

重力波望遠鏡における光ばねと非線形結晶を用いた  
信号増幅器のデザインとその検証

東京工業大学 理工学研究科 基礎物理学専攻 宗宮研究室  
加藤準平 (13M01031)

6 February 2015

重力波は時空の歪みが伝わる現象である。その存在は A.Einstein によって 1917 年に予言された。重力波は時空を歪ませて 2 点の距離を変える。しかし、重力が他の 3 つの力に比べ、極端に小さいことから予想できるように、重力波による時空の変化は非常に小さく、予言から 100 年経とうとする今日でも未だに直接観測に成功していない。世界中の重力波チームが大型重力波望遠鏡を建設し、重力波の初観測を目指して研究している。

重力波望遠鏡では、重力波の小さな変化をとらえるため、測定器のノイズを極限まで下げる必要がある。そのノイズレベルは量子効果が影響するまでになっており、量子雑音と呼ばれる、光子の生成消滅に関する雑音が重力波望遠鏡の測定感度を制限している。特に高周波帯域では、感度は量子雑音だけで制限されているので、高周波帯域の量子雑音を改善することは、重力波望遠鏡の測定距離を大きく伸ばすことになる。しかし、今まで高周波の量子雑音が改善できなかった理由は、帯域と感度のトレードオフによる。すなわち、高周波まで測定帯域を持つような重力波望遠鏡は、測定帯域での感度が上がらず、感度をあげようとする測定帯域を狭めることになる。それは重力波望遠鏡が、合わせ鏡によって作られるキャビティによって、重力波信号を増幅して取り出しているからである。キャビティで何度も光を往復させれば、信号は増幅するものの、高周波の信号が往復の間にキャンセルしてしまう。帯域と感度のトレードオフを破らなくては、高周波での観測は困難である。

本修士論文の目的は、高周波での量子雑音改善のための新しいセットアップの提案とその検証である。本稿前半では重力波観測の一般論として、測定原理と干渉計の構成に触れたあと、量子雑音の成り立ちを議論する。特にキャビティの構成によって、どのように感度曲線が変わるかを見る。そして量子雑音へ改善する方法として光ばねを紹介する。光ばねは輻射圧によってミラーの力学を変更する技術である。キャビティを構成するミラーをキャビティの共振点から少し共振点より少し遠くにずらしておくことと共振に近づくと輻射圧によって押し戻され、共振から離れると輻射圧が弱まり力学共振で引き戻される、というまるでばねのような効果を生む。これが光ばねである。光ばねの共振周波数では感度が大きく向上するため、量子雑音への特効薬として期待されている。

本稿後半では、その光ばねと非線形光学結晶を用い、新しい信号増幅器を提案する。非線形光学結晶をキャビティに組み込むことによって、輻射圧効果を少し変更すると、光ばねは新しい挙動を示すようになる。特に、インピーダンスマッチングと呼ばれるチューニングを行えば、光ばねは今まで到達できなかった硬さを獲得し、超高周波で共振するようになり、高周波でも高い感度が実現できる。この信号増幅器の実験理論を計算し、その有効性を確かめた。またその効果の実験検証を行い、実験検証に必要な光ばねを持つ干渉計を作成したのでそれについて述べる。

---

The Gravitