) = A^i(x) \cdot B^j(x) = \begin{pmatrix} A^0 B^0 & A^0 B^1 & A^0 B^2 & A^0 B^3 \\ A^1 B^0 & A^1 B^1 & A^1 B^2 & A^1 B^3 \\ A^2 B^0 & A^2 B^1 & A^2 B^2 & A^2 B^3 \\ A^3 B^0 & A^3 B^1 & A^3 B^2 & A^3 B^3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$T^{ij}(x)$ は反変ベクトルの積であることから、座標変換により次のように変換できる。

$$T'^{ij}(x') = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} \frac{\partial x'^j}{\partial x^l} T^{kl}(x) \quad (13)$$

このように変換できるテンソルを 2 階の反変テンソルと呼ぶ。同様にして、2 つの共変ベクトルの積、 $T_{ij}(x) = A_i(x) \cdot B_j(x)$ は座標変換によって次式のように変換でき、このように変換できるテンソルを、2 階の共変テンソルと呼ぶ。

$$T'_{ij}(x') = \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} \frac{\partial x^l}{\partial x'^j} T_{kl}(x) \quad (14)$$

また、1 つの反変ベクトルと 1 つの共変ベクトルの積、 $T_j^i(x) = A^i(x) \cdot B_j(x)$ は、

$$T'^i_j(x') = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^l}{\partial x'^j} T_l^k(x) \quad (15)$$

となり、このような変換をするテンソルを混合テンソルと呼ぶ。ここで、先ほどミンコフスキー時空の話で出てきた計量テンソルに適用して考えてみよう。計量テンソル η_{ij} はどの座標でも同様に定義されるので、 x' 系の計量テンソル η'_{ij} は以下ようになる。

$$\eta'_{ij} = \tilde{L}_i^k \tilde{L}_j^l = \eta_{kl} \quad (16)$$

これは、今までの話から、計量テンソル η_{ij} が共変テンソルであることを示している。また、ここで、次を満たすような η^{ik} を定義すると、これは反変テンソルとなる。

$$\eta^{ik} \eta_{kj} = \delta_j^i \quad (17)$$

δ_j^i はクロネッカーのデルタと呼ばれ、 $i = j$ 成分は 1、 $i \neq j$ 成分は 0 となるものであり、これから η^{ik} の値を求めると、 η_{ij} と全く同じ値になることが分かる。以上のことから、 η^{ik} や η_{ij} によって共変ベクトルを反変ベクトルに、またその逆などの変換を簡単に行うことができるようになることが分かる。例えば次のように変換できる。

$$A_i = \eta_{ij} A^j \quad (18)$$

$$A^i = \eta^{ij} A_j \quad (19)$$

$$A_i = \eta_i^j A_j \quad (20)$$

$$A^i = \eta_j^i A^j \quad (21)$$

ちなみに、上記の役割をもつ計量テンソルは共変テンソルなので、計量テンソル自体の座標変換は次のようになる。

$$\eta'_{ab} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^a} \frac{\partial x^j}{\partial x'^b} \eta_{ij} \quad (22)$$

それでは話を戻し、ミンコフスキー計量 η_{ij} から h_{ij} だけ微小にずれた時空、つまり弱い重力場を考えてみよう。

$$g_{ij} = \eta_{ij} + h_{ij} \quad (23)$$

$|h_{ij}(x)| \ll 1$ とし、 h_{ij} の 2 次以上の項は無視できると仮定する。また、 $h_{ij}(x)$ は対称テンソルであるとする。この時、反変計量テンソル g^{ij} については、 $\eta^{ij} \eta_{jk} = \delta_k^i$ によって定義されており、

$$g^{ij} = \eta^{ij} - h^{ij} \quad (24)$$

となる。添え字の上げ下げに関しては、 g^{ij} でも行えるが、今回の近似では η^{ij} で行うことができる。そこで、次の式を定義する。

$$\phi_{ij} \equiv h_{ij} - \frac{1}{2} h g_{ij} = h_{ij} - \frac{1}{2} h \eta_{ij} \quad (25)$$

$$h \equiv h_i^i = g^{ij} h_{ij} = \eta^{ij} h_{ij} \quad (26)$$

また、曲がった空間を扱う際にはリーマン幾何学というものを導入するのだが、そのリーマン幾何学で扱う n 次元多様体と呼ばれる空間上にある曲線 $(x(t), t_1 \leq t \leq t_2)$ の長さ I (作用と呼ぶ) は計量テンソル g_{ij} を用いて、次の積分で表される。

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\Sigma_{i,j} g_{ij}(x) \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt}} dt \quad (27)$$

これに最小作用の原理 ($\delta I = 0$) を用いるとオイラーの微分方程式が得られる。ここで、最小作用の原理とは、自由質点の運動が作用 I を極小にするような経路をとるための条件のことである。そして、得られたオイラーの微分方程式において測地線に沿った弧の長さを媒介変数とすると、一般相対性理論のもう一つの基本方程式である、測地線の微分方程式が出てくる (式 (28))。これは重力場の運動方程式であり、光を含めたあらゆる物体が 4 次元空間でたどる道筋を示すことができ、あらゆる物体が曲がった空間をまっすぐ進むことを表している。

$$\frac{d^2 x^k}{ds^2} + \Gamma_{ij}^m \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0 \quad (28)$$

ここで使われているクリストフェル記号 Γ_{ij}^m は次のように表せる。

$$\Gamma_{ij}^m = \frac{1}{2} g^{ml} \left(\frac{\partial g_{li}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jl}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l} \right) \quad (29)$$

また、クリストフェルの記号を用いて、リーマンの曲率テンソルというものが次式のように表せる。リーマンの曲率テンソルとは、ベクトルを微小面積要素 $dx^k dx^l$ の周りを一周させたとき、出発前のベクトルと帰ってきたベクトルのずれを表す量、簡単に言うと時空の曲がり具合を示す量である。

$$R_{ijk}^m = \frac{\partial \Gamma_{ik}^m}{\partial x^j} - \frac{\partial \Gamma_{ij}^m}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lj}^m - \Gamma_{ij}^l \Gamma_{lk}^m \quad (30)$$

更に、4階のテンソルであるリーマンの曲率テンソルの第1と第3の添え字を縮約しつくられた2階のテンソルをリッチテンソルと言う。ここでは m と j を縮約して次のように表せる。

$$\begin{aligned} R_{ik} &\equiv R_{ijk}^m \\ &= \frac{\partial \Gamma_{ik}^j}{\partial x^j} - \frac{\partial \Gamma_{ij}^j}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lj}^j - \Gamma_{ij}^l \Gamma_{lk}^j \end{aligned} \quad (31)$$

今、便宜上、テンソルの添字を下添字に変換して共変テンソルとして書き下すと、クリストフェルの記号は、

$$\begin{aligned} \Gamma_{ijk} &\equiv \eta_{km} \Gamma_{ij}^m \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial h_{ik}}{\partial x^j} - \eta_i^l \frac{\partial h_{jk}}{\partial x^l} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

であり、リーマンの曲率テンソルは、

$$\begin{aligned} R_{lijk} &\equiv \eta_{lm} R_{ijk}^m \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 h_{lk}}{\partial x^i \partial x^j} + \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial x^l \partial x^k} - \frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^j} - \frac{\partial^2 h_{lj}}{\partial x^i \partial x^k} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

となり、リッチテンソルは、以下のように書き直せる。

$$R_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\partial h_{ik}^j}{\partial x^j} - \frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x^k} \right) + \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{\partial h_{ik}^j}{\partial x^j} - \frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x^i} \right) - \square h_{ik} \right) \quad (34)$$

\square は微分演算子ダランベルシアンである。

$$\square = \eta^{lm} \frac{\partial}{\partial x^l} \frac{\partial}{\partial x^m} \quad (35)$$

さらにリッチテンソルを縮約すると、スカラー曲率というスカラー量が出てくる。

$$R = \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x^i \partial x^j} - \frac{1}{2} \square h \quad (36)$$

ここで、重力場方程式をもう一度見てみよう。このリッチテンソルとスカラー曲率を用いると、アインシュタインテンソル G_{ij} は、

$$G_{ij} \equiv R^{ij} - \frac{1}{2} g^{ij} R \quad (37)$$

と書けるので、式(1)で表されていた重力場方程式は次のように書き換えられる。

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R g_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij} \quad (38)$$

よって、式(38)にこれまでの式を適用していくと、重力場方程式は、

$$\square \phi_{ij} - \frac{\partial}{\partial x^i} \frac{\partial \phi_j^k}{\partial x^k} - \frac{\partial}{\partial x^j} \frac{\partial \phi_i^k}{\partial x^k} + \frac{\partial}{\partial x^k} \frac{\partial \phi_m^l}{\partial x^l} \eta^{km} \eta_{ij} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{ij} \quad (39)$$

と書き換えることができた。しかし、これでは式が見にくいので、もう少し整理する。ここで、微小量 $\xi(x)$ だけ座標系を移動させる微小座標変換 (ゲージ変換とも言う) を考える。

$$x'^i = x^i + \xi^i \quad (40)$$

この時、 h_{ij} と ϕ_{ij} はテンソルの座標変換を行うと、

$$h'_{ij} = h_{ij} - \eta_{ik} \frac{\partial \xi^k}{\partial x^j} - \eta_{jk} \frac{\partial \xi^k}{\partial x^i} \quad (41)$$

$$\phi'_{ij} = \phi_{ij} - \eta_{ik} \frac{\partial \xi^k}{\partial x^j} - \eta_{jk} \frac{\partial \xi^k}{\partial x^i} + \eta_{ij} \frac{\partial \xi^k}{\partial x^k} \quad (42)$$

となる。また、 ϕ_i^j の微分は、

$$\frac{\partial \phi_i^j}{\partial x'^j} = \frac{\partial \phi_i^j}{\partial x^j} - \eta_{ik} \square \xi^k \quad (43)$$

と変換できる。ここで、簡単の為、ローレンツゲージ条件、つまり ϕ_i^j の微分がゼロを満たすように $\xi^k(x)$ をとることにする。

$$\frac{\partial \phi_i^j}{\partial x'^j} = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial \phi_i^j}{\partial x^j} = \eta_{ik} \square \xi^k \quad (45)$$

以上の座標変換を用いることで、式 (38) の重力場方程式から第 2 項以降を消すことができ、

$$\square \phi_{ij} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{ij} \quad (46)$$

と簡潔な線形の波動方程式を示すことができた。これが、重力波の方程式である。

1.3 重力波の方程式とその解

前節では、弱い重力場を仮定することで、重力場の方程式から線形の重力波の方程式を導出することができた。それでは次に、この波動方程式を解いて、実際に重力波を求めてみよう。重力波の方程式はマクスウェル電磁気学の電磁波の方程式と形が似ているので、同様に考えて解くことができる。まずは真空中の方程式、

$$\square \phi_{ij} = 0 \quad (47)$$

について考える。この時の平面波の解は、電磁波の解と同様で、

$$\phi_{ij} = A_{ij} \exp(ik_l x^l) \quad (48)$$

となる。 A_{ij} は対称な定数テンソルで振幅を表しており、 $\exp(ik_l x^l)$ は振動部分を示す。 k_l は重力波の伝播 4 元波数ベクトルで、 $k_l k^l = 0$ である。先ほども用いたゲージ条件：

$$\frac{\partial \phi_i^j}{\partial x^j} = 0 \quad (49)$$

を用いると、

$$A_{ij} k^j = 0 \quad (50)$$

となる。ここで、重力波が x^3 方向に伝播していると仮定すると、次が表せる。

$$k_l = (-k, 0, 0, k), \quad k^l = (k, 0, 0, k) \quad (51)$$

ここで、例えば角振動数を $\omega = kc$ と定義し、 $x^0 = ct, x^3 = z$ とすると、 $\exp(ik_l x^l)$ が $\exp(i(-\omega + kz))$ といった、見慣れた形にすることができる。また、ゲージ変換：

$$x'^i = x^i + \xi^i(x) \quad (52)$$

$$\xi^i(x) = \epsilon^i \exp(ik_l x^l) = \epsilon^i \exp(-ikx^0 + ikx^3) \quad (53)$$

を行い、また、 x^j, x^i, x^k についての微分をそれぞれ代入すると、振幅テンソルが次のように書き換えられる。

$$a'_{ij} = a_{ij} + \epsilon_i k_j - \epsilon_j k_i - \eta_{ij} \epsilon^l k_l \quad (54)$$

この時、 ϵ_i を以下のように上手く選ぶと、

$$\epsilon_0 = -\frac{2a_{00} + a_{11} + a_{22}}{4k} \quad (55)$$

$$\epsilon_1 = \frac{a_{01}}{-k} \quad (56)$$

$$\epsilon_2 = \frac{a_{02}}{-k} \quad (57)$$

$$\epsilon_3 = \frac{2a_{00} - a_{11} - a_{22}}{4k} \quad (58)$$

振幅テンソルは、 $a'_{11}, a'_{12}, a'_{21}, a'_{22}$ 以外の全ての成分をゼロにすることができる。

$$a'_{00} = a'_{01} = a'_{02} = 0 \quad (59)$$

$$a'_{11} = -a'_{22} = 0 \quad (60)$$

また、 $a'_{12} = a'_{21}, a'_{11} = -a'_{22}$ であるので、最終的に独立な成分は2つのみとなる。以上より、重力波の解は以下のように求められる。

$$\phi_{ij} = A^+ e_{ij}^+ \exp(-ikx^0 + ikx^3) + A^\times e_{ij}^\times \exp(-ikx^0 + ikx^3) \quad (61)$$

$$e_{ij}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{ij}^\times = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (62)$$

A^+ と A^\times はそれぞれの振動モード (e_{ij}^+, e_{ij}^\times) に対応する振幅を表している。ちなみに、 $\phi \equiv \phi_i^i = 0$ なので、

$$h_{ij} = \phi_{ij} = A^+ e_{ij}^+ \exp(-ikx^0 + ikx^3) + A^\times e_{ij}^\times \exp(-ikx^0 + ikx^3) \quad (63)$$

$$= B_{ij} \exp(-ikx^0 + ikx^3) \quad (64)$$

となる。また、上式のように振幅 A と振動モード e_{ij} はまとめて B_{ij} とし、以下のように書くこともできる。

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (65)$$

2つの振動モードはそれぞれ、+(プラス)モード、×(クロス)モードと呼ばれている。図3からも分かるように、 x^3 方向に伝播している重力波の振動モードは、 x^1, x^2 の平面内にあるので、重力波は横波であると言える。このような重力波の表現の仕方を transverse-traceless(TT) 表現と呼び、今回用いたゲージのことを TT ゲージと言う。

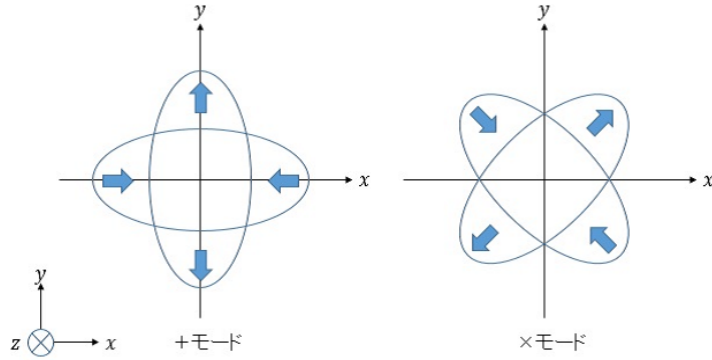


図3 $x^3(z)$ 方向に重力波が来た時の、2つの振動モード

1.4 重力波の自由質点間距離への影響

TT ゲージにおける重力波の世界間隔に与える影響、つまり自由質点間への影響について考えてみよう。重力場が質点に与える影響を見るには、重力場の運動方程式、つまり測地線の方程式を解けば良い。式 (28) より、測地線の方程式は以下で表される。

$$\frac{d^2 x^k}{ds^2} + \Gamma_{ij}^m \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0 \quad (66)$$

今回は、ミンコフスキー時空上で静止している自由質点に働く重力波の効果を見るとき。 $s = 0$ で質点が静止しているときは、

$$\frac{dx^i}{ds} = (1, 0, 0, 0) \quad (67)$$

となるので、測地線の方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^k}{ds^2} &= -\Gamma_{ij}^m \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} \\ &= -\Gamma_{00}^m \left(\frac{dx^0}{ds}\right)^2 \\ &= -\Gamma_{00}^m \\ &\sim \frac{1}{2}(2\partial_0 h_{0i} - \partial_i h_{00}) \end{aligned} \quad (68)$$

ここで、式 (65) より、 h_{00}, h_{0i} は 0 であることを代入すると、

$$\frac{d^2 x^k}{ds^2} = 0 \quad (69)$$

となる。これにより、重力波は質点に対し加速度を与えない、つまり質点に力を働かないことが分かった。これは、TT ゲージの元では、重力波による質点への時空の伸縮の効果を打ち消すように座標が伸縮していると言うこともできる。それでは次に、質点間の距離、世界間隔に与える影響を見よう。ここで、片方の質点の座標を原点 $(0,0,0,0)$ 、もう一方の質点の座標を原点から少し離れた場所 $(0,\epsilon^x,0,0)$ にとり、2つの質点とその場

で静止しているとする。この時の 2 質点間の距離は、式 (4) を用いて次のように表せる。

$$\begin{aligned}
L &= \int_0^{\epsilon^x} |ds| \\
&= \int_0^{\epsilon^x} |\eta_{ij} dx^i dx^j|^{\frac{1}{2}} \\
&= \int_0^{\epsilon^x} |g_{11}|^{\frac{1}{2}} dx \\
&\sim \int_0^{\epsilon^x} (1 + \frac{1}{2} h_{11}) dx \\
&= (1 + \frac{1}{2} h_{11}) \epsilon^x
\end{aligned} \tag{70}$$

以上より、重力波によって 2 つの質点間の距離は $\frac{1}{2} h_{11} \epsilon^x$ だけ変化することが分かった。ここで、例えば、前節のような z 方向に進む重力波による x,y 成分の距離の変化 (dL^x, dL^y) を考えてみると、

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} dL^x \\ dL^y \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+ & h_\times \\ -h_\times & h_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} \\
&= \frac{1}{2} h_+ \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ -\epsilon^y \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)} + \frac{1}{2} h_\times \begin{pmatrix} \epsilon^y \\ \epsilon^x \end{pmatrix} e^{ik(ct-z)}
\end{aligned} \tag{71}$$

となる。この第 1 項と第 2 項は重力波の偏光を示しており、これは前節で出てきた + モード、× モードのことである。+ モードは x 方向の質点間距離が伸びれば y 方向の距離が縮むというような潮汐的な作用を持つモードであり、× モードは + モードを 45 度傾けたものとなる。以上より、重力波がくることにより、上式のように自由質点間の距離に潮汐的な変化をもたらすことが分かった。

1.5 重力波の放出

ここでは、重力波が放出する際の、その振幅とエネルギーについて見てみよう。今、重力波を発生する運動物体の重心を原点に、観測点 x までの距離を r とすると、重力波の振幅は、

$$\bar{h}_{i,j}(t, r) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{ij}(t - \frac{|\vec{r}' - \vec{r}|}{c}, \vec{r}')}{|\vec{r}' - \vec{r}|} d^3 \vec{r}' \tag{72}$$

と表せる。この式は、重力場方程式 (式 (46)) にグリーン関数というものを用いることで得られる。ここで、遠方の十分小さい重力波源から重力波が発生する場合を考えると、重力波の振幅が次のように求められる。

$$h_{i,j} = -\frac{2G}{c^4} \frac{1}{R} \frac{d^2 Q_{ij}(t')}{dt^2} \tag{73}$$

ここで、 $t' = t - \frac{r}{c}, r = |\vec{r}|$ とした。また、 $Q_{ij}(t)$ は次で表されるような四重極モーメントである。

$$Q_{ij}(t) = \int (x_i x_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} r^2) \rho_m(\vec{r}, t) d^3 \vec{r} \tag{74}$$

$\rho_m(\vec{r}, t)$ は質量分布を表している。例えば、電磁波の放出を考えるときは、双極子モーメントの時間変化による双極子放射が主となる。しかし、重力波の源である質量は常に正で電荷のように正負両方の値は取らず双極子が存在しないため、ここでは四重極モーメントを用いた四重極放射となる。また、単位時間あたりに発生する重力波のエネルギーは、

$$W_{gw} = \frac{G}{5c^5} \sum_{i,j} \overline{\frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3}} \tag{75}$$

となる。ここで、例として、連星系の単位時間当たりの重力波エネルギー W_{gw} を見てみよう。今、等しい質量 m をもつ2つの星が円運動しているような連星系を考える。2つの星は重心の周りで半径 a 、角速度 ω の円運動をしているとすると、

$$W_{gw} = \frac{128G}{5c^3} m^2 a^4 \omega^6. \quad (76)$$

ここで、遠心力と重力のつり合いから、角速度が求まる。

$$ma\omega^2 = G \frac{m^2}{(2a)^2} \quad (77)$$

$$\omega^2 = \frac{Gm}{4a^3}. \quad (78)$$

この角速度を式 (76) に代入することで、

$$W_{gw} = \frac{2G^4 m^5}{5c^5} \frac{1}{a^2} \quad (79)$$

というように、連星系の重力波の単位当たりのエネルギーが求められた。この式を見ると、回転半径 (星の大きさ) が小さいほど、また、質量が大きいものほど、大きな重力波エネルギーを放出することが読み取れる。

1.6 重力波と電磁波

これまで重力波の性質について考えてきたが、重力波はその方程式からも分かるように、電磁波といくつか類似した点がある。そこで、ここでは電磁波と比較しながら重力波の性質について考えてみる。これまでの話から、一般相対性理論で予言される重力波は、光速で伝搬する横波で2つの偏波成分 (+モード、×モード) を持つことが分かった。これは電磁波と同様の性質である。また、例えば、電磁波の放出を考えるときは、双極子モーメント (電磁場) が変動することで電荷の加速度運動が起き、電磁波が発生すると考えるが、重力波も同様に、四重極モーメント (重力場) の時間変化により質量の加速度運動が起きることによって発生するという点も似ている。しかし、両者には本質的に大きな違いがある。それは、相互作用の強さである。重力相互作用は電磁相互作用に比べ、圧倒的に弱い。例えば、水素原子を構成する陽子と電子間でのクーロン力と重力の強さは37桁も異なる。重力の相互作用が圧倒的に弱いということは、物質に吸収されたり散乱したりということがほとんどないということであり、すなわち、重力波は極めて高い透過力を持つということを意味している。その高い透過力は、天体観測手段としての強力な武器となる。しかし、その一方で、この重力波の作用の弱さは検出される信号も非常に弱いということと同意であり、未だに重力波が検出困難となっている原因でもある。また、電荷には正負があり、クーロン力にも引力と斥力があるのに対し、質量は正の値のみで重力は常に引力となる。これは、前節でも述べたように、電磁波では双極子放射が主であるが、重力波では双極子が存在せず四重極放射となる原因でもある。また、正の値のみもつということは、大量の物質が集まった天体や宇宙等、扱うフィールドを大きくするほど、その値は累積的に大きくなる。つまり、大きなフィールドにおいては、電磁気力のように正負の値をもつ力は打ち消し合って中和していき、元は非常に弱い相互作用であった重力が大きくなり支配的となるということである。考える領域が大きくなるほど重力は大きな影響を及ぼすようになるのである。それ故に、検出される際の重力波も大量の物質が激しく運動する強重力場の天体現象から発生する可能性が高いとされている。検出対象の重力波については次節で述べる。

1.7 重力波の発生源

前述したように、重力波は強重力場における天体現象、つまり、一般相対論的天体からの検出が期待されている。それでは、一般相対論的天体の定義について見ていこう。一般相対論的天体かどうかは、重力の強弱を判断できれば良い。以下、重力の強弱の判断基準法について説明する。

今、質量 M 、半径 R の球状の天体を仮定する。その天体に対し、質量 m の物体が天体表面から真上に飛び上がり、その天体の重力を振り切って無限遠方まで飛んでいくのに必要な速度を考える。これは、天体の重力により生じる位置エネルギー（天体が物体を引き付けるエネルギー）とその天体から脱出する物体の運動エネルギーが等しくなることで求まる。以下に式を示す。 $G(= 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2/\text{kg})$ は万有引力定数である。天体の重力により生じる位置エネルギー：

$$U = - \int_{\infty}^R - \frac{GMm}{r^2} dr = - \frac{GMm}{R} \quad (80)$$

物体の運動エネルギー：

$$K = \frac{1}{2}mv^2. \quad (81)$$

脱出するのに必要な速度：

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \quad (82)$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (83)$$

この天体が地球の場合、この速度は脱出速度（約 11 km/s）と呼ばれている。この速度が速いか遅いかの判断には、他の速度と比べてみれば分かる。物理では基本定数と比べるのが定石なので、ここでは光速 $c(= 2.998 \times 10^8 \text{ km/s})$ を用いて、以下のような無次元量 θ を定義する。

$$\theta \equiv \frac{v^2}{c^2} = \frac{2GM}{Rc^2}. \quad (84)$$

v が c よりも大きい場合、光すらその天体から逃れられないほど重力が強いことを示している。このような天体はブラックホールと呼ばれている。よって、 θ が 1 に近づくかどうかで天体の重力の強弱を判定できる、つまり、 θ を測ることでその天体が一般相対論的天体かどうかを観測的に判断できることが分かった。では、実際に観測対象となっている天体現象の例を上げていく。現在稼働中の地上型重力波検出器において期待されている重力波源は以下のとおりである。

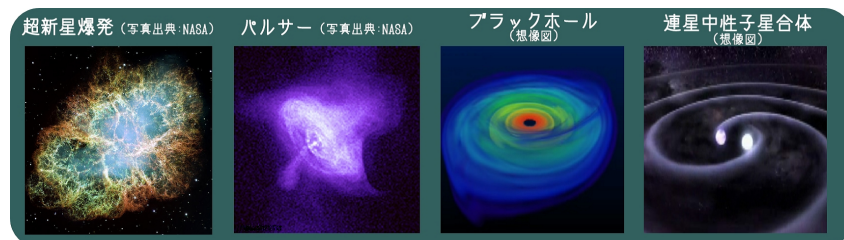


図4 さまざまな重力波源 (KAGRA の HP より)

- (1) 連星中性子星の合体
- (2) 連星ブラックホールの合体
- (3) 中性子星とブラックホールの合体
- (4) 重力崩壊型超新星爆発
- (5) 高速回転する中性子星

これらの現象はバースト的に重力波を放出すると考えられている。中性子星やブラックホールからなる、いわゆるコンパクト連星の合体に伴い発生する重力波は発生する時期により、公転運動期 (*inspiral*)、衝突合体期 (*merger*)、そして減衰振動期 (*ringdown*) という3つに分類される。ちなみに、公転運動期の波形は構成されるコンパクト星が何であるかにはほとんどよらない。

様々な重力波源を上げたが、実際の検出には「十分な頻度 (年に数回程度) の検出が可能」、「発生する重力波の波形が理論的にある程度予想できる」、この2つの条件を満たすことが必要である。特に後者は重力波をデータから抽出する際に必要な条件となる。ちなみに、放出される重力波の波形は数値相対論 (数値的に近似なしにアインシュタイン方程式を解くこと) で理論的に予測することができる。この条件を満たす良質な重力波源にはコンパクト連星の合体が挙げられる。特に連星中性子星の合体は十分な数の合体が検出可能であり、他の重力波源に比べ波形を予想しやすく発見の検証に有利であることから、観測者にとって最も良質な重力波源と言われている。日本で建設中の KAGRA も連星中性子星からの重力波の観測を目指している。ちなみに、連星中性子星の合体は、1つの銀河内でおよそ1万年から10万年に1回起こると予想されている。KAGRA を含んだ第二世代型重力波検出器の最終目標感度が達成されることにより、地球から約 300 Mpc 以内の距離までの連星中性子星の合体が検出可能となるとすると、その半径内にある銀河の数を考慮して、年間 10~100 回程度の観測が見込むことができるのである。また、軌道半径が縮まるに連れて振幅と周波数が徐々に大きくなるのが特徴である波形のことをチャープ波形と言うが、連星の合体前後で、重力波の波形はそのチャープ波形から合体固有の波形へと変化する。例えば、連星中性子星の合体の場合では、軌道半径が中性子星の半径の

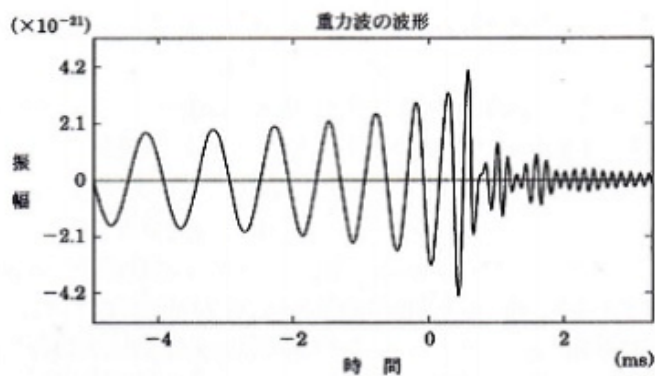


図5 連星中性子星の合体前後において発生する重力波の予想波形, 井上一ほか「宇宙の観測口 - 高エネルギー天文学シリーズ現代の天文学第17巻」(2008) p233 より

2倍 (20-25 km) 程度にまで縮んだ時ときにチャープ波形が終わり、その後から合体固有の重力が放出され始めると考えられる (図5)。また、円軌道にある連星中性子星から放射される重力波の周波数は次のように書け

る事が分かっている。 M は 2 つの中性子星の合計量、 M_{\odot} は太陽質量、 r は軌道半径を表している。

$$f = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{GM}{r^3}} = 10.5 \left(\frac{M}{2.8M_{\odot}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r}{700 \text{ km}} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (85)$$

従って、チャープ波形の最高周波数から中性子の半径が決定できる。以上に述べてきたのは地上の重力波検出器で観測が期待されている天体起源の重力波源である。宇宙論起源 (ビッグバン、インフレーション、相転移、宇宙ひも等) の低周波帯 (10 Hz 以下) の重力波については地上の重力波検出器で観測するのは非常に困難である。その原因の一つとして、低周波数帯で支配的な地面振動が、同じく低周波数帯の宇宙論起源の重力波の観測を妨げてしまうことが挙げられる。そこで、本論文では詳しく述べないが、低週数帯の重力波については地面振動のない宇宙空間で観測を行う計画 (ヨーロッパの LISA、日本の DECIGO) が進められている。

2 重力波検出器

この章では、前章で述べた重力波を実際に観測する方法、重力波検出器について述べる。最初に間接的な重力波観測の例について記述したのち、今現在、直接観測に向けて実際に建設されている重力波検出器について紹介していく。

2.1 重力波の間接的観測

重力波の直接検出は未だ達成されてはいないが、間接的には既にその存在は証明されている。それは、1974年、アメリカの天文学者ラッセル・ハルスとジョゼフ・テーラーにより発見された連星パルサーによるものである。最初に発見された連星パルサーは PSRB1913+16 で、アレシボにある 305m の電波望遠鏡によるパルサー探査で見つけられた。パルサーというのは高速度で回転している中性子星のことである (図 6)。中性子星

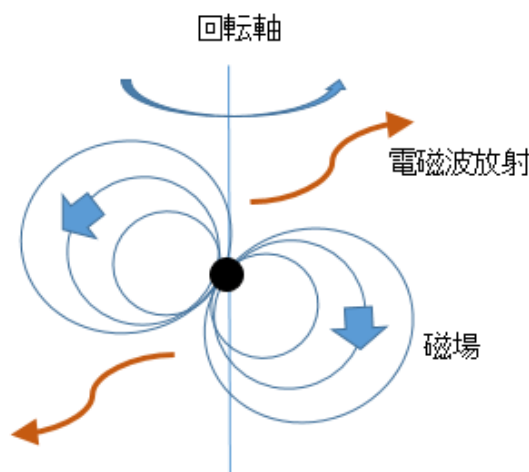


図 6 パルサー

は強い磁場をもっており、その磁極から電波のビームが出ている。磁極は回転軸からずれており、回転のたびにビームが宇宙空間を灯台のように照らす。このとき、ビームの方向が地球にあたる場合、周期的に電波のパルスを受け取るように見えることから、パルサーと呼ばれている。パルスの周期はとても安定しているため、原子時計と同等の精度の良い時計としても用いることができる。しかし、ハルスとテーラーが発見したパルサーには、わずかに (4 ミリ秒程)、その周期が長くなったり短くなったりといったパルス間隔の変動が確認できた。これは、観測されたパルサーには伴星があるということを示している。つまり、観測されたパルサーが発射する規則正しいパルスの時系列が、軌道運動や伴星の重力場の影響を受けているのである。この効果には伴星の質量が主に関係しているが、合計質量もゆるやかに効いてくる。そこで、近星点移動の関係式と連立して解くことにより、パルサーと伴星がどちらも太陽質量の約 1.4 倍の質量をもつと決定された (図 7)。このとき観測された連星パルサーは、連星中性子星と推定されている。その後、さらに観測を続けた結果、5 年後の 1979 年、連星中性子星の軌道周期がだんだん短くなっていることをテーラーは発見した。これは、重力波放出による反作用で軌道が収縮し、公転周期が短くなったことに起因しているのではないかと予想された。そし

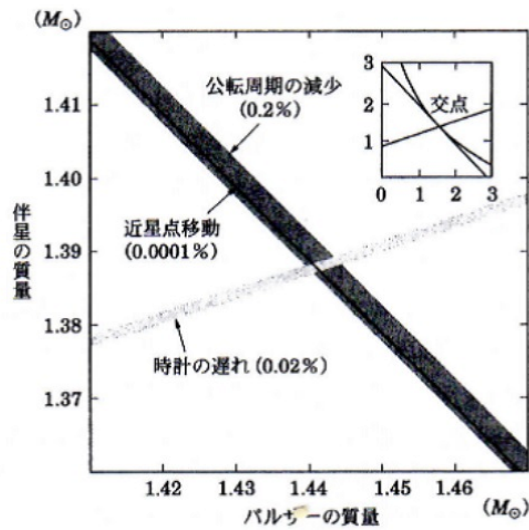


図7 相対論的効果とパルサー及び伴星の質量の関係、井上一ほか「宇宙の観測口－高エネルギー天文学シリーズ現代の天文学第17巻」(2008)p230より

て、公転周期の減少率を観測した結果、一般相対性理論の公式から計算された理論値と一致することが示された。これにより、間接的にだが、重力波の存在が証明されたのである。1993年には、この業績が認められ、ハルスとテラーはノーベル賞を受賞した。

また、近年でも間接的に重力波の存在が示されたのではないかとされた観測例があった。昨年の2014年3月17日、アメリカのハーバード大学やカリフォルニア工科大学を中心としたBICEP2の研究グループが南極に設置されたマイクロ波電波望遠鏡を用い、ビッグバン宇宙誕生前からやってきた重力波、宇宙論起源の原始重力波を観測したと発表した[2]。この発見はビッグバン宇宙の基礎となるインフレーション理論を裏付けるものであるとされ、日本を含めた世界中で報道されたことは自身の記憶にも新しい。先ほどのハルスとテラーの観測例では連星中性子星の軌道周期から間接的に重力波を発見したが、BICEP2では、原始重力波が宇宙の晴れ上がり時に誕生した光(宇宙マイクロ波背景放射)に対して残した“Bモード”という偏光パターンを発見し、間接的に重力波を観測する手段をとった。Bモードについてもう少し見てみよう。

インフレーション理論によると、ビッグバン以前に宇宙が急激に膨張するインフレーションという現象が起こるとその影響により重力波が生成される。それは背景重力波と呼ばれて今現在も宇宙に存在し続けており、宇宙誕生から約38万年後に生まれた宇宙マイクロ波背景放射にも影響を及ぼす。宇宙マイクロ波背景放射は光であるため、進行方向と直角方向に振動面をもつ横波となる。ここに、重力波が加わると、Bモードと呼ばれる振動面が渦巻き状になるパターンが現れる。このインフレーションの痕跡でもあり重力波の痕跡であるとされるBモードをBICEP2は観測した(図8)。BICEP2の発表した図からは、渦巻き状のパターンが見受けられるのが分かる。発見当初、この観測結果は原始重力波の証拠であるとされていたのだが、その後いくつかの疑問点が上がり、2015年1月30日、欧州宇宙機関(ESA)などの国際研究チームがこれらの発表は誤りであったと発表した。BICEP2によるBモードの観測は図8からも分かるように確かな事実である。では、なぜ、今回の結果が重力波の痕跡ではなかったのかと言うと、それはBモードの発生原因に関係する。実はBモードの発生原因は原始重力波だけではなく、少なくとも他に2つ候補があり、一つは天体の強い重力で光が

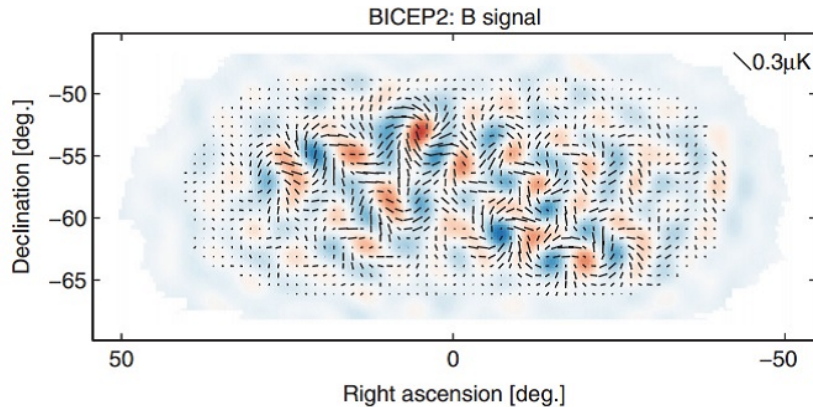


図 8 BICEP2 による宇宙マイクロ波背景放射の偏光 B モードの観測, P. A. R. Ade ほか
Phys. Rev. Lett., **112**, 241101(2014) p11 より

曲げられる“重力レンズ効果”、もう一つは“銀河の塵の効果”となる。この件に関して、Planck 衛星を用いて原子重力波を観測する研究チームとの共同解析を行うことで真偽のほどを検討した結果、今回の B モードは原始重力波の影響ではなく、銀河の塵の効果によるものであるという結論となった。銀河の塵は磁場の影響で向きがそろうため、その塵で反射する光の波の振動方向もそろって偏光し B モードが現れる。この銀河の塵による影響は地球上のどの場所でも起こるもので除去することは厳しいため、今後は宇宙空間など、より塵が少ない空間での観測が期待されている。今回発見された B モードは原子重力波の痕跡ではないという結論になったが、今後原子重力波による B モードが発見されれば、初期宇宙の理論に対し大きな影響を与えることになるだろう。

2.2 共鳴型アンテナと干渉計型検出器

重力波を検出するには、2つの質点とその相対的な距離(または速度)を測定する装置があれば良い。現在までで装置は大きく分けて2種類あり、一つは質点が固定された共鳴型アンテナ、もう一つは質点がフリーの状態(フリーマスと言う)の干渉計型検出器である。

・共鳴型アンテナ

金属でできた大きな共振体(検出器)は重力波によってその共振振動を励起される。その検出器を2つ用意し、重力波以外の原因で両検出器から同じ信号が出てこないように2つを離れた場所に設置する。その際、2点で同時に共振振動、信号が観測されたら、重力波を観測できたということになる。この検出方法では、目的の重力波の周波数に合わせて共振体の共振周波数を調整していくことで検出感度を上げることができる。共鳴型アンテナを用いた最も代表的な観測は、1960年代にウェーバー(J. Weber)によって行われた(図(9))。この時用いられた金属は、重さ1.4t、共振周波数1.66kHzをもつアルミの円柱である。アルミの中央には圧電素子(ピエゾ素子)が取り付けられており、重力波によってアルミの伸縮が起きると、その歪みがピエゾによって電気信号に変えられる仕組みとなっている。この共鳴型アンテナの感度を制限しているのは主に熱雑音であり、感度の改善には、低温にすることや金属の熱損失係数Q値(熱の逃げやすさを示す係数)を高くするという方法がある。ウェーバーの実験では重力波が観測されたとされているが、未だ検証はできていない。この時用いられた共鳴型アンテナは現在、アメリカのシミソニアン博物館にて展示されている。

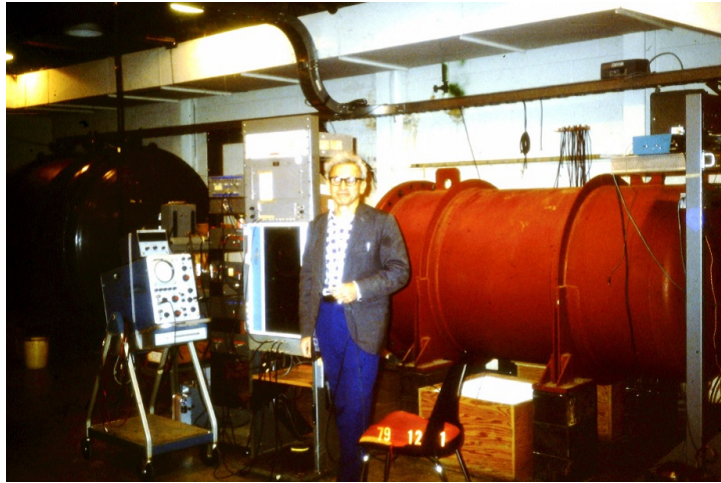


図9 ウェーバー先生と真空槽に入った共鳴型アンテナ (撮影：藤本真克国立天文台名誉教授)

・ 干渉計型検出器

レーザー干渉計を用いて2つの質点(フリーマス)間の相対的な距離を測定し、重力波を検出する方法である。現在の重力波検出器の多くはこの方法を用いており、日本の重力波検出器 KAGRA も干渉計型である。干渉計型検出器の基礎には、Michelson 干渉計というものを用いている。Michelson 干渉計の原理を含め、干渉計型検出器については次節以降で詳しく説明していく。

上記以外にも、2つのフリーマス間の相対的な速度をドップラー効果の原理を用いて電波で測定する“Doppler tracking”という方法がある。この方法では、片方の質点には地球を、もう片方には衛星や宇宙船などを用いる。これは特に宇宙論起源の低周波帯の重力波検出に良いとされている。

2.3 干渉計型検出器

2.3.1 Michelson 干渉計

重力波の観測装置として現在多くの機関で用いられているのは干渉計型重力波検出器であり、その基礎となるのが Michelson 干渉計である(図10)。この実験装置はアメリカのマイケルソンとモーレイという2人の若い科学者によりつくられた。当初は重力波を捉えるためのものではなく、波を伝える媒質「エーテル」という存在を観測するために用いられていた。マクスウェルの電磁気学の登場により光の不変性が示されたが、それは、当時主流だったニュートン力学の考えに反するものだった。エーテルは、ニュートン力学とマクスウェルの電磁気学の間で起きたその矛盾を解決するために考え出された、仮想的な媒質のことである。そして、彼らはこの装置を用い「地球の運動が光速に影響を与えるか」という基礎的問題に取り組み、1887年に「静止エーテルに対する地球の運動の効果はない」というエーテルの存在を否定する結果を実証した。これは、マクスウェルの光速の不変性が正しいことを示しており、つまりニュートン力学に修正が必要であることを示した。これは後のアインシュタインの相対性理論を後押しする実験となった。

Michelson 干渉計は図10のように、1つのレーザー源と3つのミラー、そして1つの光検波器(フォトディテクター)からなる。レーザー源から出たレーザー光は45度の傾きに置かれた半透明鏡(ビームスプリッ

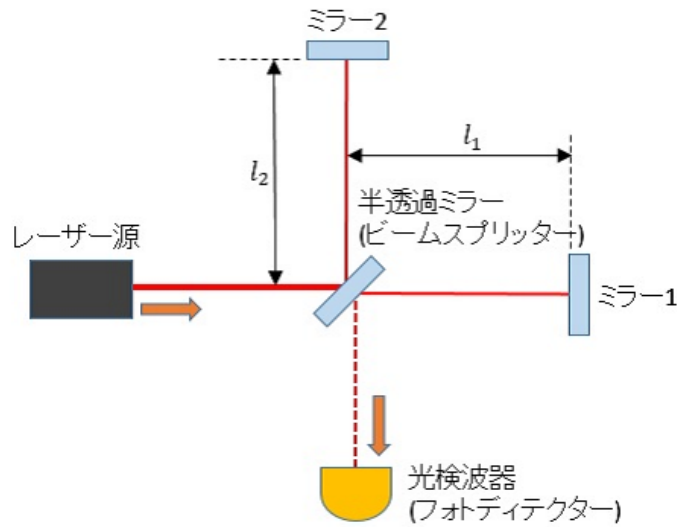


図 10 Michelson 干渉計

ター) によって互いに垂直な 2 つの光線に分けられる。このとき、レーザー光の光量は半々に等しく分けられているとする。分けられた 2 つの光は行先にある各ミラーでそれぞれ反射されビームスプリッターまで戻り、再び 1 つの光になる。そして、再結合された光はフォトディテクターにより検波されることとなる。この時、分けられた 2 つの光の往復路の長さに差がある場合 ($l_1 \neq l_2$)、つまり、光路差がある場合、干渉縞 (信号) が観測される。言い換えると、光路差がない場合 ($l_1 = l_2$) は信号が見られないということである。ちなみにビームスプリッターからミラー 1 (またはミラー 2) までの部位を干渉計の腕と言ひ、その長さのことを干渉計の“基線長”または“腕の長さ”と呼ぶ。

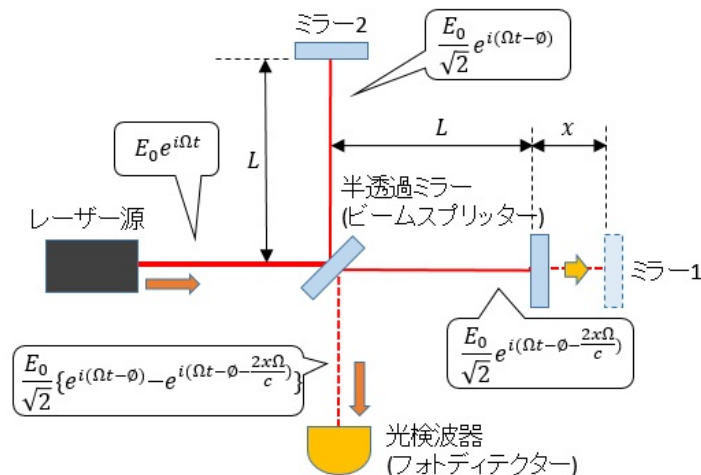


図 11 Michelson 干渉計による信号検出

ここで、実際に Michelson 干渉計の腕を動かしてその応答を見てみよう。まず、両腕の長さが等しい Michelson 干渉計を用意し、図のように片腕だけ距離 x 変化させるとする。この干渉計に以下の電場を持つレーザー光を入射させる。

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (86)$$

このレーザー光をビームスプリッターで 2 分割し、それぞれミラー 1,2 に照射すると、その反射光はそれぞれ以下の式のように周波数 (位相) シフトを受ける。ここで、 $\phi = \frac{2L\Omega}{c}$ は光が長さ L の共振器内を往復することにより起こる位相変化であり、 x 軸方向は長さが $L + x$ なのでさらに長さ x 分の位相変化が起きる。

$$E_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi - \frac{2x\Omega}{c})} \quad (87)$$

$$E_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} \quad (88)$$

このようにレーザー光は物体に照射することで位相シフトを受ける。そして、これらの異なる電場をもつそれぞれのミラーからの反射光をビームスプリッター上で再び干渉させることで、両者の差の周波数と和の周波数をもつ光が発生する。この発生した光は「光ビート」と呼ばれ、今回のように周波数の異なる光同士を重ね合わせるとその周波数差に応じて生じる光の唸りのことである。この光ビートはフォトディテクターで光強度の変化 (光の明暗) として検出される。しかし、光の周波数は数百 THz と非常に高周波 (KAGRA 等で用いる 1064 nm の YAG レーザだと 300 THz) であり、フォトディテクター等の O/E 変換器 (光信号を電気信号に変換する装置) では数 100 THz になる和の周波数の信号を直接電気信号に変換し電気回路で信号処理することはできない。そのため、実際は光の差の周波数のみを光の強度信号として検出することになる。今、出力されるレーザー光の電場が、

$$E_{out} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left(e^{i(\Omega t - \phi)} - e^{i(\Omega t - \phi - \frac{2x\Omega}{c})} \right) \quad (89)$$

であるとする、フォトディテクターで検出される光の強度は以下ようになる。

$$\begin{aligned} P_{out} &= |E_{out}|^2 \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 |E_0|^2 \left(e^{i(\Omega t - \phi)} - e^{i(\Omega t - \phi - \frac{2x\Omega}{c})} \right) \left(e^{-i(\Omega t - \phi)} - e^{-i(\Omega t - \phi - \frac{2x\Omega}{c})} \right) \\ &= \frac{1}{2} |E_0|^2 \left(1 - \frac{e^{i\frac{2x\Omega}{c}} + e^{-i\frac{2x\Omega}{c}}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} P_{in} \left(1 - \cos\left(\frac{2x\Omega}{c}\right) \right) \end{aligned} \quad (90)$$

上式から、光の強度には干渉させた 2 つの光の周波数差の信号成分が含まれ、干渉縞が現れることが明確となる。ちなみに干渉縞は、位相シフト $\frac{2x\Omega}{c}$ を ϕ_- とし、干渉縞の明縞を P_{max} 、暗縞を P_{min} とすると、

$$P_{out} = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} - \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \cos(\phi_-) \quad (91)$$

と表すことができる。また、干渉縞のコントラストは、

$$C \equiv \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}} \quad (92)$$

となる。ちなみにこのように差動信号を抽出するポートを AS ポート、レーザー側をブライトポートと呼ぶ。干渉計の両腕の長さが全く等しいときは、光はブライトポート側に戻り AS ポート側には光が出てこないのだが、この状態をマイケルソン干渉計がダークフリンジにあるという。逆にほとんどの光が AS ポート側に出てくる状態はブライトフリンジと呼び、ブライトフリンジとダークフリンジの中間状態をミッドフリンジと言う。

実際にこの実験を行う場合は、干渉計の鏡に PZT 等のアクチュエータ機器をつけて腕の長さを変えることで位相シフトを起こす等が考えられる。重力波によって物体 (自由質点) 間の距離が変わる場合も、同様にレーザー光の位相シフトが起こるので、重力波の信号を得る場合も以上のようにして光の強度信号を検出すれば良いことが分かる。

2.3.2 重力波の信号と最適な基線長

それでは、実際に Michelson 干渉計に重力波がやってきたとしよう。振幅 h の重力波は干渉計の長さ L の腕を Lh だけ変化させる。この基線長の長さの変化が重力波の信号として検出されるのである。つまり、干渉計の腕 (基線長) が長いほど重力波の信号が大きくなるとうことである。しかし、腕が長すぎると一往復の間に重力波の影響が相殺してしまい信号が減ってしまう。また、地球は丸いので、物理的に直線距離には限界がある。以下、周波数の応答関数から、重力波の波長と最適な基線長の関係を導いてみよう。まず、重力波による位相変化を求める。 x 軸上を往復する光 (角周波数 Ω) を考える。ここで、重力波の位相を $h(t)$ 、干渉計の基線長は L とする。4 次元線素の式より、

$$ds^2 = -(cdt)^2 + [1 + h(t)]dx^2 = 0 \quad (93)$$

$$(cdt)^2 = [1 + h(t)]dx^2 \quad (94)$$

ここで、両辺をそれぞれ積分し $h(t)$ の 1 次の効果まで考慮すると、

$$\delta t = \frac{2L}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}}^t h(t) dt \quad (95)$$

さらに、角周波数 Ω の光を考慮すると、位相変化は以下のようになる。

$$\Delta\Phi = \frac{2L\Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}}^t h(t) dt \quad (96)$$

この時、 $\frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2L}{c}}^t$ が重力波による位相変化を表している。ここで、以下のようにフーリエ変換を行うと、

$$h(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega : \text{フーリエ変換} \quad (97)$$

$$\delta\Phi(\omega) = \frac{\Omega}{\omega} \sin L\omega c e^{-\frac{iL\omega}{c}} h(t) \quad (98)$$

となる。上式の $\frac{\Omega}{\omega} \sin \frac{L\omega}{c} e^{-\frac{iL\omega}{c}}$ の部分が重力波の応答関数にあたる。応答関数より、重力波の波長と最適な基線長の長さの関係は、

$$L = \frac{\lambda_{GW}}{4} \quad (99)$$

となる。これは、レーザー光が干渉計の腕を往復する間に重力波が半波長通過するということである。以上より、最も最適な基線長は、重力波の半波長であることが導き出された。波長 λ (m) = 光速度 c (=

$3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ÷ 周波数 f の関係から、例えば、 $1 \text{ kHz} (\lambda (\text{m}) = 3.0 \times 10^5 \text{ m})$ の重力波では、基線長は 75 km となる。

$$\lambda = \frac{3.0 \times 10^8 (\text{m/s})}{1000 (\text{Hz})} = 3.0 \times 10^5 \text{ m} \quad (100)$$

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{3.0 \times 10^5 (\text{m})}{4} = 7.5 \times 10^4 \text{ m} = 75 \text{ km} \quad (101)$$

しかし、このような大きさの干渉計を地球上でつくる事は現実的ではなく、実際には別の方法で重力波信号を大きくしようと試みている。1つ目が Delay-Line 共振器を Michelson 干渉計に組み込むことであり、2つ目が Fabry-Perot 共振器を Michelson 干渉計に組み込むことである。両方式とも干渉計の腕でのレーザー光の滞在時間を伸ばし、実効的に基線長を増やすことができる。この2つの方式については次の節で説明する。

2.3.3 Delay-Line 共振器と Fabry-Perot 共振器

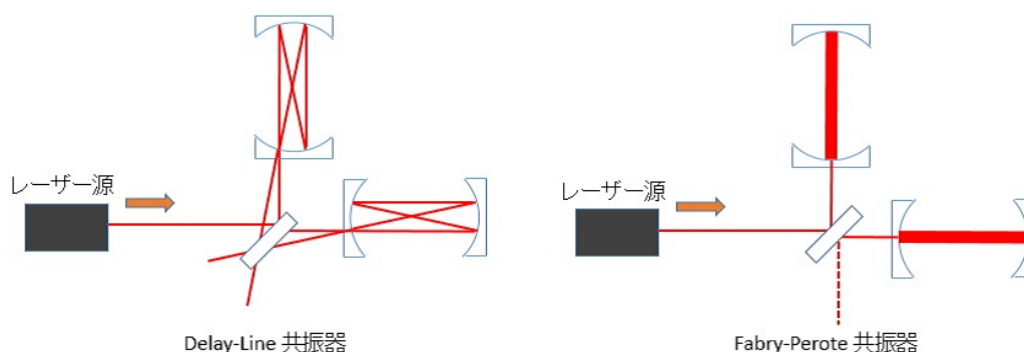


図 12 干渉計の基線長を実効的に伸ばす 2 つの方法

・ Delay-Line 共振器

Delay-Line 共振器は 2 枚のミラーを向かい合わせた構成で、鏡の 1 ヶ所にレーザー光を通すための穴が開いている (図 12 の左)。2 枚のミラーの間隔を球面鏡の曲率半径とほぼ等しくなるように置くと、穴から入射したレーザー光はミラー間 (共振器内) を何回か往復した後、再び穴の位置に戻って出てくる。このときのレーザー光の共振器内での滞在時間は折り返し回数を N とすると、単純に次のようになる。

$$t_{DL} = N \frac{L}{c} \quad (102)$$

・ Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 共振器も 2 枚の鏡を向かい合わせた構成だが、光の入出力は有限の透過率をもつ鏡をレーザー光が透過することで行われる (図 12 の右)。ミラーを透過して共振器内部に入ったレーザー光は、2 枚の鏡の反射面の間を同一の経路で何回も往復し干渉し合う。干渉とは波の重ね合わせのことであり、位相がそろった波は振幅が足し算で大きくなり、内部の光パワーを増加させる。これを“光共振”といい、このときの共振条件 (位相がそろった条件) は、光の往復経路長が波長の半整数倍のときであることが分かっている。共振は実効的な往復回数が多いほど鋭くなる。ちなみに、Fabry-Perot 共振器における実効的な折り返し回数は finesse と言

い、次式で表される。

$$F = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (103)$$

例えば、重力波の周波数を 500 Hz としたとき、長さ 3 km の共振器における最適な finesse は約 40 である。また、Fabry-Perot 共振器の場合はこの finesse を用い、共振器の光線の滞在時間を表すことができる。

$$t_{FP} = \frac{2F}{\pi} \frac{2L}{c} \quad (104)$$

Delay-Line 共振器は穴の縁での散乱光による非線形の雑音が混入して所々の周波数で応答関数が小さくなったり、鏡面上のスポットが重ならないために大きな口径の鏡が必要になるなどの欠点があるため、近年の重力波検出では Fabry-Perot 共振器が採用されている。Fabry-Perot 共振器については次節でもう少し詳しく述べる。

2.3.4 Fabry-Perot Michelson 干渉計

光路長をかせぐために Fabry-Perot 共振器を導入した Michelson 干渉計のことを、Fabry-Perot Michelson 干渉計と呼ぶ。ここでは、Fabry-Perot 共振器を導入することによって入射光がどのように変化し信号がどのように増幅するのかを確認する。

2.3.4.1 Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 共振器における光の変化を見てみよう。今、図 13 のように、共振器長が L 、共振器をつくっている鏡を光源に近い方からフロントミラー、エンドミラーと言い、反射率をそれぞれ r_F, r_E とした Fabry-Perot 共振器を用意する。そこに電場 E_{in} をもつ光が入射して内部で何回か折り返した後、電場 E_r となりフロントミラーから反射光、または電場 E_t となりエンドミラーから透過光として出ていく場合を考える。

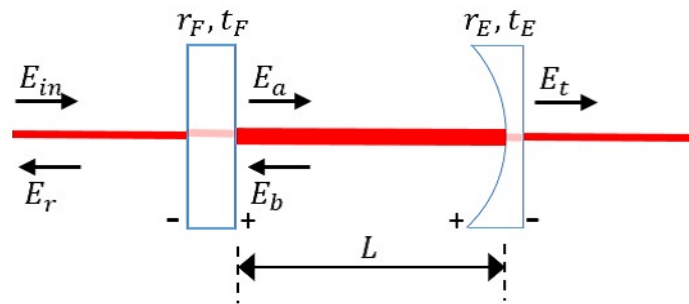


図 13 Fabry-Perot 共振器

今、入射電場を、

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (105)$$

とする。共振器周辺の各電場は、

$$E_a = t_F E_{in} + r_F E_b \quad (106)$$

$$E_b = r_E e^{-i\frac{2L\Omega}{c}} E_a \quad (107)$$

$$E_r = t_F E_b - r_F E_{in} \quad (108)$$

$$E_t = t_E e^{-i\frac{L\Omega}{c}} E_a \quad (109)$$

のように表せるので、これを連立方程式として解くと、

$$E_a = \frac{t_F}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} E_{in} \quad (110)$$

$$E_b = \frac{t_F r_E e^{-i\phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} E_{in} \quad (111)$$

$$E_r = \left(r_F - \frac{t_F^2 r_E e^{-i\phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} \right) E_{in} \quad (112)$$

$$E_t = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} E_{in} \quad (113)$$

となる。ここで、 ϕ は光が共振器内を往復した時の位相変化 ($\phi = \frac{2L\Omega}{c}$) である。この時、反射光の強度 P_r と透過光の強度 P_t は以下ようになる。

$$P_r = |E_r|^2 = \frac{(r_E - r_F)^2 + 4r_F r_E \sin^2(\frac{\phi}{2})}{(1 - r_F r_E)^2 [1 + (\frac{2}{\pi})^2 F^2 \sin^2(\frac{\phi}{2})]} |E_{in}|^2 \quad (114)$$

$$P_t = |E_t|^2 = \frac{(t_F t_E)^2}{(1 - r_F r_E)^2 [1 + (\frac{2}{\pi})^2 F^2 \sin^2(\frac{\phi}{2})]} |E_{in}|^2 \quad (115)$$

ここで、 F は前節ででてきた finesse である。

$$F = \frac{\pi \sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E} \quad (116)$$

また、 E_r と E_t をそれぞれ E_{in} と比較することで、共振器の反射率 $r_{cav}(\phi)$ と透過率 $t_{cav}(\phi)$ を表せる。

$$r_{FP}(\phi) = \frac{E_r}{E_{in}} = r_F - \frac{t_F^2 r_E e^{-i\phi}}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} \quad (117)$$

$$t_{FP}(\phi) = \frac{E_t}{E_{in}} = \frac{t_F t_E e^{-i\frac{\phi}{2}}}{1 - r_F r_E e^{-i\phi}} \quad (118)$$

この時、鏡の光学損失を無視すると、 $|r_{FP}|^2 + |t_{FP}|^2 = R + T = 1$ である。ちなみに、実際に実験等で用いる鏡のスペックシートに書かれている反射率は、 r ではなく $r^2 = R$ の値である。ここで、FP 共振器内の光量を表した図を見てみよう。図 14 は横軸が周波数、縦軸が Fabry-Perot 共振器内の光量であり、周期的に共振器内の光量が変わることが見てとれる。図中の P のように共振器内にたまる光量が最も多い時を共振、 Q のように共振器内にたまる光量が最も少ない状態を反共振と言う。共振になる条件は、

$$\phi = 2n\pi \quad (n = \text{自然数}) \quad (119)$$

であり、反共振になる条件は、

$$\phi = (2n + 1)\pi \quad (n = \text{自然数}) \quad (120)$$

となる。この時、図 14 から分かるように共振と反共振は周期的に表れるのだが、その周期のことを *Free Spectral Range*(FSR) と言い、次のように表せる。

$$\frac{2L\Omega_{FSR}}{c} = 2\pi \quad (121)$$

$$f_{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (122)$$

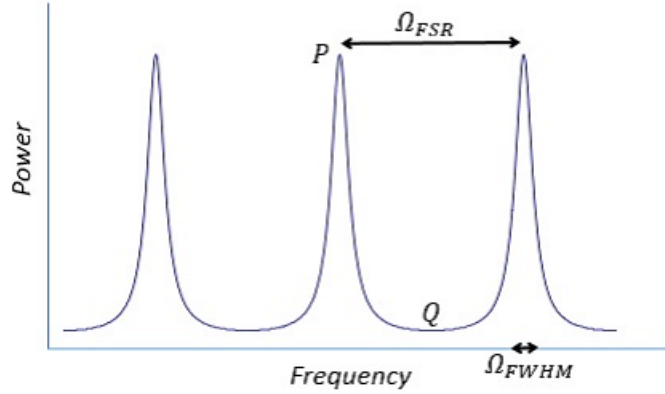


図 14 Fabry-Perot 共振器内の光量

また、共振のピークの半分の幅を半値全幅 (*Full Width at Half Maximum*) と言い、 f_{FWHM} で表すと以下の式を満たす。

$$\frac{1}{1 + \frac{4}{\pi^2} F^2 \sin^2\left(\frac{\pi L f_{FWHM}}{c}\right)} = \frac{1}{2} \quad (123)$$

ここで、 $f_{FWHM} \gg f_{FSR}$ とすると、

$$f_{FWHM} = \frac{c}{\pi \sqrt{F} L} = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}} \frac{c}{L} \quad (124)$$

となる。そして、 f_{FSR} と f_{FWHM} の比をとると、共振のピークの鋭さを表すことができる。

$$\begin{aligned} F &= \frac{f_{FSR}}{f_{FWHM}} \\ &= \frac{\pi \sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E} \end{aligned} \quad (125)$$

この式から分かるように、この共振の鋭さを表す値は先ほどから登場している *finesse* のことであり、鏡の反射率のみで決定されることが分かる。例えば、*finesse* の高い共振器をつくる時にはエンドミラーの反射率はほぼ 1、つまり、 $r_F \ll r_E \simeq 1$ でなければならないので、その時はフロントミラーの透過率で *finesse* が決定される。

$$F \simeq \frac{2\pi}{T_F} \quad (126)$$

2.3.4.2 共振と反共振

共振器内では周波数により光は共振したり反共振したり、その状態が変化することが分かった。ここでは、共振と反共振における信号の変化について考えてみよう。今、入射したレーザー光 (以下、キャリアと言う) が Fabry-Perot 共振器で共振状態にあるとする (図 15 の左)。そして、その状態から共振器のエンドミラーが角周波数 ω で振動したとする。振動するエンドミラーにキャリアが到達するとドップラー効果により、キャリア (低周波成分) から $\pm i \frac{L\omega}{c}$ だけ位相シフトしたサイドバンドと呼ばれる高周波成分が生成される。このサイドバンドは、Michelson 干渉計の節で出てきた信号成分に相当する。つまり、腕の変動による信号の情報は

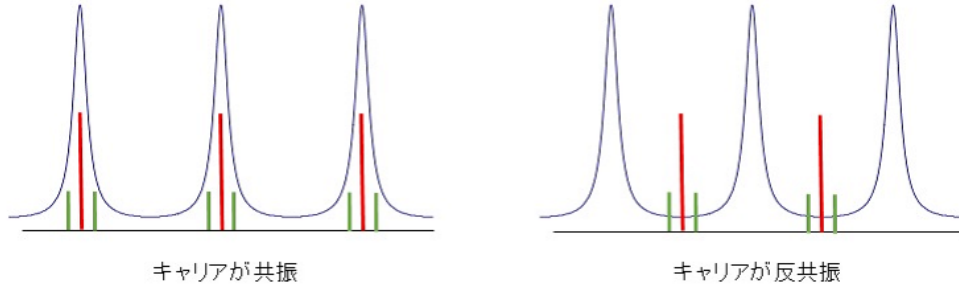


図 15 キャリアの共振 (図の左)、キャリアの反共振 (図の右)

サイドバンドを持っているということである。キャリアと生成されたサイドバンドが共振器内を往復していくと、エンドミラーに到達するごとに位相シフトが起き新たにサイドバンドを生成するので、信号成分が増えていくこととなる。

では、実際に式で見てみよう。今、Fabry-Perot 共振器を導入した Michelson 干渉計 (Fabry-Perot Michelson 干渉計) を用意する。キャリアの電場を

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (127)$$

とし、ビームスプリッターで分けた後、長さ L の腕を持つ Fabry-Perot 共振器に入射させる。この時、共振器のエンドミラーは両腕共に $\delta L \cos(\omega t)$ で振動しているとする、キャリアが 1 回目にエンドミラーに到達したときの電場は、マイケルソン干渉計の時と同様に考えて、

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i(\Omega t - \frac{2\Omega(L + \delta L \cos(\omega t))}{c})} \quad (128)$$

$$E_y = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i(\Omega t - \frac{2\Omega(L - \delta L \cos(\omega t))}{c})} \quad (129)$$

と書ける。ここで、 $\delta L \ll 1$ とすると、

$$e^{i \frac{2\Omega \delta L \cos(\omega t)}{c}} \simeq 1 + i \frac{2\Omega \delta L}{c} \cos(\omega t) \quad (130)$$

$$= 1 + i \frac{2\Omega \delta L}{c} \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \right) \quad (131)$$

$$= 1 + \frac{i\Omega \delta L}{c} e^{i\omega t} + \frac{i\Omega \delta L}{c} e^{-i\omega t} \quad (132)$$

となるので、それぞれ電場は以下のように書き換えられる。

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\Omega(t - \frac{2L}{c})} \left(1 + i \frac{\Omega \delta L}{c} e^{i\omega t} + i \frac{\Omega \delta L}{c} e^{-i\omega t} \right) \quad (133)$$

$$E_y = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\Omega(t - \frac{2L}{c})} \left(1 - i \frac{\Omega \delta L}{c} e^{i\omega t} - i \frac{\Omega \delta L}{c} e^{-i\omega t} \right) \quad (134)$$

となる。それぞれ式 (133) と式 (134) の 1 項目が新しいキャリア成分となり、2 項目と 3 項目がキャリア周りに生成されたサイドバンド成分であり、それぞれ Upper サイドバンド、Lower サイドバンドと呼ぶ。これら

の式からサイドバンドに信号が乗っているのが分かる。また、図 16 からサイドバンドはキャリアから 90 度ずれて、Upper サイドバンドは反時計回り、Lower サイドバンドは時計回りにキャリアの周りを回っていることが分かる。

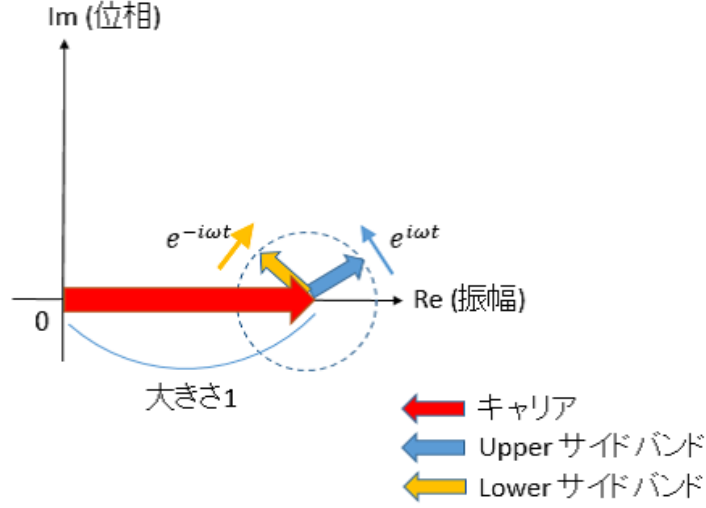


図 16 キャリア周りに生成されたサイドバンド

ここで、共振器を n 回折り返した電場を考える。今、キャリアの電場を $E_c(\Omega)$ 、Upper サイドバンドの電場を $E_U(\Omega + \omega)$ 、Lower サイドバンドの電場を $E_L(\Omega - \omega)$ とすると、 $(n-1)$ 回往復した時の電場を用いて、

$$\begin{pmatrix} E_c(\Omega) \\ E_U(\Omega + \omega) \\ E_L(\Omega - \omega) \end{pmatrix}_n = r_F r_E \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ i\epsilon e^{i\frac{L\omega}{c}} & e^{2i\frac{L\omega}{c}} & 0 \\ i\epsilon e^{-i\frac{L\omega}{c}} & 0 & e^{-2i\frac{L\omega}{c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_c(\Omega) \\ E_U(\Omega + \omega) \\ E_L(\Omega - \omega) \end{pmatrix}_{n-1} \quad (135)$$

と書ける。ここで、 $\epsilon = \frac{\Omega \delta L}{c}$ であり、サイドバンドの振幅成分である。以上より、

$$E_U(\Omega + \omega)|_n = t_F t_E (r_F r_E)^{n-1} i\epsilon e^{i\frac{\omega L}{c}} \frac{1 - e^{2in\frac{\omega L}{c}}}{1 - e^{2i\frac{\omega L}{c}}} E_0 \quad (136)$$

$$E_L(\Omega - \omega)|_n = t_F t_E (r_F r_E)^{n-1} i\epsilon e^{-i\frac{\omega L}{c}} \frac{1 - e^{-2in\frac{\omega L}{c}}}{1 - e^{-2i\frac{\omega L}{c}}} E_0 \quad (137)$$

よって、最終的に Fabry-Perot 共振器から出てくる光は、以下のような電場をもつ。

$$\begin{aligned} E_{out} &= r_{FP}(\phi = 2n\pi)E_0 + t_F \sum_{n=1}^{\infty} (E_U(n) + E_L(n)) \\ &= \frac{-r_F + r_E}{1 - r_F r_E} E_0 + \frac{(1 - r_F^2)r_E \epsilon e^{i\frac{\omega L}{c}}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{2i\frac{\omega L}{c}})} E_0 + \frac{(1 - r_F^2)r_E \epsilon e^{-i\frac{\omega L}{c}}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{-2i\frac{\omega L}{c}})} E_0 \end{aligned} \quad (138)$$

ここで、 $r_F = 0$ の時、共振器のない場合 (Michelson 干渉計) となる。Fabry-Perot Michelson 干渉計の時のサイドバンドの振幅を Michelson 干渉計の場合と比較してみると、

$$\left| \frac{(1 - r_F^2)r_E \epsilon e^{\pm i\frac{\omega L}{c}}}{(1 - r_F r_E)(1 - r_F r_E e^{\pm 2i\frac{\omega L}{c}})} E_0 \right| / \left| r_E \epsilon e^{\pm i\frac{\omega L}{c}} E_0 \right| = \frac{4}{T_F \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\gamma})}} \quad (139)$$

となる。ここで、 $r_F \equiv r_E = 1$ という近似を用いた。式から、Fabry-Perot 共振器により、信号が $\frac{4}{T_F \sqrt{1+(\frac{\omega}{\gamma})^2}}$ だけ増幅されるということが分かった。また、 $\gamma \equiv \frac{cT_F}{4L}$ とした。これはキャビティポールと呼ばれる値であり、増幅率が 50% となる角周波数である。キャビティポール以下の周波数では $\frac{4}{T_F}$ 倍、キャビティポール以上では増幅率が急激に落ちることが分かる。また、キャリアが反共振のときを考えると (図 15 の右)、キャリアはほとんどフロントミラーで反射してしまっているので Fabry-Perot 共振器による位相シフトをほとんど受けず、それに伴うサイドバンドが生成されなくなる。つまり、キャリアが反共振の場合は、共振の時のように Fabry-Perot 共振器で信号の増幅が行われないということが分かる。

2.3.5 Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計

Fabry-perot Michelson 干渉計 (FPMI) に Power Recycling Mirror (PRM) を組み込んだ干渉計である (図 17 の左)。図のように PRM をビームスプリッターの手前に取り入れると PRM と FPMI のフロントミラーの間でレーザー光のキャリア成分が何回も往復し、レーザーパワーを増加することができる。このように PRM と FPMI のフロントミラーでつくられているキャビティのことを Power Recycling Cavity (PRC) と呼ぶ。

2.3.6 Dual-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計

FPMI に PRM と Signal Recycling Mirror (SRM) を組み込んだ干渉計である (図 17 の右)。SRM は入射レーザーに対し垂直方向の腕の直線上で、かつビームスプリッターとフォトディテクターの間に設置される。PRC と同様に、SRM と FPMI のフロントミラーでつくられているキャビティのことを Signal Recycling Cavity (SRC) と呼び、信号成分を増幅するのに用いる。例えば、Michelson 干渉計がダークフリンジに保たれているとフォトディテクタのある AS ポート側にはキャリア成分は存在せず、差動信号のみ SRC でリサイクリングできる。そのため、SRC は重力波によって生じた差動信号のみを増幅させる役割をもつ。

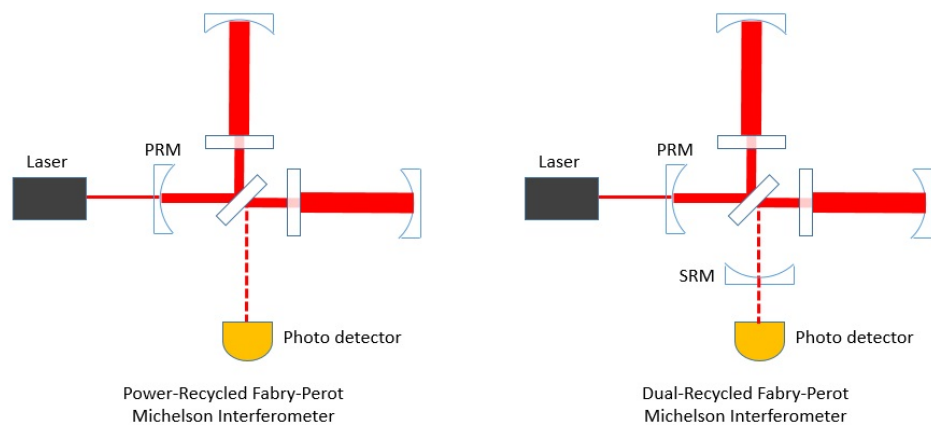


図 17 左図 : Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計、右図 : Dual-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計 (図の右)

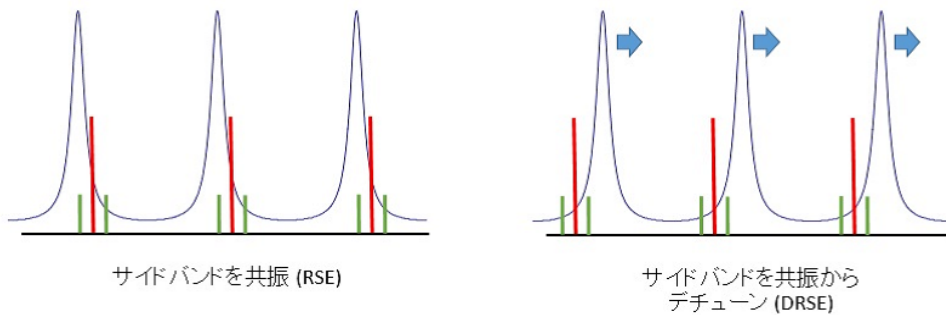


図 18 左図：RSE、右図：DRSE

2.3.7 Resonant Signal Extraction

腕共振器内での光の実効的な滞在時間が長くなると、それより周期の短い重力波による位相変調は打ち消し合って信号が消えてしまう。*Detuned Resonant Signal Extraction*(RSE)とは信号が相殺する前に抽出する方法であり、それにより高周波の信号増幅を実現できる。また、RSEは腕共振器内でパワーを増幅するため、レーザー光の入射パワーを低く設定できる。これはビームスプリッターやインプットミラーの熱問題(熱レンズ効果等)を解決することができる。

2.3.8 Detuned Resonant Signal Extraction

これまでは、SRCについて共振もしくは反共振の2通りのみを議論してきたが、それらの中間的な状態で干渉計を動作させることも可能である。図18の右図のように信号を共振状態からあえてずらすことをdetuneと言い、その状態で信号の検出を行う方法を*Detuned Resonant Signal Extraction*(DRSE)と言う。信号成分をdetuneすると信号サイドバンドのうち片方が周波数と共に共振に近づき、もう片方は遠ざかる。そして、ある周波数でどちらかの信号サイドバンドが共振する。そのため、狭帯域で干渉計感度を改善することができる。

2.4 干渉計の感度と雑音

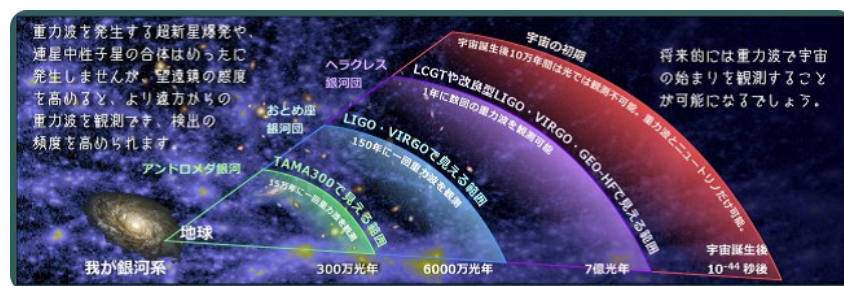


図 19 干渉計の感度と見える世界 (KAGRA の HP より)

2.4.1 干渉計の感度と見える世界

重力波は高い透過力を持つため、将来的には、重力波によって宇宙の始まりを観測することも期待されている。しかし、より遠方からの重力波を捉え検出の頻度を上げるためにはそれに応じた感度の優れた検出器が必要となる。そのため、重力波の検出には、観測装置である干渉計の感度を高める必要がある。この章では、干渉計の感度向上の妨げとなる雑音について、そしてその雑音の除去技術について紹介する。

2.4.2 様々な雑音と感度限界

2.4.2.1 レーザー干渉計における様々な雑音

重力波は大変小さな信号として検出される為、重力波の検出は雑音との戦いになる。つまり、干渉計の感度を上げるためには雑音の低減が必須となる。雑音には技術的な雑音と原理的な雑音がある (図 20)。技術的な雑音には、レーザー周波数雑音、レーザー強度雑音、検出器の雑音、制御系の雑音 (電気雑音)、散乱光による非定常雑音等が挙げられる。これらの雑音は技術的な雑音のため、機器の調節により減少させることが可能である。一方で、原理的な雑音は機器の調節では下げることができない。そのため、干渉計を重力波検出器として用いる際には、原理的な雑音が特に問題となる。なぜならば、原理的な雑音が干渉計の感度限界を決めるからである。ここに主な原理的な雑音を上げる。

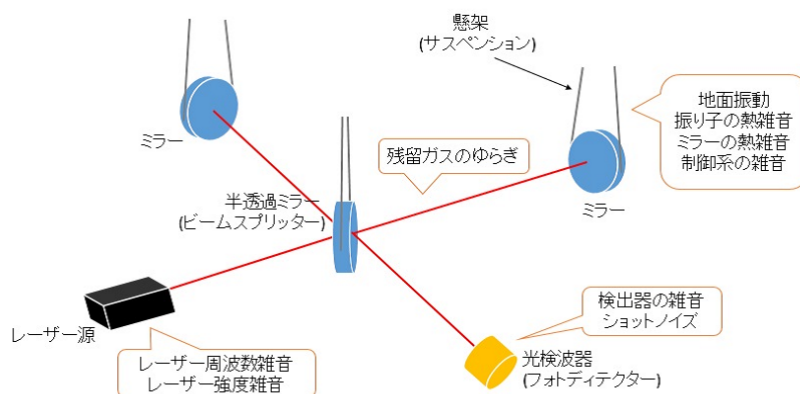


図 20 様々な雑音

- (1) 地面振動雑音
- (2) 熱雑音
- (3) 量子雑音 (ショットノイズ)
- (4) 輻射圧雑音

図 21 は各周波数における原理的な雑音のノイズレベルを示している。周波数により支配的な雑音が変わり、低周波数領域 (10 Hz 以下) においては地面雑音が支配的となり、熱雑音や輻射圧雑音が中間帯域 (10~100 Hz) の感度を制限し、高周波帯 (100 Hz 以上) はショットノイズが支配していることが分かる。

KAGRA も含め干渉計検出器では特にショットノイズが問題となる。ショットノイズとは、レーザー光が光

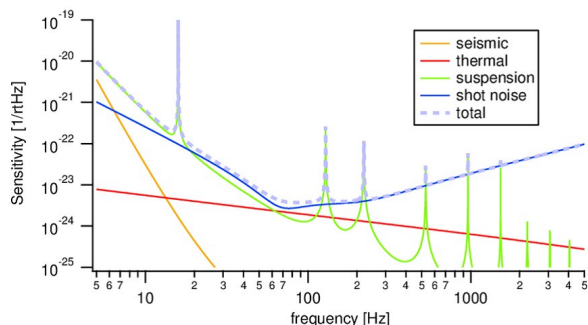


図 21 KAGRA のノイズレベルを表す感度曲線。全体の感度は各ノイズレベルの曲線を合計することで表されている。

子の集まりであるため、その光子のばらつきによって生じるレーザー光の強度揺らぎによる雑音のことである。例えば単位時間当たり平均で 100 個の光子が入射している時に毎回 10 個程の揺らぎがあるというように、ショットノイズは光子数の平方根に比例することが分かっている。この時、光の信号は本来の 100 個の光子に比例するはずなので、信号と雑音の比 (S/N) を考えると、光子数の平方根に比例して信号が見えるようになる。光子数はレーザーパワーに比例するので、入射パワーが大きいほど詳細な光子揺らぎを読み取れるようになる。S/N は干渉計の感度の指標に用いられる。周波数 f_{GW} の重力波に対して検出器の感度が最適となっている時、ショットノイズの検出限界は、以下の式で表されることが分かっている。

$$h_{shot} = 10^{-21} \left(\frac{f_{GW}}{1 \text{ kHz}} \right) \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1 \text{ } \mu\text{m}} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{P} \right) \left(\frac{\Delta f_{GW}}{1 \text{ kHz}} \right)} \quad (140)$$

Δf_{GW} は測定のコンド幅、 λ と P はそれぞれ用いるレーザーの波長とパワーを示す。この式から 1 kW のレーザー光が必要となるが、PRC を用いることで数 W のレーザー源でも可能となる。

2.4.2.2 雑音の低減

第二世代検出器では先端技術により、原理的雑音を減少されることが見込まれている。地面は地震以外にも常に微小に振動しており、サスペンションなどの防振装置を用いたり元々地面振動の少ない場所を選択することで低減させることができる。また、十分に外乱が減ると鏡表面や吊るしている振り子の熱統計力学的な熱振動(熱雑音)が見えるようになるが、これには温度を下げるとこや、高純度の合成石英やサファイヤなどの単結晶など機械的な損失の少ない材質の鏡を用いることが効果的である。KAGRA でもこれらの技術を用いて原理的雑音の低減を行う(詳細は次の KAGRA の項を参照)。また、主に干渉計の感度を制限しているショットノイズに関しては PRC 内でレーザーパワーを上げて信号を増やすことで改善することができる。実際に第二世代検出器 (Ad-LIGO、KAGRA、Ad-VIRGO) では PRC,RSE を採用予定であり、デザイン感度はおよそ $h = 10^{-24} (1/\sqrt{\text{Hz}})$ となっている。ちなみにレーザーパワーは、以前は約 10 W クラスの Nd:YAG 光源を用いていたが、第二世代型では 100 W クラスのレーザーが用いられる予定である。



図 22 世界の重力波検出器 (KAGRA の HP より)

2.5 世界の重力波検出器

ここでは世界の干渉計型重力波プロジェクトを紹介する。重力波検出器の開発研究は主に、アメリカ、ヨーロッパ（ドイツ、イギリス、イタリア、フランス、オランダ）、日本にて行われている。また、オーストラリアやインドでも重力波検出器の研究が進められている。まずは現在稼働中または建設中の地上型重力波検出器に着いて述べ、その後に宇宙空間で用いる重力波検出器（宇宙型重力波検出器）、最後に最新の Einstein Telescope について述べる。

< LIGO > < aLIGO >

LIGO は正式名称を “ The Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory ” といい、現在、アメリカ (Hanford, WA, and Livingston, LA) で稼働中の重力波検出器である。干渉計の基線長は 4 km で、PRFPMI の方式で運転している。2002 年夏に初観測を実地しその後の感度向上で設計時の要求感度をほぼ実現し、2 台の 4 km 干渉計は 15Mpc の距離にある連星中性子星の合体を S/N が 8 で検出する感度に到達した。Initial - LIGO, Enhanced - LIGO と開発が進められ、現在は感度をさらに 1 桁上げた aLIGO 計画 (2010 年～) が進行中である。

< GEO600 > < GEO-HF >

ドイツのハノーバー近郊に設置された 1200 m の腕を折り返し 600 m の真空パイプ内に収めた形の DRMI 方式の干渉計である。1995 年に建設が開始され 2002 年に LIGO との同時観測を行った。

< Virgo > < AdVirgo >

イタリアのピサ郊外に設置された基線長が 3 km の PRFPMI 方式の干渉計である。2007 年から観測を開始し、現在では aLIGO と同様の感度を目指しアップグレードを行っている。低周波帯で高感度を得るために用いる、倒立振り子と幾何学的な反バネとフィルターを合体させた高さ 10 m 以上の低周波防振装置が特徴的である。この装置を改良し小型化したものを日本の TAMA でも使われた。

< TAMA300 >

東京都三鷹市の国立天文台内に設置された、基線長が 300 m の PRFPMI 干渉計である。TAMA300 は 1999

年、世界の先陣を切って重力波の観測を開始した、日本の初期の大型重力波検出器である。この干渉計は本格的な重力波検出を目指す次期計画のための干渉計技術の開発とその有用性の実証が目的である。また、銀河近傍における重力波の探査が可能となる性能のレベルを調査することも目標であった。達成した感度は 70 kpc 離れた連星中性子星の合体が S/N を 10 で検出できるレベルであった。この TAMA300 の実績に基づいて現在建設が進められているのが、第二世代重力波検出器「KAGRA」となる。

< KAGRA >

KAGRA については項目に分けて紹介する。

・KAGRA とは

KAGRA は LCGT(Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope) の愛称であり、日本の岐阜県の神岡鉱山内に建設中の 3 km の干渉計の腕をもつ大型低温重力波検出器である。低温観測は 2017 年に開始される予定であり、重力波の直接観測が期待されている。

・KAGRA の目的

KAGRA の目的は重力波天文学という新しい天文学の分野を確立することである。現在、世界で最も感度の良い LIGO でも、数 100 年に 1 度の重力波イベントを捉える能力となっている。そこで、KAGRA を含めた世界の第二世代型重力波観測グループは、感度をさらに 10 倍に改善することで 1 年に数回の重力波イベントの観測能力を目指している。また、KAGRA では特に太陽質量の約 1.4 倍の質量をもつ連星中性子星合体から放出される重力波の検出を目指している。

・KAGRA の目標感度

太陽質量の約 1.4 倍の質量をもつ連星中性子星の合体は、地球から約 200 Mpc 以内の領域において年に 1 回生じると考えられている。そこで KAGRA の具体的な目標としては、240 Mpc 離れた $1.4M_{\odot}$ の連星中性子星合体から発生した重力波を S/N を 10 で捕らえることを掲げている。これを達成するためには 100 Hz 付近で $h = 3 \times 10^{-24} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ 程度の感度をもつ干渉計を建設する必要がある。これは TAMA300 の目標感度より 2 桁良いものとなっている。この目標感度を達成する為、以下のことを行い、地面雑音 (seismic noise) や熱雑音 (thermal noise) を大幅に減らし、感度の向上を目指している。

- (1) 基線長を 3km にする (TAMA300 より 1 桁大きい)
 - (2) 地面振動が静かな神岡鉱山に干渉計を設置
 - (3) 優れた防振系を導入
 - (4) 鏡やその懸架系の冷却
- (2) と (4) に関しては他の検出器にはない、日本が初めて行う試みである。

(2) 神岡鉱山内 (地下) に設置する

地面は風や打ち寄せる波、地球自身の固有振動で常に振動している。そこで、地下に設置することで地面振動を低減し、かつ温度や湿度の安定した環境を得ようということである。実際に神岡鉱山内の振動は地上の 1/100 まで小さくなる。これは重力波検出装置を長時間運転するのに有利な条件である。同様に神岡鉱山内に建設されたプロトタイプ検出器 LISM では、簡素な制御で 1 週間以上の連続運転が可能であることを示した。

- (4) 検出器にサファイヤの光学素子を用い、マイナス 253°C に冷却する



図 23 神岡鉱山トンネル (2014 年 10 月撮影)

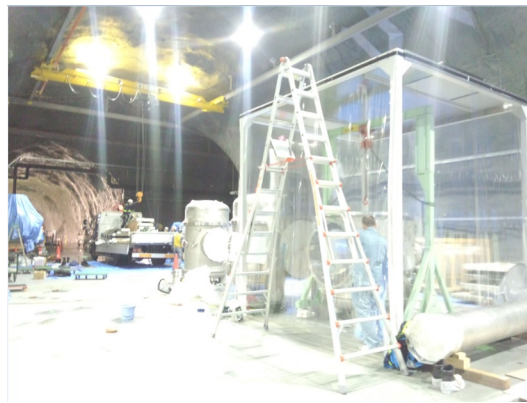


図 24 入射光学系の組み立て (2014 年 10 月撮影)

光学素子を冷却することで検出器の感度を制限していた熱雑音をさらに低減することを目標としている。プロトタイプの CLIO にて低音鏡を栄養した検出器の実証実験が行われている。

<宇宙型重力波検出器>

重力波によって引き起こされる衛星間の距離のごく微小な変化を、レーザー干渉計を用いて計測する。ヨーロッパの宇宙型重力波検出器「Laser Interferometer Space Antena(LISA)」、日本の宇宙型重力波検出器「Decihertz Interferometer Gravitational wave Observatory(DECIGO)」がある。LISA は 3 つのフリーマス (衛星) から成る基線長 500 万 km の三角形型の干渉計型検出器で、2030 年半ばに衛星軌道に打ち上げられ、観測が開始される予定である。LISA のプロトタイプとして LISA パスファインダーの打ち上げが本年度に予定されている。一方、DECIGO もそれぞれ 1,000 km 離れた 3 つの衛星から構成されており、LISA と同様に DECIGO パスファインダーの計画が進められている。KAGRA では 3 つの衛星に搭載したミラーをマイケルソン干渉計のように扱っており、1,000 km 離れたレーザー源から来た光を別の衛星に搭載されたエンドミラーで打ち返す。LISA では 1 つの衛星から放ったレーザー光をもう一方の衛星で受けとり、その情報を読み取り新たなレーザーとして打ち返す形をとっている。これらの宇宙型重力波検出器はその基線長の長さから、地上型重力波検出器ではできない mHz 帯の重力波の検出が可能となる。また、基線長だけでなく、宇宙空間で

は地面振動による低周波での感度の制限もないので低周波帯の重力波検出にも有利である。さらに、地球型重力波検出器では真空槽を用いて感度の向上を行っているが、宇宙空間は元々真空に近いという利点がある。しかし、長い基線長間をレーザーを往復させるには非常に高い技術が必要であり、また検出機器の設置には衛星で打ち上げなければならないなど、大きな課題もある。

< Einstein Telescope(ET 計画) >

各辺(各腕)を10kmとした正三角形型重力波検出器であり、地下に設置される。低温と高温に対応する2つの干渉計の組み合わせを1ペアとして、それを3ペア用意し正三角形をつくることで、広い帯域で高感度を目指す。また、ETとKAGRAの間ではワークショップなどを通し、より感度の良い次世代の重力波検出器の製作を目指し共同研究を行っている。

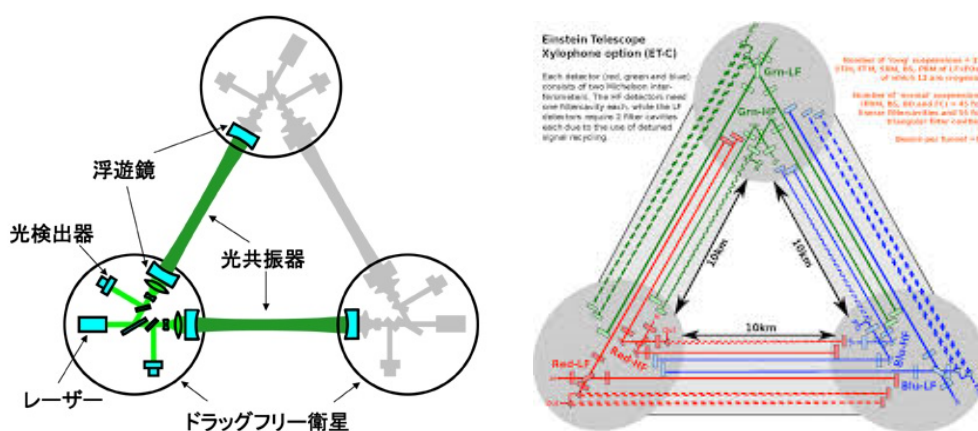


図 25 左図: DECIGO の概略図 (DECIGO の HP より)、右図:Einstein Telescope(ET の HP より)

3 干渉計における信号検出と制御

干渉計は高い感度を保つために最適な動作点に保持(制御)されている必要がある。ここでは、まず初めに干渉計の自由度と制御方法について示した後、その制御に必要なとなる信号を検出するための様々な方法を紹介する。

3.1 干渉計の自由度

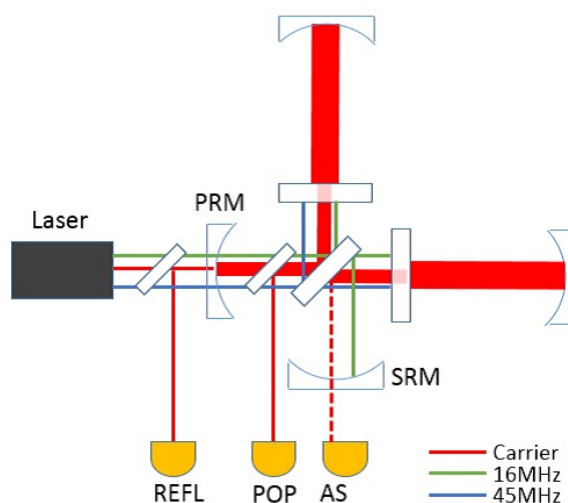


図 26 KAGRA の自由度

干渉計には長さという自由度があり、それぞれを最適な長さに制御する必要がある。KAGRA には、両腕 (x, y アームと呼ぶ) の共振器の基線長、Michelson 干渉計、PRC の長さ、SRC の長さ、の 5 つの自由度があり、実際には以下の自由度 (信号) で制御することとなる。

CARM $\cdots (L_x + L_y)/2$: x, y アームの共振器の同相信号

DARM $\cdots L_x - L_y$: x, y アームの共振器の差動信号

MICH $\cdots l_x - l_y$: ビームスプリッターと ITM で構成される Michelson 干渉計の信号

PRCL $\cdots l_p + (l_x + l_y)/2$: PRM と ITM の距離

SRCL $\cdots l_s + (l_x + l_y)/2$: SRM と ITM の距離

3.2 Feedback 制御

制御の方法としては、(1) 予め目標値からのずれを推定し、前もってそのずれを打ち消すような信号を測定対象に入れて制御する方法、(2) 測定対象(干渉計)の測定結果からずれを抽出し、そのずれを打ち消すような信号を帰還させて制御する方法の 2 通りがある。前者は Feed forward 制御、後者は Feed back 制御と呼ばれ

ている。前者は帰還ループがないので応答の遅れなどの不安定性がないという利点があるが、後者は測定対象に外乱(温度や風など環境による変化)が生じてその都度修正が行われるという利点がある。そのため、測定対象のずれが予め予測できない場合や、測定環境がすばやく変化する場合は Feed back 制御が好まれる。また、Feed forward 制御と Feed back 制御を組み合わせそれぞれの利点を生かす制御方法もある。干渉計実験においても Feed back 制御が多く用いられており、実際の流れとしては、干渉計の測定から得たエラー信号をローパスフィルターなどのサーボに通して制御信号(Feed back 信号)をつくり、それを干渉計の鏡についているピエゾ素子や磁石などのアクチュエータに返して線形制御を行う。以下、計算式で Feed back 制御を見ていくことにする。

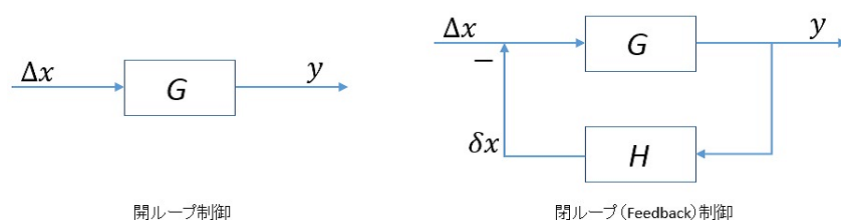


図 27 左図 : Feed forward 制御、右図 : Feed back 制御

今、干渉計の鏡が Δx で揺らいでいるとし、この揺らぎが振り子を含んだ伝達関数(ゲイン) G の光学系を通りエラー信号 y となる。このエラー信号がローパスフィルター等のサーボ(ゲイン H)を経由して δx の Feedback 信号として干渉計へと戻り、最終的に新たに出力 y の信号として干渉計から出てくるとする(図 27 の右)。これらのことから、式(142)のような連立方程式をつくれる。ここで、ゲインとは増幅度を表す指標であり、ゲインを上げれば出力信号を増やすことができる。また、サーボとは、いらぬ周波数帯をカットし欲しい周波数帯を通して増幅させるローパスフィルターなどの機器のことで、アクチュエータは目標値に対して追従する働きをする装置のことである。

$$\begin{cases} (\Delta x - \delta x)G = y & (141) \\ \delta x = Hy & (142) \end{cases}$$

この連立方程式の第一式の両辺に H をかけ、第二式を代入すると、

$$GH\Delta x - GH\delta x = \delta x \quad (143)$$

となり、さらに変形すると、 δx を Δx で表すことができる。

$$\delta x = \frac{GH}{1+GH}\Delta x \quad (144)$$

最終的に鏡をどのくらい制御できているかは、鏡のゆらぎから Δx から Feedback 信号を引けば分かるので、

$$\Delta x - \delta x = \frac{\Delta x}{1+GH} \quad (145)$$

となる。上式より、鏡の揺らぎは $(1+GH)$ 倍で抑制されており、また、鏡の動きに対する線形信号が得られれば Feedback 制御により干渉計を最適な位置に保つことができるのが分かった。線形信号を得るには、変調

をかけて復調を行う方法を用いる。次節ではその様々な信号抽出方法について述べるとする。ちなみに、実際に実験で Feedback 制御を行うと図 28 のように書ける。

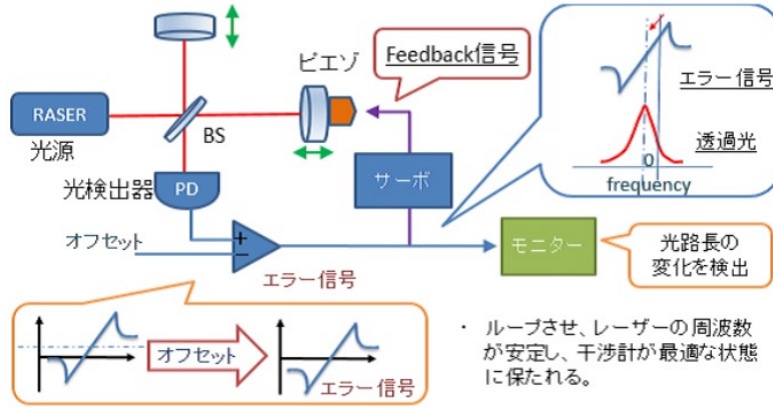


図 28 実験装置と Feedback 制御

3.3 信号の生成

ここでは干渉計における信号の生成方法について紹介をする。信号を生成するという事は光の振幅や位相に変化を与え、その変化の情報を含んだサイドバンドを生成するという事である。振幅に変化を与える方法は AOM 等の強度変調器を干渉計に加えることで行われるが、主に信号生成に用いられているのは位相を変化させる方法であるため、以下、位相変調方法に焦点を当てて述べていくこととする。位相を変調させる方法は主に 2 つあり、1 つ目は鏡の位置を動かして (オフセットを加えて) 位相シフトを起こす方法であり、2 つ目は EOM などの位相変調器を用いて位相シフトさせる方法である。前者の鏡にオフセットを加える信号生成法については 2 章の Michelson 干渉計の項目で既に述べているので、ここでは後者の位相変調器を用いた方法を説明する。

EOM はその内部に強誘電体結晶が入っており、外部から加える電圧に比例してその屈折率が変わり位相がずれる仕組みとなっている。周波数 Ω のレーザー光を変調周波数 ω_m の EOM に通すと、 $m \sin \omega_m t$ の位相変調が起き、サイドバンドを生成する。この変調は高周波 (*Radio Frequency*) のため RF 変調と言い、このサイドバンドも RF サイドバンドと呼ぶ。 m は変調の強さ (変調指数) を表しており、EOM に加える電圧に比例して変化させることができる。

$$E = E_0 e^{i(\Omega + m \sin \omega_m)t} \quad (146)$$

$m \ll 1$ と仮定すると、

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{i\Omega t} e^{im \sin \omega_m t} \\ &\simeq E_0 e^{i\Omega t} (1 + im \sin \omega_m t) \\ &= E_0 e^{i\Omega t} \left(1 + im \frac{e^{i\omega_m t} - e^{-i\omega_m t}}{2i} \right) \\ &= E_0 e^{i\Omega t} \left(1 + \frac{m}{2} e^{i\omega_m t} - \frac{m}{2} e^{-i\omega_m t} \right) \end{aligned} \quad (147)$$

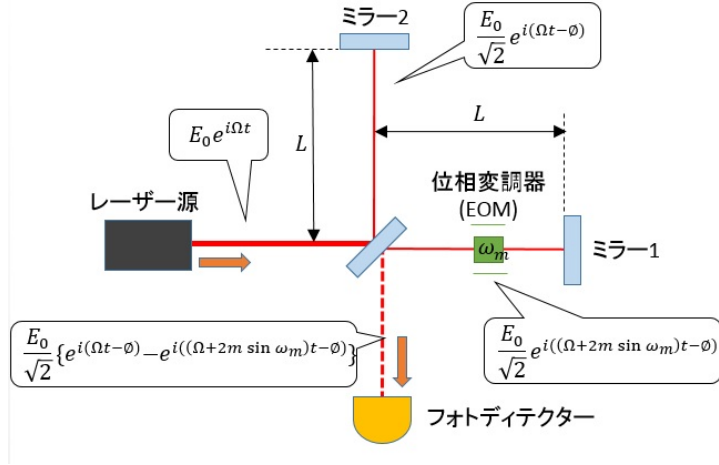


図 29 EOM を用いた信号生成

となる。第 1 項がキャリア成分、第 2,3 項がサイドバンド成分である。今、このような作用をもつ EOM を腕の長さの等しいマイケルソン干渉計の片腕に導入する (図 29)。このセットアップでは、ミラー 1 に向かうレーザー光とミラー 2 に照射するレーザー光との間に EOM によって予め周波数差を持たされているので、干渉計の腕が動いていない時、干渉計が静止している場合でもその一定の周波数差が検出されるように構成されている。ちなみに、図ではレーザー光は 2 度 EOM を通っている為、2 倍の位相シフトが起こるので、出力されるレーザー光の電場は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 E_{out} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} (e^{i(\Omega t - \phi)} - e^{i(\Omega + 2m \sin \omega_m)t - \phi}) \\
 &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} (1 - e^{2im \sin \omega_m t}) \\
 &\simeq \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} (-2im \sin \omega_m t) \\
 &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} m (e^{-i\omega_m t} - e^{i\omega_m t})
 \end{aligned} \tag{148}$$

よって、フォトディテクターで検出される光の強度は、

$$\begin{aligned}
 P_{out} &= |E_{out}|^2 \\
 &= \frac{1}{2} |E_0|^2 m^2 (2 - e^{2i\omega_m t} - e^{-2i\omega_m t}) \\
 &= \frac{m^2}{2} P_{in} (1 - 2 \cos \omega_m t)
 \end{aligned} \tag{149}$$

となり、差動信号が現れる。更に、ここで片方のミラー、例えばミラー 2 がビームスプリッターから近づくように動いて更に位相シフト $+\omega' t$ が起きると、その分が上式に足される。まず、電場は、

$$\begin{aligned}
 E_{out} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} (1 - e^{2im \sin \omega_m t + i\omega' t}) \\
 &\simeq \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} (-2im \sin \omega_m t - i\omega' t) \\
 &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i(\Omega t - \phi)} (m(e^{-i\omega_m t} - e^{i\omega_m t}) - i\omega' t)
 \end{aligned} \tag{150}$$

と書き換えられるので、光強度は、

$$P_{out} = \frac{1}{2}P_{in}(m^2(1 - 2\cos\omega_m t) + \omega'^2 t^2 + 4m\omega' \sin\omega t) \quad (151)$$

となる。ミラー 2 の動いた方向が先ほどと逆方向 $-\omega't$ の場合も同様に考えて、

$$E_{out} \simeq \frac{E_0}{\sqrt{2}}e^{i(\Omega t - \phi)}(m(e^{-i\omega_m t} - e^{i\omega_m t}) + i\omega't) \quad (152)$$

より、

$$P_{out} = \frac{1}{2}P_{in}(m^2(1 - 2\cos\omega_m t) + \omega'^2 t^2 - 4m\omega' \sin\omega t) \quad (153)$$

となる。(151) 式と (153) 式の最後の項から分かるように、このように EOM で事前に RF 変調を掛けておくと、ミラーの動いた方向も区別することができる。周波数シフトで言い換えると、ミラー 2 がビームスプリッター方面に近付くとプラスに周波数シフト $+f'$ が起き ($f_m + f'$) の信号が、遠ざかる場合はマイナスに周波数シフト $-f'$ が起き ($f_m - f'$) の信号が得られる。

3.4 信号の取り出し

信号の検出は、信号情報を持ってきた光 (信号光) に別の光 (ローカルオシレータ) を重ね合わせる (復調する) ことで行われる。今、以下のように EOM で変調されたレーザー光を考える。

$$E_m = E_0 e^{i\Omega t} (1 + im \sin\omega_m t) \quad (154)$$

この光をビームスプリッターで分け、両腕にそれぞれ逆方向にマクロな差 ΔL がついた腕の長さ L のマイケルソン干渉計に入射する。この時、マクロの差をキャリアの整数倍に保たれれば、ダークフリンジのままにすることができる。このような干渉計が重力波の影響などによりその腕が差動で β 揺らいでいるとすると、この時 AS ポートに出てくる光の強度は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} P_{out} &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}}E_0 e^{i(\Omega t - \phi + \beta)} \left(1 + im \sin\omega_m \left(t + \frac{\Delta L}{c}\right)\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}E_0 e^{i(\Omega t - \phi - \beta)} \left(1 + im \sin\omega_m \left(t - \frac{\Delta L}{c}\right)\right) \right|^2 \\ &\simeq E_0^2 \left| \sin\beta^2 + \frac{m^2}{2} \left(\sin\frac{\Delta L\omega_m^2}{c} + \sin\beta^2 \cos\frac{\Delta L\omega_m^2}{c} \right) \dots \langle \text{キャリア成分} \rangle \right. \\ &\quad + 2m \sin\beta \sin\frac{\Delta L\omega_m}{c} \cos\omega_m t \dots \langle \omega_m \text{成分} \rangle \\ &\quad \left. + \frac{m^2}{2} \left(\sin\frac{\Delta L\omega_m^2}{c} - \sin\beta^2 \cos\frac{\Delta L\omega_m^2}{c} \right) \cos 2\omega_m t \dots \langle 2\omega_m \text{成分} \rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (155)$$

もし RF サイドバンドの ω_m 成分だけ取り出せば、 $\sin\beta$ の線形信号を得ることができるので、ここでは $\cos\omega_m t + \delta$ の波をローカルオシレータとして上記の出力波に掛け合わせれば良い。この時、 $\delta = 0$ のように同位相の波を掛け合わせて取り出した信号は I-phase と言い、例えば $\delta = \frac{\pi}{2}$ の波 (今回の場合は \sin 波) で復調を行った際の信号を Q-phase と言う。この信号習得方法は schnupp 変調法と呼ぶ。

3.5 さまざまな信号検出方法

3.5.1 Homodyne 検出と Heterodyne 検出

干渉計の信号検出方法は主に Homodyne 検出と Heterodyne 検出に分けられる。Homodyne 検出は信号光と同じ周波数のローカルオシレータで復調、Heterodyne 検出は信号光と異なる周波数をもつローカルオシ

レータで復調する方法である。例えば、2章の「Michelson 干渉計」の節で用いた腕を動かして差動信号を抽出する場合は、信号光もローカルオシレータも同じくキャリア光を用いるので、Homodyne 検出である。前節の「信号の生成」のように EOM で予め RF 変調をかけた後、腕の差動信号を抽出する方法は、信号光はキャリア光でローカルオシレータは RF サイドバンドなので、Heterodyne 検出となる。これらの例はそれぞれ最もシンプルな Homodyne 検出、Heterodyne 検出である。2つの検出法を比べると、Homodyne 検出は Heterodyne 検出に比べて受信感度や S/N 比が改善されるメリットがあるが、信号光と局部発振光を周波数のみならず位相までも完全に同期しなければならないため、技術的には非常に難しい。また、Homodyne 検出では腕が伸びた場合も縮んだ場合も同じ信号がでてきてしまい、方向を判別することができない、つまり位相の情報が消えてしまっている。それらの問題点を解決する手段が、一定周波数に変換する Heterodyne 検出である。前節でも述べたが、EOM で変調を掛けた上で腕を動かすと、位相の情報を復活することができるのである。このような点から以前の重力波検出器には Heterodyne 検出が用いられていたが、様々な応用が考えられ、第二世代型では Homodyne 検出を基にした検出法が使われることとなっている。

3.5.2 Pound Drever Hall (PDH) 法

Heterodyne 検出の応用したものである。Pound Drever Hall 法、略して PDH 法は、EOM によって変調をかけ RF サイドバンドを発生させたレーザー光を共振器に入れ、その共振器の鏡から反射された光の RF サイドバンドを使って復調する方法である。2章で紹介した Fabry-Perot 共振器や、本論文のメインテーマである Output mode-cleaner はこの方法で制御を行う。

3.5.3 Schnupp 変調法と DC readout

「信号の取り出し」の節で紹介したように、EOM などで RF 変調をかけた上で干渉計の両腕の長さにマクロな差をつけ、それにより AS ポートに出てきた RF サイドバンドで復調を行う方法を Schnupp 変調法と呼んだ。DC readout は Homodyne 検出を応用したもので、Schnupp 変調法においてローカルオシレータを RF サイドバンドからキャリア光に変えた検出法である。式 (154) で言うと、 ω_m 成分のキャリア光、 $\sin \omega_m t$ の波をローカルオシレータにすることになる。KAGRA で用いる信号習得法はこの DC readout である。KAGRA における DC readout については次章で説明する。

4 Output mode-cleaner(OMC) の開発

4.1 KAGRA 用 OMC のデザイン研究

4.1.1 本研究の目的

KAGRA では重力波の信号を検出する際、Output mode-cleaner(OMC) という装置を導入し DC readout を行う。OMC は信号習得の際に雑音となる成分を除去する光共振器で、非常に重要な役割を持つ。本研究では干渉計用シミュレーションソフト FINESSE を用い、KAGRA で実際に使用する OMC のデザイン研究を行った。

4.1.2 Output mode-cleaner(OMC) の役割

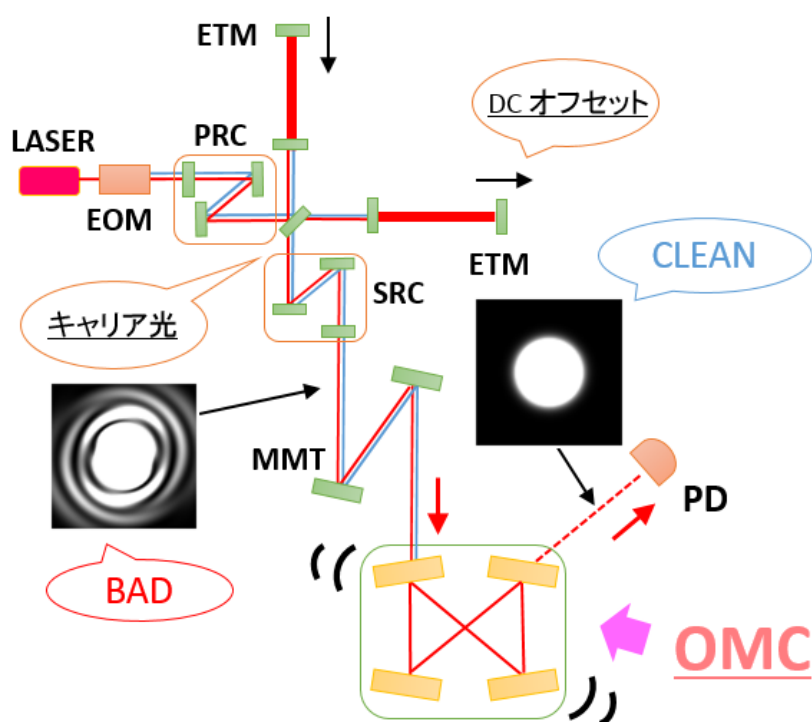


図 30 KAGRA の概念図。重力波の信号が出てくる AS ポートには、SRM の後に Output mode-cleaner(OMC) が設置されている。KAGRA は信号検出に DC readout を用いるので、干渉計の腕共振器のエンドミラー (ETM) にオフセットを加え、それによって漏れ出たキャリア光をローカルオシレータとして用いる。この図では赤線がキャリア光、青線が RF サイドバンドを表しており、OMC により、その RF サイドバンドがキャリア光の高次モードと共に除去されてキャリア光のガウスモード (00 モード) のみ透過されることになる。重力波が KAGRA にやってきた場合はこのガウスモードに重力波の信号成分が加わる。

OMC は RF readout、特に DC readout を行う際に必要となる光共振器である (図 30)。干渉計の AS ポートに設置され、信号検出の際に雑音となる成分を除去する役割を持つ。KAGRA は信号検出に DC readout を用いるので、干渉計の腕にオフセットを加え、それによってもれ出たキャリア光をローカルオシレータとし

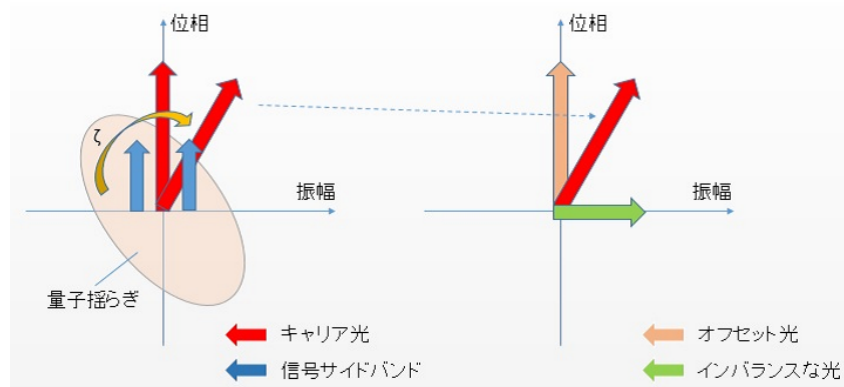


図 31 左図: デチューンをしない場合の AS ポートにおける Phasor diagram。右図: 両腕の異なるオフセットにより主干渉計からもれでるキャリア光

て用いる。KAGRA では約 1 mW のキャリア光をローカルオシレータとして用いる。キャリア光を AS ポートにもれ出す方法は 2 つあり、1 つは両腕共振器の間で屈折率のアンバランスをつくること、もう 1 つは両腕共振器に異なるオフセットを加えて作動ポイントをずらすことである。その際、RF サイドバンドは信号検出の際に雑音となるので、鏡の変形などにより生じるキャリアの空間高次モードと共に除去する必要がある。図 30 では赤線がキャリア光、青線が RF サイドバンドを表しており、OMC により、その RF サイドバンドがキャリア光の高次モードと共に除去されてキャリア光のガウスモード (00 モード) のみ透過されることになる。重力波が KAGRA にやってきた場合はこのガウスモードに重力波の信号成分が乗る。OMC の形状としては高次モードを除去するのに共振器長をかせぐため、3 枚鏡または 4 枚鏡で構成されることになっているが、奇数字 (3 枚) の鏡を用いた共振器内でビームが往復すると、一往復ごとに鏡に対するビームの入射面の左右が逆になり、それによって高次モードが生まれることもある。KAGRA の OMC は 4 枚鏡を用いる予定である。DC readout は第二世代型重力波検出器で採用された方法で、TAMA などの第一世代型の重力波検出器では RF readout (Heterodyne 検出) の方式がとられていた。RF readout では信号光とローカルオシレータ空間的なオーバーラップがあり、また、LIGO のように Power-Recycled Fabry-Perot Michelson 干渉計では、キャリアの周波数や強度雑音はキャリアが共振している PRC と干渉計の腕にある Fabry-Perot 共振器において反射されるが、RF sideband は腕共振器で共振しないため同様に除去することが出来ないという問題があった。一方 DC readout 方式では OMC を用いることで空間的オーバーラップもなくなり RF sideband 等を選択的に除去することが出来るため、採用されることとなった。

4.1.3 KAGRA における DC readout

重力波が干渉計にやってくると自由質点間距離が変化し腕共振器内のキャリアの位相シフトがおき、キャリアまわりに Upper サイドバンドと Lower サイドバンドが生成される (2 章の共振と反共振の項を参照)。図 31 の左図は AS ポートにおける Phasor diagram であり、キャリアとサイドバンドの位相関係を示しており、これら 2 つのサイドバンドはつねに Q-phase にある。光の量子的な揺らぎはショットノイズ (強度、振幅揺らぎ) と輻射圧雑音 (位相揺らぎ) により起こり、前者は直接フォトディテクターで検出され、後者は鏡の変位として現れるため、KAGRA の感度は主にショットノイズによって制限されている。これは信号検出の際に位相方向で行っているからであり、その方向を振幅方向に少しずらすことで位相雑音を減らしその分を振幅雑音

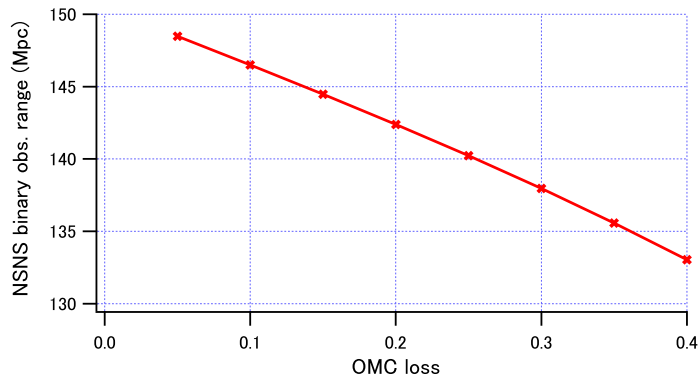


図 32 OMC におけるロスと KAGRA の観測範囲の関係

にシフトすることができる。これはキャリアをデチューンすることでシフトすることができ、このシフトをうまく調整すると直接フォトディテクターで検出される原理的な振幅雑音が鏡の変位による振幅雑音を相殺することも可能となる。位相雑音と振幅雑音のバランスによりキャリアの位相は決定され(図 31 の右)、読み出す際の復調位相は狙う重力波信号の周波数において S/N が最も良くなるように選択する。デチューンを行わなければ、そのサイドバンド信号はバランスがとれた状態となるが、そのままと図のように位相雑音が大きく影響を与えてしまう。そこで、この位相を正しく決定するには適切なデチューンを行う必要があり、KAGRA では DC readout の位相を 132 deg にするために非常に微細な調整を行うこととなった。このような作業は *Back Action Evation* (BAE) と呼び、本シミュレーションではこの結果に基づき行われており、本研究結果は上記の実現可能性を調査する役割をもつ。

4.1.4 KAGRA の OMC における要求値

KAGRA の目標は年に数回の連星中性子星からの重力波を観測することで、それには重力波を干渉計に垂直入射で約 240 Mpc まで見える感度を目指す。KAGRA は様々な装置によって成り立っており、KAGRA の目標感度を満たすように各装置の要求値、つまり何パーセントのロス(感度の悪化)が許されるかが決められている。例えば、KAGRA の干渉計の腕に使われている最も重要な鏡の HR 面の曲率誤差の要求値は 0.5% となっているのに対し、PRM や SRM の鏡の HR 面の曲率誤差は 5% くらい許されるというように、それらの要求値はその装置の重要度に比例して厳しいものとなる。その際の OMC の要求値は 5% 以上ショットノイズレベルを悪化させないことである。もし、OMC のロスが 5% 以上に増えていくと、図 32 のように KAGRA 全体の観測可能範囲が狭まっていく。その場合は光検出器であるフォトディテクターの量子効率を上げる等、余分にロスしてしまった分をその他の装置の要求値を厳しくすることで補うような形となる。OMC は RF sideband と高次モードを除去し重力波信号のみを通す役割を持つため、本研究では、キャリア光(信号)の損失を 2% 以内、高次モードと RF sideband はそれぞれキャリア光の 1% (10 μ W) 以下、2% (20 μ W) 以下と設定した。これらの要求値を満たすには、OMC の finesse、Gouy phase、共振器長の 3 つのパラメータを適切に選ぶ必要がある。今回はシミュレーションコード FINESSE の結果を用いながら、KAGRA における最新の OMC のデザインを決定した。

4.1.5 OMCのパラメータの設定

4.1.5.1 finesse

finesse は共振器の中を光がどのくらい往復するかを表す数値であり、鏡の反射率によって決定される。例えば OMC のような 4 枚鏡の共振器の時、各々の鏡の反射率を r_1, r_2, r_3, r_4 とすると、finesse は以下の式で示すことができる。

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2 r_3 r_4}}{1 - r_1 r_2 r_3 r_4}. \quad (156)$$

OMC で信号を最大に透過させるために、OM1 と OM3 は等しく少量の光を透過させる鏡 ($r_1 = r_3 < 1$)、OM2 と OM4 はほぼ完全に光を反射する鏡 ($r_2 = r_4 \simeq 1$) とする。また、各々の OMC の鏡の光学的ロス は 40 ppm とする。もし finesse が高すぎると共振器内での光の循環の回数が増えすぎて信号の光学的ロスが多くなる。今回の要求値である信号ロス 2 % 以下を達成するためには、finesse は 800 までに抑えなければならぬ。

4.1.5.2 Gouy 位相

高次モードを効率的に除去するためには、以下で示されるような共振器の Gouy 位相 (η)、曲率半径の選択が重要となってくる。

$$\eta = \arccos\sqrt{g} \quad \left(g = 1 - \frac{L}{R} \right) \quad (157)$$

ここで、 g は共振器の g-factor、 L は共振器の長さ、 R は曲率鏡の曲率半径である。今回の OMC では OM1 のみ曲率鏡、他はフラットの鏡となるため、 g は単純に上式のように 1 つの曲率鏡の曲率半径と共振器の長さで決まるが、曲率鏡が 2 枚の時は共振器長と各々の曲率半径から g 要因を求め、それを掛け合わせたもの、つまり $g = g_1 g_2$ をその共振器の g 要因とする。また、 m 次の高次モードが OMC を透過する光量は次式から得られる。

$$T_{\text{omc}} = \frac{(1 - r_1^2 - \mathcal{L})(1 - r_3^2 - \mathcal{L})r_2^2 r_4^2}{|1 - r_1 r_2 r_3 r_4 e^{-im\eta}|^2}. \quad (158)$$

図 33 から分かるように、Gouy 位相は共振からその高次モードがどのくらいずれているかを表す指標である。例えば、ある次数の高次モードの Gouy 位相シフトが 2π の整数倍に近づくと、その次数の高次モードは OMC 内で共振してしまい、取り除くことができない。逆に、高次モードの Gouy 位相シフトが共振からずれている、つまり、共振までの距離がバンド幅より大きければ大きいほど、OMC でのそのモードの除去が可能となる。ちなみに、ここでの Gouy 位相シフトは一往復のものだけでなく、共振器内で蓄積された Gouy 位相シフトのことを考えている。適切な Gouy 位相を選択するには、OMC 前の各モードの光量を予測することが重要である。今回は、シミュレーションツールを用いた数値計算により、その光量を予想した。

4.1.5.3 共振器長

高次モードと同様にして RF sideband の透過光量は次式から得られる。

$$T_{\text{RF}} = \frac{(1 - r_1^2 - \mathcal{L})(1 - r_3^2 - \mathcal{L})r_2^2 r_4^2}{|1 - r_1 r_2 r_3 r_4 e^{-im\eta + 2iL\omega_{\text{RF}}/c}|^2}. \quad (159)$$

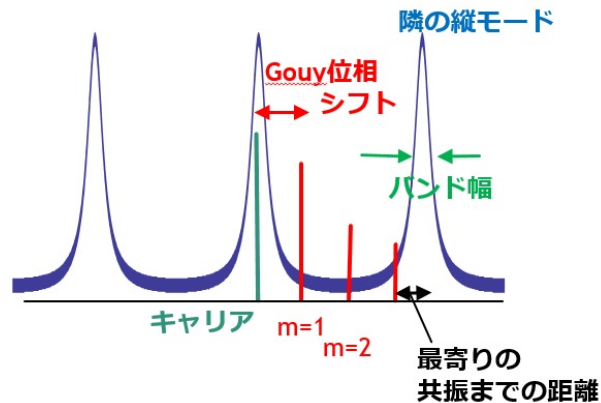


図 33 共振器内の各モードの共振条件。キャリア光は共振に、高次モードは Guoy 位相シフトで共振からずらす。共振のピークの鋭さは finesse の高さに比例し、ピークの間隔は共振器長に反比例する。

ω_{RF} は変調周波数を表しており、KAGRA の場合は干渉計の差動ポートに出てくる ± 16.875 MHz となる。RF sideband を $20 \mu\text{W}$ 以下にするという要求値を満たすには、共振器長 L は 75 cm より長くする必要がある。

4.1.6 FINESSE シミュレーション

4.1.6.1 FINESSE

FINESSE はモーダルモデルに基づいて干渉計を構成、解析するシミュレーションツールである [10][11]。通常の有限要素モデルでモード解析を行うと、要素の剛性や質量などのマトリクス構築を行った後に、モード特性が算出される。しかし、今回のモーダルモデルは、構造のモード情報のみを持ち計算可能にしたデータなので、マトリクス構築プロセスで費やす多くの時間を短縮できる利点がある。また、FINESSE はユーザーが定義した干渉計内を伝播する波を平面波だけでなく、Hermite-Gauss モデルを用いて、その形や空間特性を解析することができる。また、Hermite-Gauss モデルを組み合わせることで Lagurre-Gauss モデルをつくることも可能である。実際の実験で用いるミラーはどのように精度のよいものでもその表面は歪んでおり、表面誤差はビームに歪みの影響を与える。本シミュレーションでは、FINESSE 上で構成した干渉計のミラーに、表面にナノメートルスケールのエラーがある位相を持つ理想的なテストマス (ミラー) “mirror map” を導入することで、それによって生じたビームの歪みを解析することとする。干渉計を構成するには自由度を適切に調整することが必要となるが、今回の FINESSE のシミュレーションでも KAGRA の 5 つの自由度が最適な場所になるように調整した上で、今回デザインした新しい OMC を用いて KAGRA の主干渉計の性能をテストし、新しい OMC が KAGRA の要求値を満たすかどうかを確認した。

4.1.6.2 mirror maps

図 34 は今回用いたミラーマップの内の 1 つである。mirror map はミラー表面上のデコボコした高さを表すための、多数の配列のデータでできている。今回のミラーの位相マップは、KAGRA のミラーの PSD (power spectral density) によって生成された。用いる PSD は loss requirement [12] によって決まる。本シミュレーションでは同じ PSD を用いて 4 つの独立な mirror map をつくり、干渉計の 4 つのテストマスにそれを適用した。4 つの mirror map を 4 つのテストマスに用いるには、24 の組み合わせがあるが、その全ての組み合わ

せを用いて計算すると、干渉計から出てくる高次モードの統計分布をつくることができる。

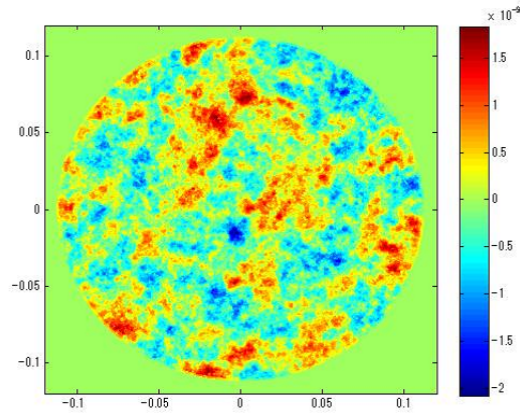


図 34 mirror map。今回用いた 4 つの mirror map の内の 1 つ。4 つのミラーは全て、その直径が 220 mm、RMS (root-mean-square) の表面エラーは 0.5 nm となっている。

4.1.7 本研究のポイント

過去の OMC の研究の中で、Waldman は、OMC 内における 8 次までの各高次モードと最寄りの共振までの距離を計算した。LIGO では主干渉計から 8 次のモードが多く出てくる設計の為、ここでは 8 次までの影響を計算し、適切な OMC のデザインを考えた [14]。Waldman 方式では、OMC 内の光の往復損失を考慮していないが、eLIGO では 60 ppm/roundtrip であったことから aLIGO ではもう少し無視することができる。また、Waldman 方式では全ての高次モードを同等に扱っていたが、高次になるほど、その影響は散乱するなどして必然的に小さくなる。そこで、eLIGO の干渉計で得たビームの歪みのデータから各モードの重み (weighting factor) を導入し、aLIGO の OMC のデザイン決定に用いる Arai 方式が考えられた [15]。しかし、KAGRA の干渉計は未だ完成しておらず、実際の実験データから各モードの weighting factor を得ることはできない。そこで、今回は FINESSE と mirror map を使い、シミュレーション上で各モードの weighting factor を得て、そこから適切なデザインを選択するという新しい手法を試みた。

4.1.8 結果

mirror map を用いた FINESSE シミュレーションにより、適切な weighting factor を得ることができた。図 35 の左図は、OMC 前の干渉計の AS ポートに出てきた m 次のモードのトータルパワーを示す。各モードのパワーは、24 通りの異なる mirror map の組み合わせを平均して得られた基本モードのパワーにより規格化されている。KAGRA では 20 次までの高次モードの内、10 次のモードが主干渉計の共振までの距離に 6 deg と最も近くなる。そこで、本シミュレーションでは 24 通りの mirror map を用いて 10 次の高次モードまで計算を行い、各モードの 24 の結果を平均し、weighting factor を得ることができた。

そして、各モードにおける weighting factor に OMC の各モードの透過率 T_{omc} を掛け、各モードが実際にどのくらいの光量でてくるのかを見積もり、適切だと思われる OMC の Gouy 位相をいくつか選択した (図 36)。先ほどの計算で候補になったいくつかの OMC のデザインを FINESSE 上に再度入れて、その結果を比べた結果、 $\eta = 55.4 \text{ deg}, L = 75 \text{ cm}$ が適切なデザインであることが分かった。次の表 (表 1) は高次モードや RF

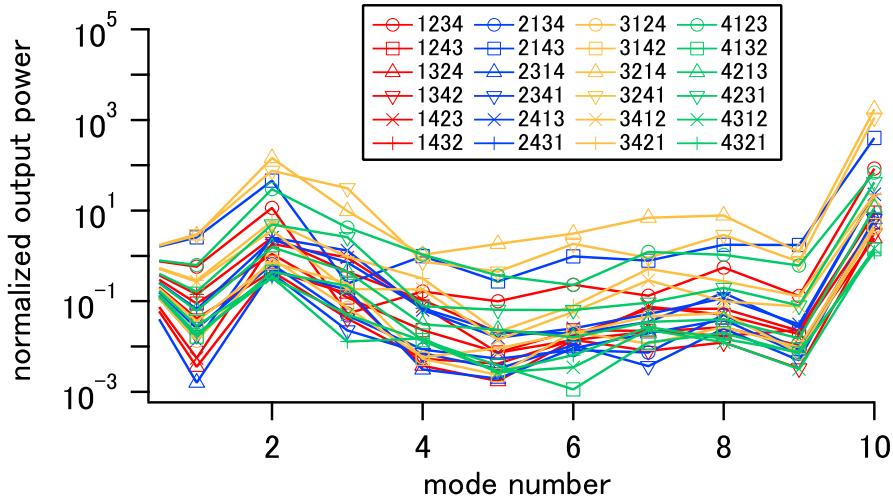


図 35 m 次 ($m \geq 1$) のモードの透過光量の weighting factor

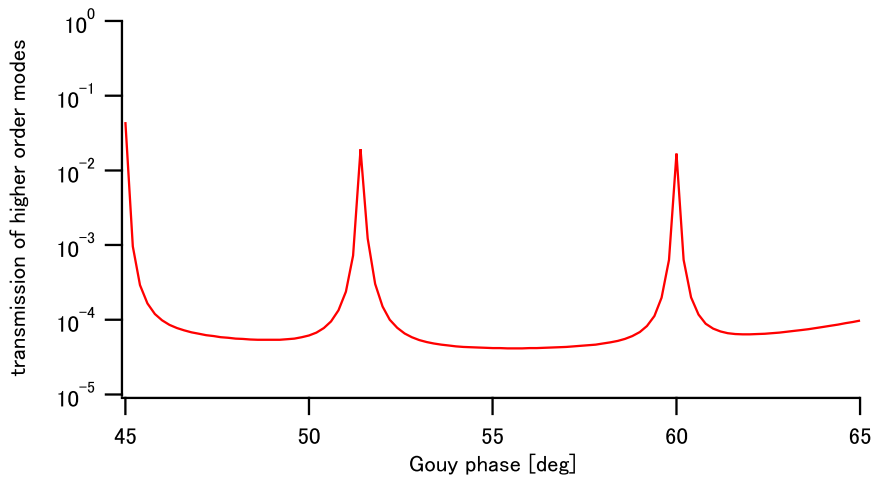


図 36 主干涉計から AS ポートに透過してくる各高次モードを合計した光量。FINESSE シミュレーションで得た各モードの weighting factor を使用

sidebands がデザインした OMC によって要求値を満たすように減少していることを示している。最後に、finesse のかなり高い理想的な OMC を入れた場合と今回デザインした OMC を入れた場合でショットノイズの計算を行い、比較を行った。この計算には、5 番目に悪い mirror map の組み合わせを用いた。その時のショットノイズレベルの悪化は 100 Hz で 3.28% であり、これは KAGRA の OMC の要求値である 5% 未満を満たす。よって、24 通りの内 20 通り、つまり 81% の確率で BAE が可能であることが示された。もし、実際の装置の組み立てで、残りの 20% 弱の確率で要求値を満たさないような悪いミラーの組み合わせで作ってしまった場合は、各腕のインプットミラーを入れ替える等、組み合わせを変える必要が出てくると予想される。

	0th	1st	2nd	3rd	10th	RF
Before OMC	873 μ W	432 μ W	8.69 mW	48.8 μ W	61.5 mW	357 mW
After OMC	838 μ W	2.51 nW	39.3 nW	3.26 nW	3.73 μ W	20.4 μ W

表 1 OMC 前後のキャリア (信号) 光と高次モード、RF サイドバンドの光量の比較

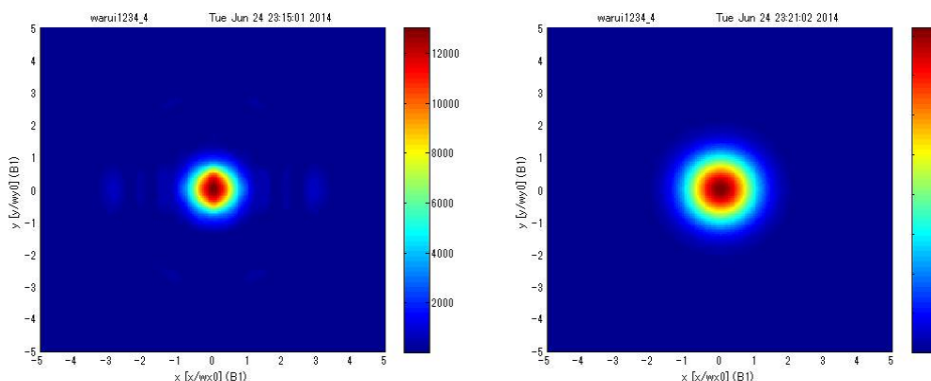


図 37 OMC 前後のビーム形状の予想図。RF サイドバンドを入れると視覚的に高次モードが隠れてしまう為、ここでは RF サイドバンドは除外している。

4.2 OMC を用いた DC readout 実験

4.2.1 本実験の目的と実験手順

KAGRA では DC readout で信号習得をする際、雑音となる高周波の光を OMC を用いて除去する。本実験では実際に OMC を用いることで DC readout におけるそれらの雑音を低減させることができるかを確認すること及びその制御方法を確立することを目的とし、以下のようなセットアップを組み、プロトタイプ実験を行った。

OMC を用いた DC readout までのステップは次のように行った。

(1) 干渉計実験の準備

レーザ光 (パワーは 50 mW、波長は 1064 nm) を使い、まずは波長版と Faraday-Isolator を設置し、干渉計を組み立てた際のレーザー源への戻り光を防げる状態にした。次に、今回使用したレーザー光が楕円形で、そのまま使用すると光学機器を置く際にビーム径の短軸と長軸方向において異なる影響が出ることがあったため、シリンダリカルレンズなどを用いてビーム形を整えた。その後、変調器 (12 MHz の EOM) を導入して、それに発振器で 12 MHz の sin 波を入れることで RF sideband を生成した。ここまでは、どの干渉計を組み立てる際にも行うセットアップである。

(2) Michelson 干渉計 (MI) の組み立て

12 MHz の変調をかけたレーザー光を用いて、フラットミラー及びビームスプリッターで各腕の長さ約 10cm の MI を組み立てた。MI を組み立てる際、レーザー光のビームウエストが MI のフラットミラーの位置に来るようにし、ビームと鏡の曲率を合わせた (モードマッチ)。また、アライメントなど細かい位置の調整は、ピエゾ素子に信号を入れて鏡を振り、それによる MI の透過光 (AS ポートに来る光) の応答をフォトディテク

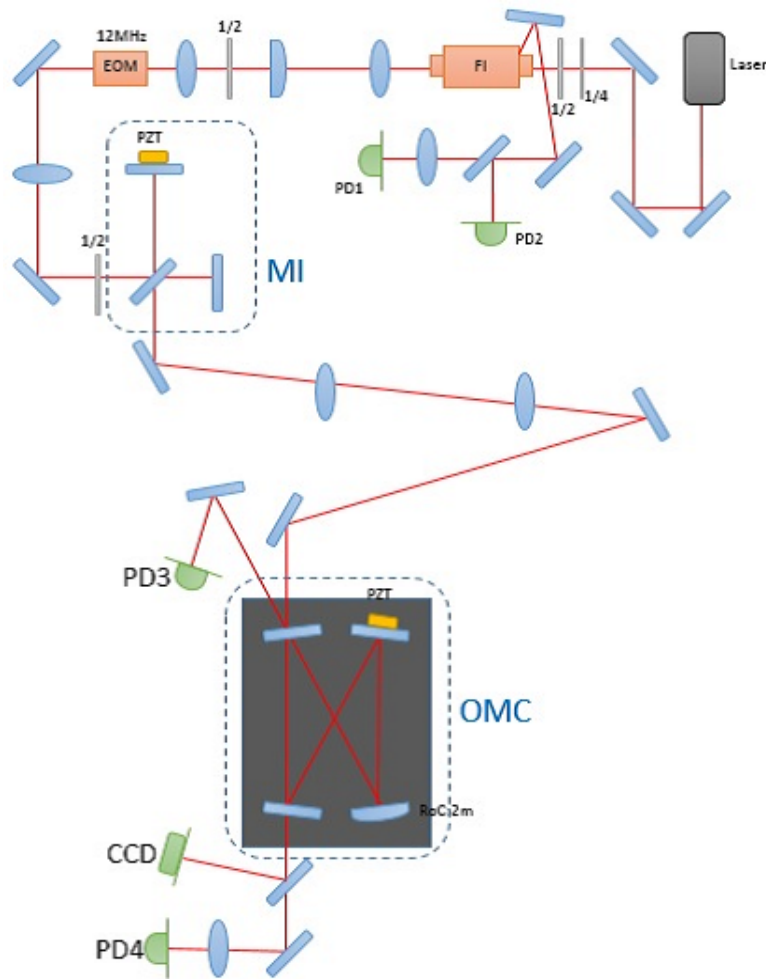


図 38 本実験のセットアップ。主に Michelson 干渉計 (MI) と OMC 共振器により構成されている。MI は EOM で発生させた RF サイドバンドを Faraday-Isolator の反射光からピックアップし、Heterodyne 制御を行った。また OMC は MI の鏡にオフセットを加えた際に漏れ出たキャリア光を OMC の入射鏡の反射光からピックアップして PDH 法で制御した。MI と OMC を制御している状態で OMC 前後で DC readout を行い、OMC の高周波の雑音における影響を調査した。

ターで受光してオシロスコープ等で光量を確認しながら、鏡を入れているミラーホルダーに付いた調節つまみを回して行う。MI ではコントラストが良くなることを目標として調整を行う。この時、レーザー光のビームウエストなどビーム径の計測にはビームプロファイラ等を用いて確認を行った。次に MI の AS ポートにキャリア光をもれ出させるため、MI に腕に約 4cm のアシンメトリをつけた。この時、MI にレーザー光を入射させる前にレンズでレーザー光はコリメイトされているので、アシンメトリを付けたことによるモードマッチのずれはほとんど起こらない。また、MI の片腕の鏡の裏側には長さ制御用にピエゾ素子を取り付けた。

(3) MI の制御

干渉計からの戻り光 (反射光) はレーザー源に戻る前に Faraday-Isolator でピックアップされる。その反射光を 2 手に分け、それぞれフォトディテクターで受光し、一つは制御で用いる信号光として用いられ、もう一つはオシロスコープで干渉計から来る光量を確認する用として用いた。この状態で、MI の鏡についたピエゾ素子

に電圧を加えて MI の腕のオフセットを調節し、オシロスコープで反射光が最大になるようにして MI を AS ポートでダークフリンジになるようにした。このようなほとんどの信号光がブライトポート側に来ている状態で、フォトディテクターで受光した信号光 (キャリア光 + 12 MHz の RF サイドバンド) に、EOM に信号をいれたのと同じ発振器で生成した 12 MHz の sin 波 (ローカルオシレータ) をミキサーと言う掛け算装置で復調することで、Heterodyne 制御を行った (Q-phase)。

(4) OMC の組み立て

MI の後にビームプロファイラを行いレーザー光の情報を確認した後、その結果を踏まえレンズ等を用いてレーザー光と OMC の鏡の曲率のモードマッチを行い、OMC を設置した。OMC を構成する 4 枚の鏡の内の 1 枚 (フラットミラー) には、長さ制御用にピエゾ素子を取り付けた。OMC の 4 枚で構成されている共振器長のアライメントは、ピエゾ素子で鏡を振りながら、OMC の透過光をオシロスコープで確認し、OMC 前にある 2 枚の鏡 (OMC への入射光の角度を調整するステアリングミラー) と OMC を構成する 4 枚の鏡のミラーマウントのつまみで調整した。OMC は雑音を減らし信号光を通す共振器の為、キャリア光のガウスモードが多く高次モードができるだけ減少することを目標に調整を行った。高次モードの量などはオシロスコープで視覚的に確認することができる。

(5) OMC の制御

MI の片腕をダンパーでブロックし OMC に入れる光量を MI の AS がブライトフリンジのときの 1/4 (約 10 mW) にし、MI と同様にして 12 MHz で復調し OMC をキャリアの基本ガウス (0 次) モードに PDH 法で制御した (I-phase)。信号光には OMC の入射鏡の反射光を用いた。

(6) MI と OMC の同時制御

MI をダークフリンジから少しオフセットを加えた状態で Heterodyne 制御し、MI からもれ出た光を使って OMC をキャリア光の基本ガウスモードに PDH 法で制御した。今回は MI を完全にダークフリンジにした状態でも、アライメントやモードマッチが完全な状態じゃないことから、約 1.3 mW の透過光量が出てくるため、今回は新たなオフセットは加えずに約 1.3 mW のキャリア光を用いて OMC の制御を行った。信号光はそれぞれ先ほどと同じフォトディテクターで受光したものをを用いている。

(7) DC readout

MI と OMC を (6) のように制御した状態で MI に疑似信号を入れ、OMC 前後のキャリア光を検出 (DC readout) し、OMC による信号及び雑音における影響を確認した。疑似信号を入れる方法としては、制御信号と疑似信号を加算器で足して同時に干渉計 (正確にはピエゾ素子) に Feedback するという手法を取った。

4.2.2 干渉計実験で用いる機器

今回用いた実験機器を以下に紹介する。

- ・レーザー… 今回の実験では 50 mW 出力の YAG レーザー (1064 nm) を用いた。
- ・鏡… 曲率無限大のフラットミラーと曲率付きミラーがある。今回は MI は 2 枚のフラットミラーと 1 枚のビームスプリッター、OMC は曲率ミラーを 1 枚と 3 枚のフラットミラーで構成した。MI の鏡の反射率はそれぞれ全反射のものを、OMC の共振器の入口と出口部分を担う 2 枚の鏡の反射率は約 98%、曲率付きミラーと残り 1 枚のフラットミラーは全反射の鏡を用いた。また、光路の進行方向を変える際の折り返しミラーとし

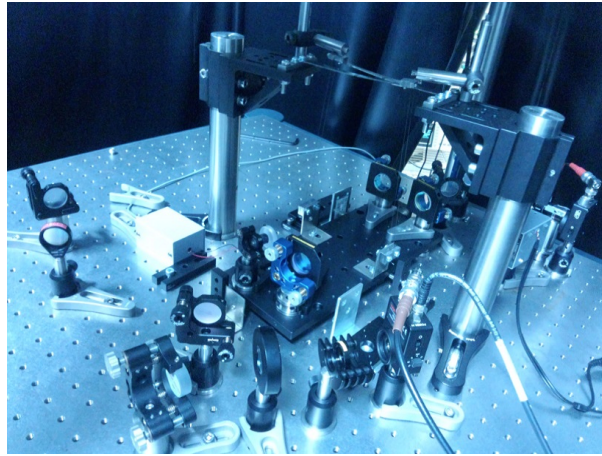


図 39 OMC 共振器。g-factor は 0.78、共振器長は 0.44 m、finesse は 150 の設計である。

て使われたり、光軸やアライメントを調整するためのするためのステアリングミラーとして使うことができる。

- ・レンズ… レーザー光のビームウエスト (一番細い部分) をより細くしコンセントリックな光をつくったり、逆にレーザー光の太さを長距離にわたり平坦にしてコリメイトな光を作ることができる。また、モードマッチングにも用いられ、フォトディテクターや CCD で光を受光する際に正しく入るようにビーム径を小さくすることにも用いられる。

- ・波長板… 今回は 1/4 波長版と 1/2 波長版を用いた。1/4 波長版は入射した光の偏光面を $1/4\lambda(\pi/2)$ 回し、1/2 波長版は入射した光の偏光面を $1/2\lambda(\pi)$ 回す。レーザー源から出てくる光は円偏光になっているので、扱いやすくするために 1/4 波長版で直線偏光にする。また、EOM などの光学機器には特性偏光があるので、その前に 1/2 波長版を置いて調節を行うことがある。

- ・Faraday-Isolator… 中に波長板 (1/4) が 2 枚と結晶が入っており、Faraday-Isolator 内部を通ることで光の偏光を回す。干渉計から戻ってきた光がレーザー源に戻らないようにレーザー直後あたりに置く。

- ・EOM… RF sideband(信号成分) を生成する位相変調器。EOM の中には共振器が入っており、その機器ごとにかけられる変調周波数が変わる。変調周波数は発振器で生成したものを干渉計の光軸上にある EOM に通すことで、レーザー光に変調を与えることができる。本研究では 12 MHz の位相変調器を用いた。

- ・フォトディテクター… 受光した光量をパワー (電圧) に変換してくれる。フォトディテクターで得たパワーを Feedback 制御に用いたりオシロスコープにつないでその電圧を見て制御状態を確認することができる。

- ・CCD カメラ… 干渉計の AS ポートなどに置き、光の状態を視覚的に確認することができる。

- ・ND フィルター… 光量を減らすための機器である。フォトディテクターや CCD カメラにおいて受光量はその許容範囲を超えてしまう場合、正確な光量を計測できなくなってしまうたり画像を表示できなくなってしまう。ND フィルターを受光面の前に設置することで、受光可能範囲まで光量を減らすことができる。但し、ND フィルターを入れて計測した光量は実際の光量とは異なることに注意する。

- ・ダンパー… 干渉計から出てきた光のうち使用しない光にはダンパーを置いて、他の光学機器に当たって散乱したり、人に当たるのを防ぐ役割がある。

- ・アイリス… レンズ等、新たに光学機器を置く際に光学機器が正確に置いていないとビームの高さが変わったりビーム径が変形してしまうことがある。アイリスはカメラのシャッターの絞りのような形状をしており、絞った穴にレーザーが通るような高さに設定しておくことで、新たな光学機器を置いた際にレーザーの高さを合わせる指標とすることが出来る。
- ・ビームプロファイラ… ビーム径を測る装置のことで、得た結果はモードマッチに用いることができる。また、新しい光学機器を置く際にビーム径が変形しないようにモニターすることも出来る。
- ・パワーメータ… ビーム光量の計測装置である。計測環境によって光量に変化することもあるので、計測するビーム以外の光(照明や散乱光)ができるだけ入らないように注意する必要がある。
- ・アクチュエータ… 干渉計では鏡に取り付けたピエゾ(PZT)素子や磁石などを通して Feedback 制御を行う。そのような、制御で実際に鏡を動かす装置をアクチュエータと呼ぶ。本研究では MI と OMC の鏡にはピエゾ素子を用いて制御を行った。今回用いたピエゾドライバーは 1V の電圧で 5 nm 動く仕様となっている。
- ・ミキサ… 入口が 2 ポート、出口が 1 ポートで構成されており、2 つの入口にそれぞれ光を入れるとそれらの光が掛け算されたものが出口ポートから出てくる掛け算器である。信号光とローカルオシレータを復調する際に用いる。
- ・オシロスコープ… フォトディテクターが受光した光量を入力することで、干渉計の透過光や反射光、エラー信号の状態などを電圧に変換して確認することができる。
- ・サーボ… 制御したい周波数帯域に合わせ、高周波成分をカットしたり増幅させたりする装置。本研究では SR560 と加算器、自作のインテグレータ付きのローパスフィルターを用いた。
- ・発振器… 様々な周波数や振幅の信号を生成する装置で、EOM の発振源として使われる。また、連続的な信号を入れられるので、干渉計のアライメントをとる際に透過光の応答を見たり、伝達関数を取るのに使われる。
- ・FFT アナライザ… 干渉計やサーボの伝達関数を取るのに使われたり、FFT を行うことができる測定装置である。計測の際に用いる信号は発振器または FFT アナライザ本体から信号を入れることができる。

4.2.3 干渉計の組立て

干渉計を組み立てる際に重要なのは、鏡やレンズなどの光学機器を置くことによるビームの形状の変化である。レーザーの光軸、特に高さ方向が変化して光学機器に非垂直(斜め)に入射するとガウスビームであるレーザー光の形状が歪んでしまってビーム径の短軸方向と長軸方向で曲率が変わってしまったり、ビームプロファイラでビーム径を測る時に正確に測れないなどの問題が起こる。そのため、アイリスなどを使って光軸の高さを揃える必要がある。予め楕円のビームになっている時は、シリンダリカルレンズ(x 成分または y 成分のみに作用するレンズ)などを用いて円形にすることができる。また、アライメントとモードマッチにも注意が必要となる。光が鏡に対して垂直に入射しないと奇数字の高次モードが生成され、ミスアライメントと呼ばれる。また、使用しているビームの曲率と組み立てた干渉計の鏡の曲率が合わないことで偶数字の高次モードが生成されることをモードミスマッチと呼ぶ。実際の実験では図 40 のように見える。これは CCD カメラで共振器の透過光を見た画像であり、アライメントとモードが両方とも合っているときはガウスモードとなる。アライメントの調整は共振器の透過光をオシロスコープなどで確認しながらミラーマウントで鏡の角度を調節することで比較的簡単に行えるが、モードマッチを行うにはいくつかの行程が必要となる。モードマッチにはまず、ビームの特性(ビームウエストやレイリーレンジ)を知る必要がある。そのため、ビームプロファイルでビー

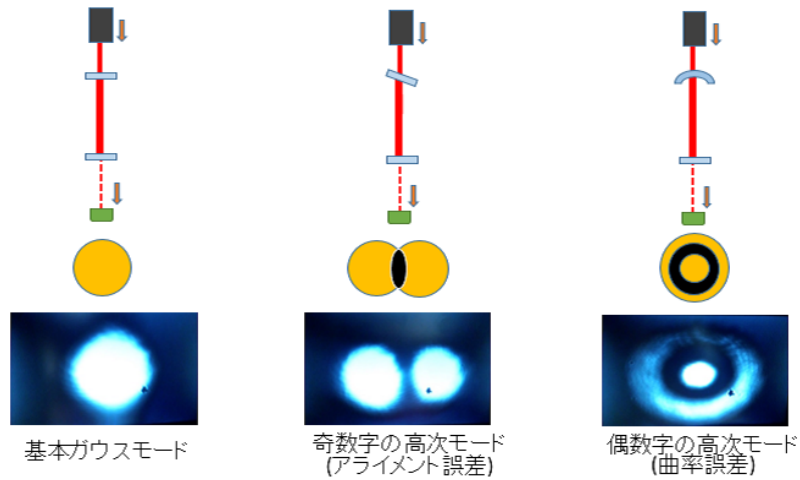


図 40 高次モードの生成。左からガウスモード (00 モード)、1 次の高次モード (01 モード)、2 次の高次モード (11 モード)。奇数字の高次モードは鏡の傾き、偶数字の高次モードは曲率誤差などにより発生する。

ム径を測ったのち、Igor 等を用いてデータのフィッティングを行い、現状のレーザー光のビームウエストの半径 (a) と位置 (ω_0) の情報を得ることができる。ビームのフィッティングで用いる関数は以下の通りとなる。

$$f(x) = a \sqrt{1 + \left(\frac{z - b}{a^2} \times \frac{\lambda}{\pi} \right)^2} \quad (160)$$

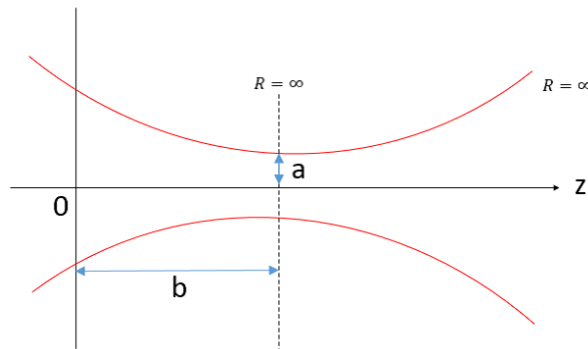


図 41 レーザーのビームウエストと位置

また、モードマッチさせる鏡の曲率、その鏡とビームウエストまでの距離の情報を以下の計算式に入れることで、ビームウエストの半径を得ることができる。

$$R(z) = \frac{z^2 + z_R^2}{z_R} \quad (161)$$

$$\omega_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{z^2 + z_R^2}{z_R} \quad (162)$$

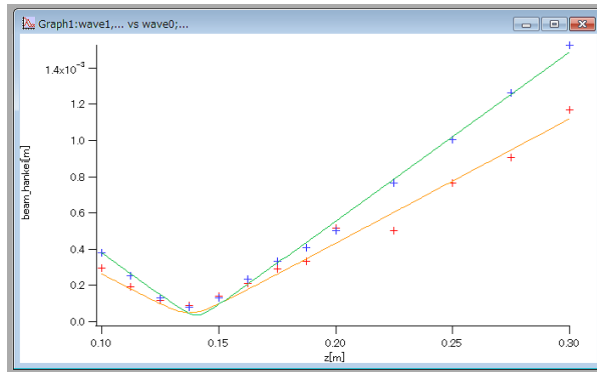


図 42 ビームプロファイラの測定数値をフィッティングした結果。ここではビーム径の横軸と縦軸成分をそれぞれフィッティングしている。両者の間にはビーム径の広がりには違いが見られるため、この場合にはシリンドリカルレンズ等を用いてビーム径の両軸成分が等しくなるように調整する。

ここで、 λ はレーザーの波長、 $R(z)$ はモードマッチさせたい鏡の曲率、 z はビームウエストからその鏡までの距離、 z_R はレイリーレンジである。この計算結果のビームウエストの半径の値を得るために現状のビーム情

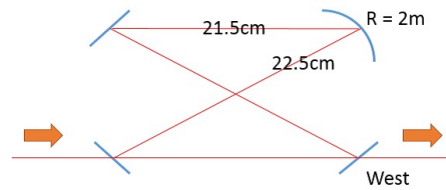


図 43 OMC のモードマッチ。この場合は $z=44\text{cm}, R(z)=2\text{m}$ として計算を行う。

報を JamMT 等の光学干渉計ソフトに入れシミュレーションを行うことで、予定していたモードマッチの鏡の位置とビームの曲率を満たすようなレンズを決めることができる。

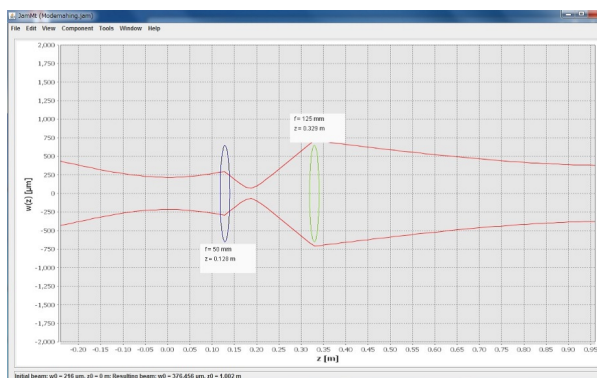


図 44 ビームプロファイラとモードマッチの計算を踏まえての JamMT シミュレーション



図 45 制御系

4.2.4 制御系のセットアップ

干渉計のアライメントやモードマッチを調整し組み立てを行った後は、制御で必要となるエラー信号の確認など、制御系のセットアップを行った。今回は EOM を用いて生成された RF サイドバンドによって干渉計の信号の検出を行う。生成される RF サイドバンドの量は EOM に加える電圧を増やすことで増幅されていく (図 46)。今回は DC readout を行うため、ガウスモードのキャリア光ははできるだけ残しておきたいが、同時に RF サイドバンドで MI と OMC を Heterodyne 制御するため、RF サイドバンドもある一定量必要となる。本実験では、復調したエラー信号をオシロスコープで確認することにより、3V 以上の電圧を掛けることで Heterodyne 制御が可能であることが分かった。そのため、以下の実験では EOM に掛ける電圧は 3V とした。次に復調位相を変えながらエラー信号 (制御信号) が最大になるように復調位相の最適化を行った。エラー信号を最適化することでより固い制御を行うことができる (図 47)。本実験においては MI を Q-phase、OMC を I-phase で復調し制御を行った。以上のように最適化されたエラー信号はサーボを経由し、ピエゾ素子へと Feedback される。サーボを用いるのは、必要な周波数でゲインを調節することで鏡の変位を制御できる役割を持つためである。例えば CCD カメラ等で目に見えるような光の低周波の揺れが確認されたら、低周波のゲインを上げるようなデザインのサーボ (ローパスフィルター) を用いる必要がある。今回の実験の制御ではサーボは、MI は SR560 と自作のローパスフィルターを、OMC には SR560 を用いた。今回用いたピエゾは 250 Hz で共振するため、MI 及び OMC の制御帯域 (UGF) はその共振地点からできるだけ離れた 250 Hz 以下または 250 Hz 以上にしなければならない。今回は MI は SR560 で 100 Hz の 1 次 (f^{-1}) のローパスフィルター (ゲインは 5) と 160 Hz のインテグレータ付きの f^{-1} のローパスフィルター (GAIN は 1) を一緒に用いることで、UGF は 100 Hz 以下にし、250 Hz の共振を f^{-2} の効果で抑えることにした。OMC は SR560 で 0.3 Hz のローパスフィルター (ゲインは 2) を用いて制御を行った。

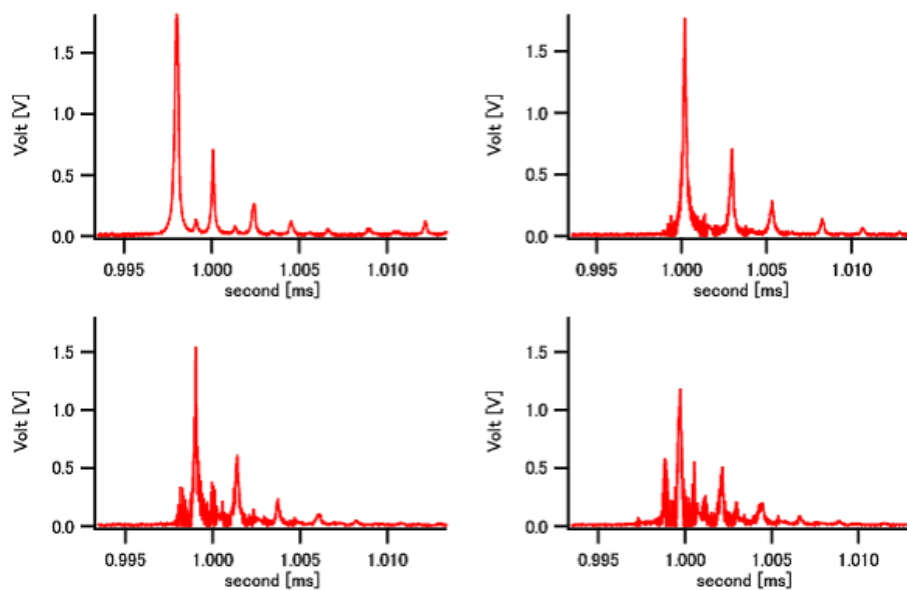


図 46 EOM の電圧と RF サイドバンドの生成の関係。左上から時計回りに、EOM にかける電圧を 0 V, 1 V, 3V, 5V とした。電圧が増えるごとにガウスモードの光が減り、その分 RF サイドバンドが生成されているのが分かる。

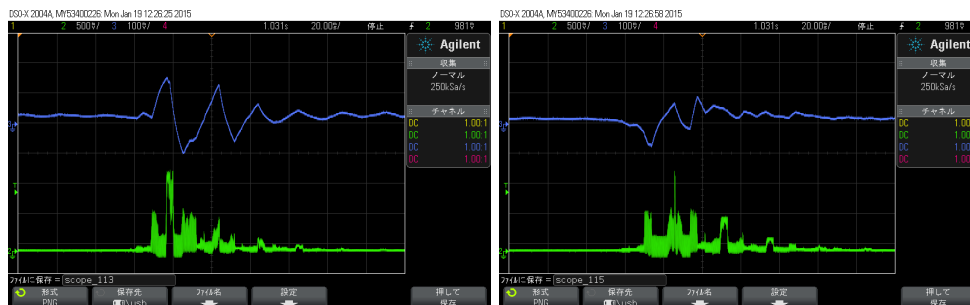


図 47 復調位相とエラー信号の応答。左図：復調位相が最適な時、右図：復調が最適化されていない時

4.2.5 本実験のポイント

干渉計の制御実験では、制御に用いる光量が少なくなるほど制御は難しくなる。アメリカの Ad-LIGO やヨーロッパの Ad-Virgo で DC readout を行う際には約 75~80 mW のローカルオシレータを用いるが、KAGRA では BAE を行うことから、約 1 mW という非常に少ない光量で制御することが求められている。今回は KAGRA で行う DC readout を想定した実験の為、約 1.3 mW のローカルオシレータを用いて OMC 共振器の制御及び信号検出を行い、OMC の雑音への影響を確認した。また、その際の OMC の制御には PDH 法を用いた。

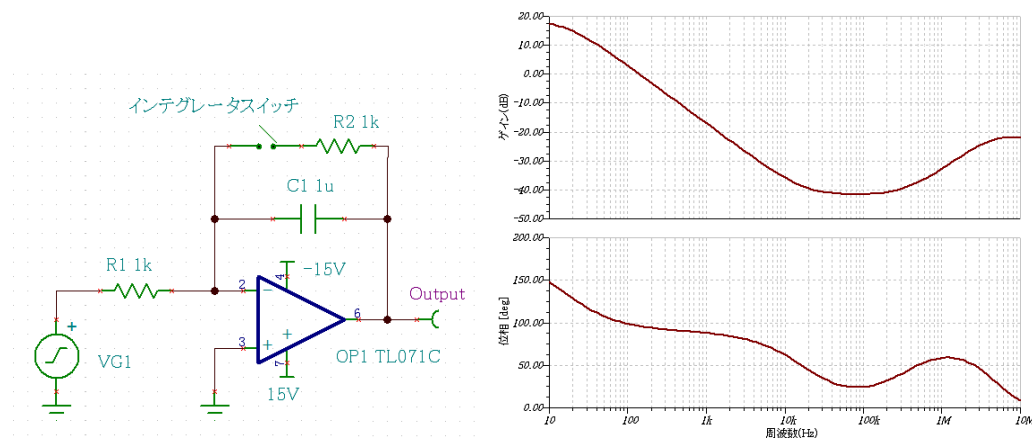


図 48 作成した 160Hz のローパスフィルター。インテグレータがついており、インテグレータを ON にすることで 160Hz 以下のゲインを 1 次の傾きで増幅させることができる。

4.2.6 結果

MI 及び OMC 共振器の制御を確認した後、制御をしている状態で MI に疑似信号を入れ、DC readout による信号の読み出しによって OMC による信号と雑音の変化を FFT アナライザで計測した。その結果、OMC により高周波帯域の雑音の低減されていることを確認することができた。

4.2.6.1 MI の制御

まずは MI の制御を行った。MI を組み立てる際、MI がどのくらいの精度でできているかを表すのはコントラストで確認できる。図 49 は MI を PZT で鏡を揺らした時に AS ポートに出てくる透過光を実際にオシロスコープで計測した結果であり、今回は最大光量は 5.33 V、最少光量は 0.1 V より、2 章の Michelson 干渉計の節の式 (92) を用いると、96.3% のコントラストとなることが分かる。但し、この光量は ND フィルターを入れ、フォトディテクターの受光可能範囲内にした数値であるため、実際にはそれ以上に良いコントラストとなると考えられる。

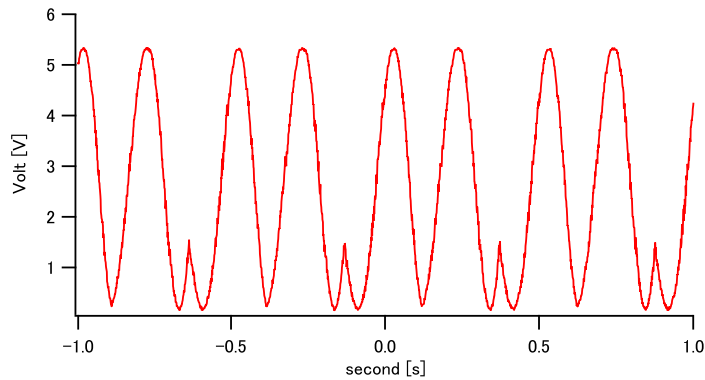


図 49 MI のコントラスト

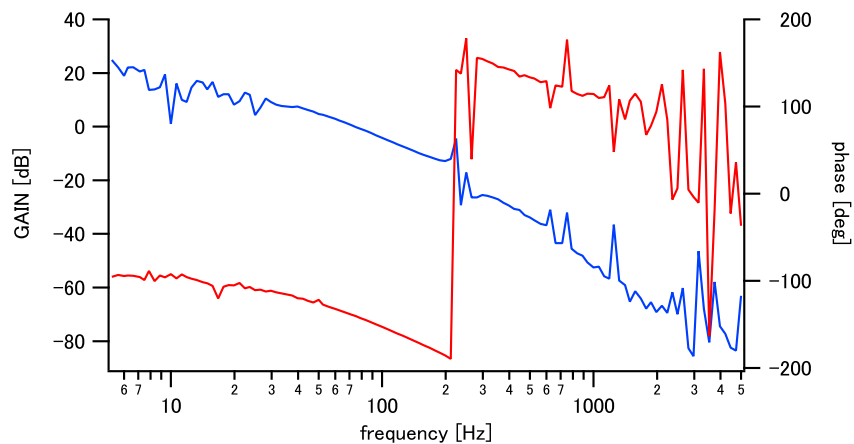


図 50 MI 制御時の伝達関数

4.2.6.2 共振器 (OMC) の制御

次に、MI の片腕をブロックして、OMC だけの制御、つまり共振器の制御を行った。この時、PZT がついていない方の鏡をリファレンスとしているので、ブロックする方は PZT が付いている鏡がある方の腕となる。今、約 50 mW のレーザー源を用いているので、本来ならば MI の片腕をブロックしたときは 1/4 の光量の 12.5 mW のキャリアを用いて制御を行うが、設置した各光学機器におけるロスにより、実際には 10 mW のキャリアを用いて制御を行った。

図 51 は OMC 共振器の制御時の伝達関数である。UGF が 70 Hz 程で制御帯域が狭いため高周波では制御ができていないが、低周波帯域、特にキャリア光近辺の周波数では制御のゲインも 10 倍近くあり、良く制御できていることが分かる。この時、サーボのゲインは 2 を用いているので、この結果から $GH=20$ より干渉計の光学ゲインは 10 となる。

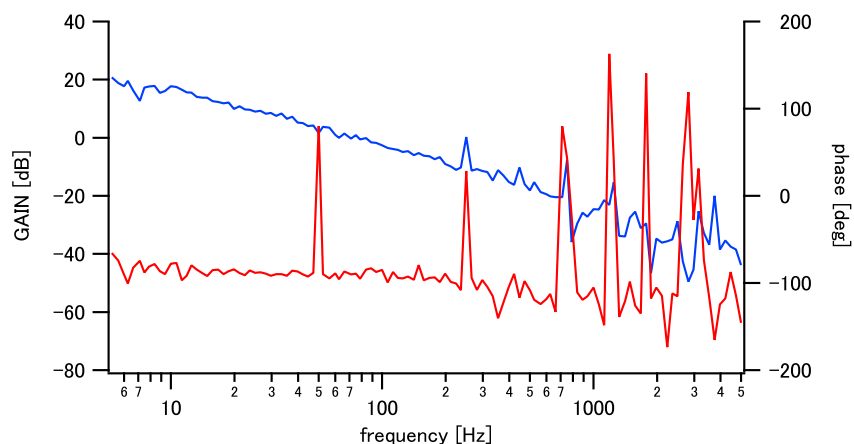


図 51 OMC 制御時の伝達関数

4.2.6.3 MI と OMC の同時制御

MI と OMC それぞれの単独制御ができたところで、MI のブロックを取り外し、MI の制御をした状態で OMC の制御も行った。本来ならば MI の制御はダークフリンジの状態からオフセットを加えるが、今回の設計ではモードミスマッチなどにより完全なダークな状態にはならず、一番ダークフリンジに近い状況でも既に 1.3mW あった。そこで、今回は MI にはダークフリンジの状態から新たにオフセットは加えず、その 1.3mW の光をローカルオシレータとして OMC の制御、及び DC readout に用いることにした。図 53 は MI がダークフリンジに制御した状態で OMC を制御し、OMC の伝達関数を測ったものである。2500 Hz 以降でいきなりゲインと位相が変化しているのは、OMC が制御していない状態から制御した状態に切り替えた際に起きた現象である。

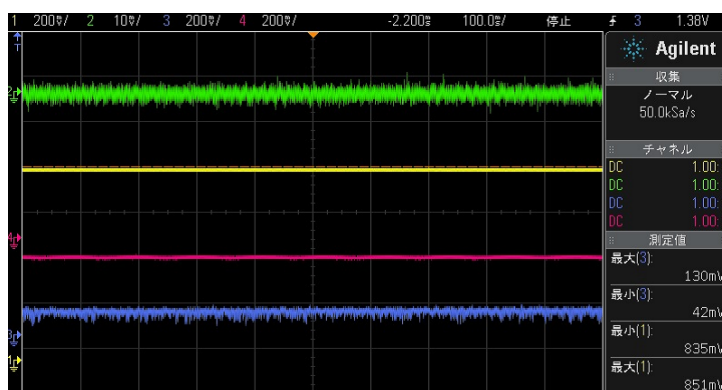


図 52 MI と OMC の同時制御。緑は MI のエラー信号、黄は Farday-Isolator からの反射光、赤は OMC のエラー信号、青は OMC の透過光。

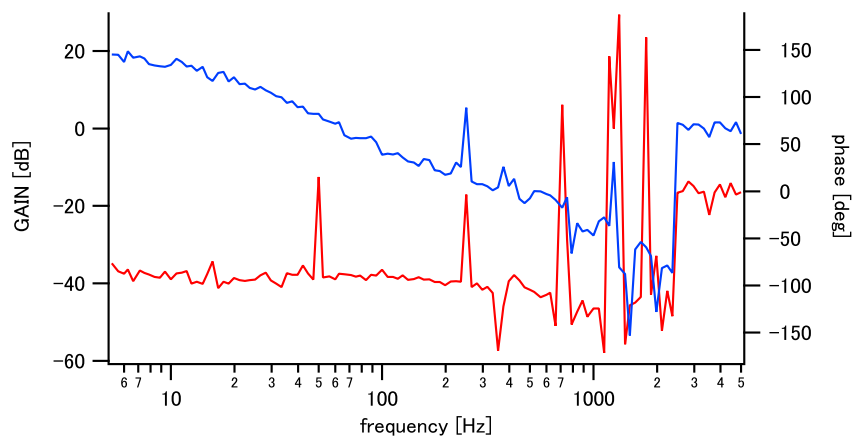


図 53 MI をダークフリンジに制御した状態で OMC を制御した時の伝達関数

4.2.6.4 DC readout と OMC の性能テスト

DC readout を行った。MI と OMC の間には磁石で取り外し可能な鏡を設置し、それにより短時間で OMC 前後の FFT(高速フーリエ変換) ができるようにした。OMC の性能テストに関して、以下の手順で行った。

(1) 取り外し可能ミラーを取り付け、MI を制御した状態で MI の鏡に発信器で信号を入れる。MI の AS ポートからピックアップした光をフォトディテクターで受け、その光を FFT して OMC 前のノイズレベルを見る。

(2) 取り外し可能ミラーを取り外し OMC まで光が行くようにする。MI を制御した状態で OMC を制御し、先ほどと同じ信号を MI の鏡に入れて OMC の AS ポートから出てくる光をフォトディテクターで受光する。その光を FFT して OMC 後のノイズレベルを見る。

(3) (1) と (2) の結果を比較し、OMC 前後のノイズレベルの変化を見る。今回は MI と OMC の伝達関数から共に UGF(制御帯域)が70Hz 付近であり、高周波に行くほど制御が弱くなる。制御帯域内に信号を入れるとその信号が抑えられて信号雑音比を比較し辛くなる為、今回は様々な周波数をいれて信号雑音比の大きい周波数を確かめた結果、2kHz(5V) の信号を採用することとした。図 54 では、OMC 前後で DC readout した時の

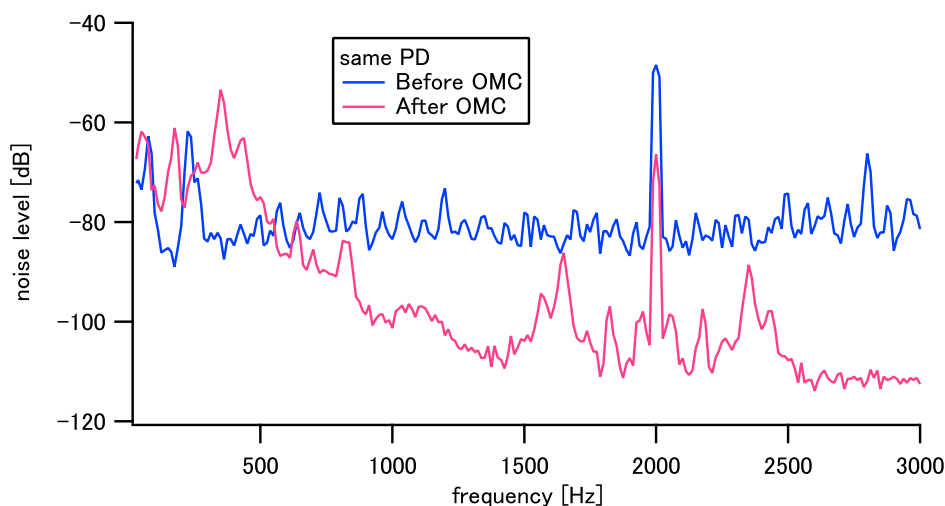


図 54 DCreadout した際の OMC 前後の信号と雑音レベル

雑音レベルを示す。2kHz のピークは今回用いた信号成分である。両者を見比べると OMC 後では高周波の雑音が低減されているが見受けられる。しかし、同時に信号量も OMC 前の約 13% に減少してしまっている。今回は同じフォトディテクターを用いて測定を行ったため、フォトディテクター自体の応答の違いによるものではない。信号量が減少した原因としては次のようなことが考えられる。1つ目は OMC 後にのみ見受けられる 2kHz の信号の周りに生成されているサイドバンドのようなピークである。このピークは 300 Hz 付近の見られるピークと似た形状をしており、300 Hz のピークを 2kHz 周りのピークに重ねてみるとその形状は一致する(図 55)。300 Hz のピークはピエゾの共振周波数であり、このピークが大きいため 2kHz の信号の周りにサイドバンドとして現れたと考えられる。これは現在用いている OMC のピエゾを取り付けている鏡のマウントの Q 値が高いため生じたものだと考えられる。Q 値とは熱損失係数と言い、媒質が吸収したエネルギーがどのくらい速く減少するかを表す指標である。今回の場合は鏡のマウントを Q 値が低い材質(真鍮など)

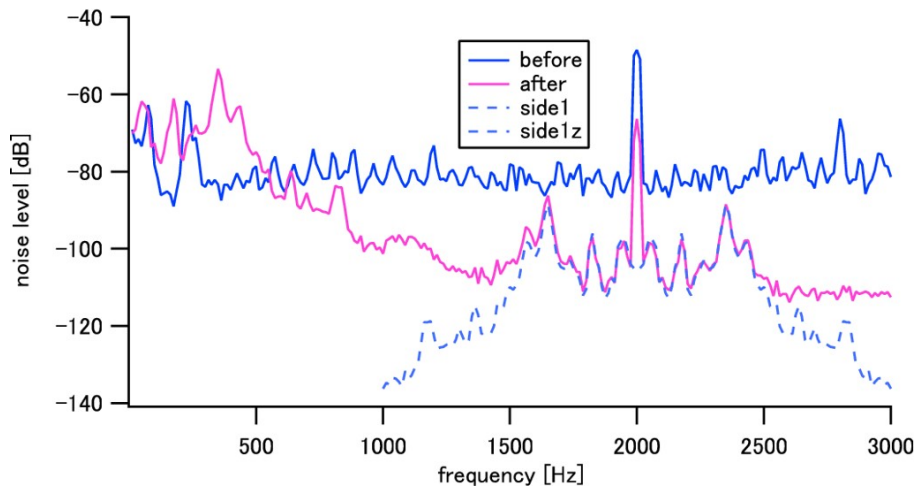


図 55 OMC 後の FFT で現れた 2 kHz 周りのサイドバンド

に変えることでピエゾの共振による振動をすぐに減少しピークが小さくなると予想される。実際に 300 Hz の共振によるサイドバンドの光量は 2 kHz の信号の光量の 78% 程であり、ピエゾの共振問題が解消されたと仮定してその光量を信号のピークに戻すと、OMC 後の信号量は OMC 前の約 23% にまで改善できる。残りの 77% のロスに関しては、OMC のモードマッチングが悪く透過率が約 23% のために信号量も光量に比例して減少したものと思われる。次に、OMC 前後の測定で入れている信号量は同じことから、OMC 後の信号量

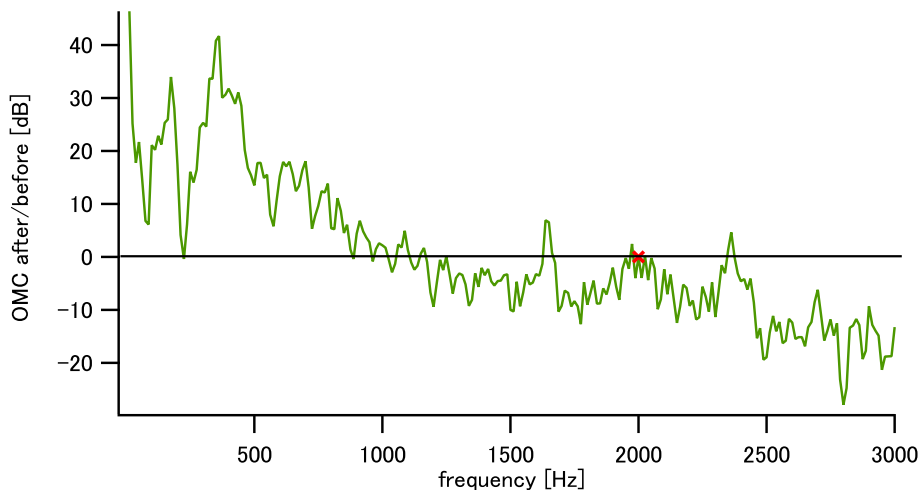


図 56 OMC 前後の雑音レベルの比較。赤いマークは MI に擬似的に入れた 2kHz の信号を示している。

を OMC 前と同じになるようにノイズフロアを調節し、OMC による雑音への影響を比較した。これにより、OMC 後では高周波領域に行くにつれて雑音が徐々に減少されていくのを確認することができた。2500 Hz あたりからは約 3 分の 1 以上の雑音成分の低減が行われていることが見受けられる。OMC のモードマッチを改善させることで、キャリア光のガウスモードの光量に比例して、より雑音の低減が見られると考えられる。

5 まとめ

本研究では干渉計用シミュレーションコード FINESSE に mirror map を導入し、ミラーマップを用いた新しい手法で KAGRA の OMC のデザインの決定を行った。この手法により、実際の実験データを用いた時と同様にシミュレーションすることが出来るようになった。その結果、KAGRA で用いる OMC は $\eta = 55.4 \text{ deg}$, $L = 75 \text{ cm}$ のデザインが要求値満たすのに良いことが分かった。また、今回のシミュレーション結果は KAGRA で用いる検出手法の実現可能性の指標とすることもでき、本研究の結果から 81% の確率で BAE の実現が可能であるという結果を示すことができた。また、KAGRA で実際に用いるものと同程度の光量 (約 1.3 mW) を用いて DC readout のプロトタイプ実験を行い、OMC による雑音光の低減における影響を調査した。その結果、今回の OMC 自体は透過率が低く良い共振器を作れたとは言えないが、例えば 2500 Hz 付近では 3 分の一に減少するなど、高周波の雑音の低減の傾向を確認することができた。これは DC readout における OMC の必要性を示す結果と言える。

付録 A FINESSE の使い方

<初めに>

まずは FINESSE をダウンロードして、使える環境づくりを行う。

1 FINESSE はフリーのソフトウェアで、以下の URL からダウンロードできる。

<http://www.gwoptics.org/finesse/>

2 FINESSE の出力には主に gnuplot を使うので、FINESSE の構成設定を行う「kat.ini」ファイルを書き換えて gnuplot にパスを通す必要がある (図 57)。また、3D プロットを行うときには MATLAB を用いることがあるので、必要に応じて用意する。

```
56 ## For linux and Mac ↓
57 # GNUCOMMAND "/usr/local/bin/gnuplot -persist" # Unix example↓
58 # PYTHONCOMMAND "python $s 2>/dev/null &"↓
59 ↓
60 ## For Windows systems↓
61 # if you have a space in the path to wgnuplot.exe you need to ↓
62 # Note use of ' and " to encapsulate path and GNUCOMMAND↓
63 # GNUCOMMAND "'C:\Program Files\gnuplot\bin\Wgnuplot.exe" --persist'↓
64 # else use↓
65 GNUCOMMAND 'C:\gnuplot\binary\Wgnuplot.exe --persist'↓ ←
66 #↓
67 # For windows you can also bring up a plot and return to the command↓
68 # line to run more Finesse files by using the command:↓
69 #↓
70 #GNUCOMMAND 'start /b wgnuplot.exe --persist'↓
71 #↓
72 # However for this to work you need to ensure that wgnuplot.exe is in↓
73 # your PATH environment variable. You can check if it is by pressing↓
74 # win+R keys and typing cmd, then typing 'wgnuplot', if it opens it↓
```

図 57 kat.ini ファイル

<各コマンド>

以下に、FINESSE のシミュレーションで主に使うと思われるコマンドの説明を載せておく。FINESSE では名前や位置情報を各光学機器で指定し、それをスペースでつなぐことで干渉計を組み立てる。また、各光学の特性 (位相情報等) を指定することができる。

```
s name L [n] node1 node2 : 光学機器間の距離を指定する。 \\
l name P f [phase] node : レーザー。パワーや位相を指定できる。 \\
mod name f midx order am/pm [phase] node1 node2 : 位相変調器 (AOM/EOM)
m name R T phi node1 node2 : ミラー \\
bs name R T phi alpha node1 node2 node3 node4 : ビームスプリッター \\
lens f node1 node2 - thin lens : レンズ \\
cav name component1 node component2 node : 共振器 \\
```

<シミュレーション例>

ここでは簡単なシミュレーション例を以下に示す。

Ex1) Fabry-Perot 共振器

今、シンプルな Fabry-Perot 共振器をつくり、PDH 法でエラー信号を見てみる。この時、FINESSE 上のコマンドは図 58 のようになる。次にコマンドプロンプトを開き、“kat ファイル名”とうつ。すると、エラー信

```

1 #
2 # Fabry-Perot共振器を用いた↓
3 # Pound-Drever-Hall法におけるエラー信号↓
4 #-----↓
5 #####干渉計の構成↓
6 | i l 1 0 n1 #レーザーパワー=1W,周波数オフセット=0Hz↓
7 s s0 0 n1 nEOM1 ↓
8 mod eo1 40k 0.3 3 pm nEOM1 nEOM2 #位相変調=40kHz↓
9 s s1 0 nEOM2 n1 ↓
10 m m1 0.9 0.0001 0 n1 n2 #ミラー1:R=0.9,T=0.0001,位相=0↓
11 s s2 1200 n2 n3 #共振器長=1200m↓
12 m m2 1 0 0 n3 dump #ミラー2:R=1,T=0,位相=0↓
13 ↓
14 #####鏡を動かす↓
15 xaxis m2 phi lin -90 90 400 #ミラー2の位相を±90度400点でスイープ↓
16 yaxis abs #y軸方向は固定↓
17 ↓
18 #####フォトディテクター↓
19 pd1 inphase 40k 0 n1 #ミキサで40kHzで復調して検波(I-phase)↓
20 pd1 quadrature 40k 90 n1 #ミキサで40kHzで復調して検波(Q-phase)↓
21 ↓
22 ↓
23 [EOF]
  
```

図 58 kat ファイル

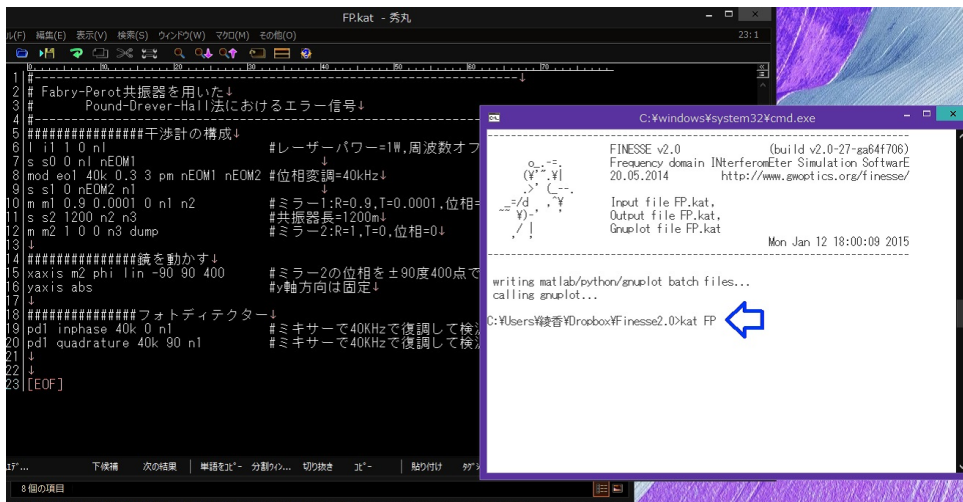


図 59 コマンドプロンプト

号 (今回は I-phase,Q-phase) が出力される。

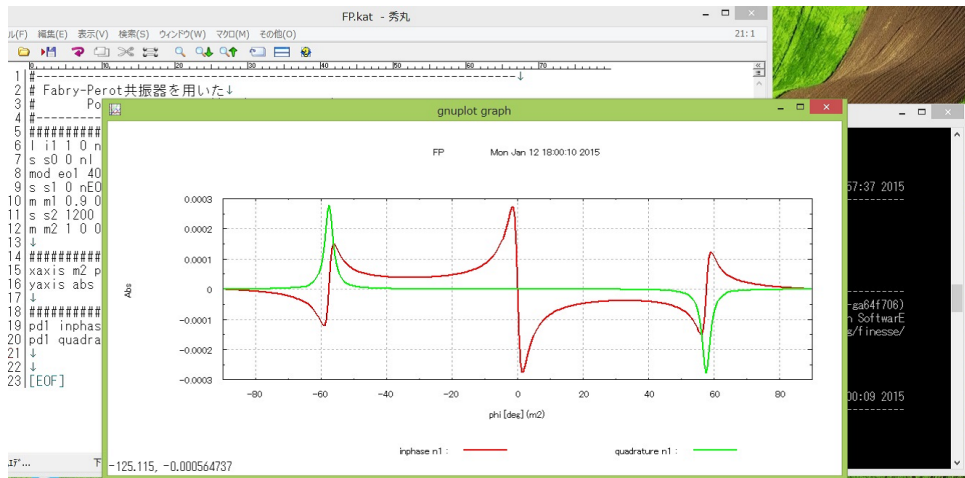


図 60 エラー信号のグラフ

Ex2) KAGRA

ここに、今回のシミュレーションで用いたコードを載せる。

```
#####
#           KAGRA file
#   computer mirror_map by ymamoto_san
#           mirror 1234 this is worst 5 combination.
#           max order is up to 10th
#           changed >> OMMT&OMCRoC OMClength SRM-MMT1&MMT2-OMC2distance
#           final
#####

# clight 299792458.0

l i1 55.375 0 nL                #fixed with ad at n1; I0=515.8W

s subx 0.0 1.754 n6ar n6hr # ITM thickness is ignored
s suby 0.0 1.754 n5ar n5hr # ITM thickness is ignored
bs ARx 200e-6 0.9998 0 0.025 n6 nPOX n6ar dump
bs ARy 200e-6 0.9998 0 0.025 n5 ncav n5ar dump

## R=200e-6 T=0.9998 Phi=0 initial_angle=0.025
```

```

s Lmx 26.6649 n3 n6 ## Lmx+Lmy=50m
s Lmy 23.3351 n2 n5
s Lx 3000 n11 n12
s Ly 3000 n9 n10

bs bs1 0.5 0.5 1.4798 45 n1 n2 n3hr n4hr #1.5304+0.0416848
s sdummy1 0.0 n3hr n3hr2
m bsAR1 0 1 0 n3hr2 n3ar
s subBS1 0.0 1.45 n3ar n3ar2 # BS thickness is ignored
m bsAR3 0 1 0 n3ar2 n3
s sdummy2 0.0 n4hr n4hr2
m bsAR2 0 1 0 n4hr2 n4ar
s subBS2 0.0 1.45 n4ar n4ar2 # BS thickness is ignored
m bsAR4 0 1 0 n4ar2 n4

const fmod 16.880962M #f1

s sPREF 0 npr npr2
bs refl 0.0001 0.9999 0 45 neo3 dump npr2 nREFL #REFL
s sREOM 0 neo2 neo3

s Lp1 14.7615 nf0 nf1 # used to be 14.7606
bs PR2 1 0 0 -0.686 nf1 nf2 dump dump # not tilted #degree for kagra
s Lp2 11.0661 nf2 nf3 #used to be 11.0669
bs PR3 1 0 0 0.583 nf3 nf4 dump dump # not tilted #degree for kagra
s Lp3 15.7638 nf4 n1 #same

attr PR2 Rc -3.0764
attr PR3 Rc 24.9165

s Ls1 14.7412 nf1s n7 # used to be 14.75637
bs SR2 1 0 0 -0.686 nf2s nf1s dump dump # not tilted
s Ls2 11.1115 nf3s nf2s # used to be 11.07113
bs SR3 1 0 0 0.583 nf4s nf3s dump dump # not tilted
s Ls3 15.7386 n4 nf4s # used to be 15.7638

attr SR2 Rc -2.9872
attr SR3 Rc 24.9165

attr ETMx Rc 1919 % 1% error

```

```
attr ETMy Rc 1881 % 1% error
attr ITMx Rc -1919 % 1% error
attr ITMy Rc -1881 % 1% error
```

```
attr ARx Rc 0
attr ARy Rc 0
```

```
attr prm Rc -458.1285
attr srm Rc 458.1285
```

```
%% real MMT and OMC %%
```

```
#!/*
```

```
s ssrcmmt 2.9 n8 nmmt1
bs mmt1 0.99997 0 0 1.907 nmmt1 nmmt2 dump dump
bs mmt2 0.99997 0 0 -1.907 nmmt3 nmmt4 dump dump
#bs mmt1 0 1 0 1.907 nmmt1 nmmt2 dump dump
#bs mmt2 0 1 0 -1.907 nmmt3 nmmt4 dump dump
s smmtomc 2.86126 nmmt4 nomci # old > 4.75 from KAGRA wiki
```

```
const omcangle 6.7
```

```
##*/
```

```
/*
```

```
### ideal ###
```

```
bs omc1 0.999 0.001 0 -$omcangle nomci dump nomc1 nomc8 # ideal OMC
s somc1 $Lomc nomc1 nomc2 # R=1.17567
bs omc2 1 0 0 $omcangle nomc2 nomc3 dump dump
s somc2 $Lomc nomc3 nomc4 # R=1.17567
bs omc3 0.999 0.001 0 -$omcangle nomc4 nomc5 nomco dump # ideal OMC
s somc3 $Lomc nomc5 nomc6
bs omc4 1 0 0 -$omcangle nomc6 nomc7 dump dump
s somc4 $Lomc nomc7 nomc8
```

```
*/
```

```
#!/*
```

```
### real OMC ### (40ppm_loss)
```

```
bs omc1 0.996 0.00396 0 -$omcangle nomci dump nomc1 nomc8 # ideal OMC
s somc1 $Lomc nomc1 nomc2 # R=1.17567
bs omc2 0.99996 0 0 $omcangle nomc2 nomc3 dump dump
s somc2 $Lomc nomc3 nomc4 # R=1.17567
```

```

bs omc3 0.996 0.00396 0 -$omcangle nomc4 nomc5 nomco dump # ideal OMC
s somc3 $Lomc nomc5 nomc6
bs omc4 0.99996 0 0 -$omcangle nomc6 nomc7 dump dump
s somc4 $Lomc nomc7 nomc8
#*/
/*
### no OMC ###
bs omc1 0 1 0 0 nomci dump nomc1 nomc8 # ideal OMC
s somc1 $Lomc nomc1 nomc2 # R=1.17567
bs omc2 1 0 0 0 nomc2 nomc3 dump dump
s somc2 $Lomc nomc3 nomc4 # R=1.17567
bs omc3 0 1 0 0 nomc4 nomc5 nomco dump # ideal OMC
s somc3 $Lomc nomc5 nomc6
bs omc4 1 0 0 0 nomc6 nomc7 dump dump
s somc4 $Lomc nomc7 nomc8
*/
#/*
s SPD2 0 nomco nomco2
bs pdloss 0.05 0.95 0 45 nomco2 dump nPD dump #PD loss
s SPD 2 nPD nPD2

attr mmt1 Rc 17.8 # from mathematica test3_new.nb
attr mmt2 Rc 17.8

attr omc2 Rc 0
attr omc3 Rc 0
attr omc4 Rc 0
#*/

attr bs1 Rc 0
attr bsAR3 Rc 0
attr bsAR4 Rc 0

#data from kato_kun_file 1234.kat
m ETMx 0.999941 10e-6 89.9833 n12 n14 #89.9833 -5.6e-05
m ETMy 0.999949 10e-6 0.00828 n10 n13 #0.00792 +0.000235-2e-6
m ITMx 0.99602 3931e-6 90 n6hr n11
m ITMy 0.99598 3979e-6 0 n5hr n9
m prm 0.90 0.10 -0.03308 npr nf0 #-0.06116 +0.129081
m srm 0.85 0.15 4.0873 n7 n8 #4.1236-3.4704424+3.5

```

```

#m prm 0 1 0 npr nf0
#m srm 0 1 0 n7 n8

#####
#/*
map ITMx ITMMap1_N512_W240.txt
knm ITMx ITMx_map_1234_10
conf ITMx save_knm_binary 1
conf ITMx interpolation_method 2
conf ITMx integration_method 3

map ETMx ITMMap2_N512_W240.txt
knm ETMx ETMx_map_1234_10
conf ETMx save_knm_binary 1
conf ETMx interpolation_method 2
conf ETMx integration_method 3

map ITMy ITMMap3_N512_W240.txt
knm ITMy ITMy_map_1234_10
conf ITMy save_knm_binary 1
conf ITMy interpolation_method 2
conf ITMy integration_method 3

map ETMy ITMMap4_N512_W240.txt
knm ETMy ETMy_map_1234_10
conf ETMy save_knm_binary 1
conf ETMy interpolation_method 2
conf ETMy integration_method 3

phase 2 % phase 0 is realistic (3km will be divided by 1064nm, not resonant)
        % phase 1 takes off the phase shift due to the distortion on TEM00
        % phase 2 makes 3km an integer multiple of 1064nm and put distortions
        % phase 3 makes 3km the integer multiple and remove the distortions
#*/

cav srcN srm n7 ITMy n5hr
cav prcN prm nf0 ITMx n6hr
cav omc omc1 nomc1 omc1 nomc8

cav xarm ITMx n11 ETMx n12

```

```

cav yarm ITMy n9 ETMy n10

gauss* input i1 nL -7.4869035 57.716669
maxtem 10
#trace 8

#/*
### OMMT/OMC length ##### # new : 45deg, 80cm
s smmt 2.9 nmmt2 nmmt3 ## 4.012 from kato_kun file
const Lomc 0.375
#####

### OMC1 RoC ##### # from mathmatica Rc_mmt=22.7
attr omc1 Rc -1.1057
#####
#*/

### Before/After OMC ##### #for beam profile
#beam B1 n8 #before
#beam B1 0 nPD #after OMC
#beam B1 10k nPD #fsig after OMC
#####

### RF SB on/off #####
mod eo1 $fmod 0.15 2 pm 0 nL neo2 # RF on
#mod eo1 $fmod 0.0 2 pm 0 nL neo2 # RF off
#####

### Beam profile in 2D ###

/*
fsig sigLm1 ETMx 10k 0 #make 10kHz signal
fsig sigLm2 ETMy 10k 180 #SADOU
*/

/*
xaxis B1 x lin -5 5 200
x2axis B1 y lin -5 5 200
yaxis abs
pause
*/

```



```
##### tuning (x-arm) #####
/*
pd pETMx n14
#ad ad00 0 0 0 n14
yaxis log abs
xaxis* ETMx phi lin -0.0001 0.0001 100
pause
*/
```

```
##### tuning (y-arm) #####
/*
pd pETMy n13
#ad ad00 0 0 0 n13
yaxis log abs
xaxis* ETMy phi lin -0.0001 0.0001 100
pause
*/
```

```
##### tuning (BS) #####
/*
pd pBS n8
#ad ad00 0 0 0 n8
yaxis log abs
xaxis* bs1 phi lin -0.0001 0.0001 100
pause
*/
```

```
##### tuning (PRM) #####
/*
pd pPRM n14
#ad ad00 0 0 0 n14
yaxis log abs
xaxis* prm phi lin -0.0001 0.0001 100
pause
*/
```

```
##### tuning (SRM) #####
/*
fsig sig1 ETMx 10k 0
fsig sig2 ETMy 10k 180
```

```

ad ad00 0 0 10k n8
yaxis log abs
xaxis* srm phi lin -3.6 -3.4 10
pause
*/

#### MMT tuning ####

##Lomc=0.4
/*
fsig sigLm1 ETMx 10k 0      #make 10kHz signal
fsig sigLm2 ETMy 10k 180   #"SADOU"
xaxis smmt L lin 4.011 4.012 100
ad ad00 0 0 10k nPD
yaxis log abs
pause
*/

### offset
/*
ad ad00 0 0 0 nPD
#pd pAS n8
variable offset 0 #started at 0
xaxis offset phi lin -0.001 0.001 30 #for DC=1mw=1.0e-003w
put* ETMx phi $x1
put* ETMy phi $mx1
pause
*/

#### spectrum ####
#/*
fsig sigLm1 ETMx 1000 0
fsig sigLm2 ETMy 1000 180
pdS2 GW 0 0 1000 max nPD
#ad adGW 0 0 1000 nPD
#xaxis ETMx phi lin 89.999 90.001 200
#xaxis sigLm1 f log 1 10k 100
xaxis sigLm1 f log 10 1k 2

```

```

put GW f2 $x1
#put adGW f $x1
#func y=90-$x1
#put ETMy phi $y
#noplot y
scale meter
#yaxis lin abs
yaxis log abs
pause
#*/

#/*
ad ad00 0 0 0 nPD
ad ad10 1 0 0 nPD
ad ad01 0 1 0 nPD
ad ad20 2 0 0 nPD
ad ad02 0 2 0 nPD
ad ad11 1 1 0 nPD
ad ad30 3 0 0 nPD
ad ad03 0 3 0 nPD
ad ad21 2 1 0 nPD
ad ad12 1 2 0 nPD
ad ad40 4 0 0 nPD
ad ad04 0 4 0 nPD
ad ad31 3 1 0 nPD
ad ad13 1 3 0 nPD
ad ad22 2 2 0 nPD
ad ad50 5 0 0 nPD
ad ad05 0 5 0 nPD
ad ad41 4 1 0 nPD
ad ad14 1 4 0 nPD
ad ad32 3 2 0 nPD
ad ad23 2 3 0 nPD
#*/

```

ここでは、ad コマンドは 5 次までしか書いていないが、実際には 10 次まで書いて使用した。

参考文献

- [1] A. Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik*, **49** (1916)
- [2] P. A. R. AdeK, *Phys. Rev. Lett.*, **112**,241101 (2014)
- [3] K. Somiya and the KAGRA collaboration, *Class. Quantum Grav.*, **29**, 124007 (2012)
- [4] A. Maselli, V. Cardoso, V. Ferrari, L. Gualtieri and P. Pani, *Phys. Rev. D*, **88**.023007 (2013)
- [5] J. Mizuno, K. A. Strain, P. G. Nelson, J. M. Chen, R. Schilling, A. Ruediger, W. Winkler, and K. Danzmann, *Phys. Lett. A*, **175**, 273-6 (1993)
- [6] K. Somiya, Y. Chen, S. Kawamura and N. Mio, *Phys. Rev. D*, **73**.122005 (2006)
- [7] T. Fricke, N. Smith-Lefebvre, R. Abbott, R. Adhikari, K. Dooley, M. Evans, P. Fritschel, V. Frolov, K. Kawabe, J. Kissel, B. Slagmolen and S. Waldman, *Class. Quantum Grav.*, **29**, 065005 (2012)
- [8] Y. Aso, Y. Michimura, K. Somiya, M. Ando, O. Miyakawa, T. Sekiguchi, D. Tatsumi and H. Yamamoto, *Phys. Rev. D*, **88**.043007 (2013)
- [9] K. Arai, "aLIGO Output Mode Cleaner: Design, Fabrication, and Installation," Presentation at Sept. LVC meeting 2013, LIGO-G1301001-1 (2013); <https://dcc.ligo.org>
- [10] A. Freise, D. Brown, and C. Bond, "Finesse, Frequency domain INterferomEter Simulation Software," arXiv:1306.2973 (2013)
- [11] A. Freise, G. Heinzl, H. Lueck, R. Schilling, B. Willke, and K. Danzmann, "Frequency-domain interferometer simulation with higher-order spatial modes" *Class. Quantum Grav.*, **21**, S1067-S1074 (2004); <http://www.gwoptics.org/finesse>
- [12] H. Yamamoto, private communications
- [13] E. Hirose *et al.*, *Phys. Rev. D*, **89**, 062003 (2014)
- [14] S. Waldman, "Output Mode Cleaner Design," Technical Report, LIGO-T1000276-4 (2011); <https://dcc.ligo.org>
- [15] K. Arai, S. Barnum, P. Fritschel, J. Lewis and S. Waldman "Output Mode Cleaner Design," Technical Report, LIGO-T1000276-5 (2013); <https://dcc.ligo.org>
- [16] 宗宮健太郎「干渉計型重力波検出器とその制御法」
- [17] 井上一, 小山勝二, 高橋忠幸, 水本好彦 シリーズ 現代の天文学 17 「宇宙の観測 (3) 高エネルギー天文学」日本評論社, 2008
- [18] 日本物理学会「宇宙を見る新しい目」日本評論会, 2004
- [19] 佐藤勝彦「相対性理論」岩波基礎物理シリーズ, 1996
- [20] 柴田大「一般相対論の世界を探る 重力波と数値相対論」東京大学出版会, 2007
- [21] 林光男「ニュートン力学からはじめるアインシュタインの相対性理論」講談社, 2010
- [22] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健「重力波をとらえる 存在の証明から検出へ」京都大学学術出版, 1998
- [23] KAGRA 大型低音重力波望遠鏡 <http://gwcenter.icrr.u.tokyo.ac.jp/>
- [24] 安東正樹 重力・重力波物理学 2009 granite.phys.s.u.tokyo.ac.jp/ando/Takeshi/GWdetector.pdf
- [25] 重力波プロジェクト推進室 <http://tamago.mtk.nao.ac.jp/spacetime/indexj.html>
- [26] Keita KAWABE 1998 <http://tmunu.phys.s.utokyo.ac.jp/theses/kawabed.pdf>

- [27] 川村 静児 やさしいレーザー干渉計 [http : //www.eri.u-tokyo.ac.jp/KOHO/HIGHLIGHT/KYODO/2004_W01/ppr/eri041102kawamura.pdf](http://www.eri.u-tokyo.ac.jp/KOHO/HIGHLIGHT/KYODO/2004_W01/ppr/eri041102kawamura.pdf)
- [28] 日本原子力研究開発機構 [http : //www.jaea.go.jp/09/wakuwaku/colum/1series/colum.6.html](http://www.jaea.go.jp/09/wakuwaku/colum/1series/colum.6.html)
- [29] 通商産業省 工業技術院 機械技術研究所 統括研究調査官室 [http : //www.aist.go.jp/MEL/soshiki/tokatsu/News t 1999/NEWS 1999 3 sirai/NEWS 19993sirai.html](http://www.aist.go.jp/MEL/soshiki/tokatsu/News_t1999/NEWS_1999_3_sirai/NEWS_19993sirai.html)38

謝辞

本研究では大学構内外、多くの皆様方に多大なるご協力を頂きました。この場を借りて御礼を申し上げます。

私の指導教官をして下さった宗宮健太郎准教授には、研究室所属当初から長きに渡り丁寧で熱心なご指導を頂きましたことに、大変感謝をしております。修士課程から重力波研究および実験を始めた私に、重力波の基礎からシミュレーション、実験の基礎と応用など、幅広く多くのことをご指導してくださいました。また、国内外問わず学会やワークショップなどに参加させて下さり、多くの研究の機会を与えてくださったことは私にとって、大変貴重で自身に多大な影響を与える大きな財産であり、深く感謝申し上げます。

イングランドのバーミンガム大学に所属されている Charlotte Bond さんは本研究で用いたシミュレーションコード FINESSE の開発グループの方で、研究室所属初期から、FINESSE の使い方を大変丁寧に教えてくださいました。自身の研究でシミュレーションが上手くいかない時にも、幾度も大変多くのアドバイスを下さり、感謝の気持ちで一杯です。

アメリカのカリフォルニア工科大学に所属されている山本博章さんには、FINESSE のシミュレーションで用いるミラーマップを作ってくださいました。出張などで大変お忙しい最中もお時間を頂き、ミラーマップ以外にもシミュレーション全般にわたりとても親身に多くの助言を下さいました。

また、DCreadout 実験で用いた OMC を作成していただいたドイツの Stefan Gossler さんと、実験を始めた当初に OMC の制御実験を見て下さいました Daniel Friedrich さんにも、多くのアドバイスを頂きました。

研究室の皆様にも研究生活を大変サポートしていただきました。まず、本研究室のスーパーバイザーをされている国立天文台所属の藤本眞克先生に御礼を申し上げます。藤本先生は日本の初代重力波検出器の開発を担われた方で、重力波に関する多くの興味深いお話やゼミの際などに大変興味深いお話をたくさん伺わせて頂き、多くのアドバイスを下さいました。博士課程の須佐友紀先輩にはパソコンのセットアップからリモート会議の方法など、パソコンの基礎的なことから丁寧に教えてくださいました。昨年本研究室を卒業された上田慎一郎先輩は、重力波研究の理論や実験データやシミュレーションデータの扱い方など、分かりやすく教えてくださいました。上田先輩と同期の斎藤那菜先輩は光学実験の基礎から丁寧に教えてくださり、実験以外にも多くの相談に乗ってくださり精神面でも大変サポートしていただきました。同期の加藤準平さんは研究室所属当初から実験のアドバイスをしてくださり、また、私が大学院や研究室に慣れるように多くのサポートをしてくださいました。崎濱幸秀さんにはゼミ発表などで多くのアドバイスを頂き、また健康面などを気遣ってくださり、精神面でもサポートしていただきました。修士1年の矢野和城さんは実験を手伝って下さり、また、実験器具の移動が大変な力仕事の時など、快く手伝って下さいました。4年生の熱田将さんと片岡優さんも、マイケルソン干渉計や回路作成の際など、いろいろなことに快く協力していただきました。

私の大切な家族と学内外における友人には研究以外の場面で、数え切れないほどのサポートをして頂きました。そして、お世話になった多くの重力波関係者の皆様方に深く感謝を申し上げますとともに、謝辞の言葉とさせていただきます。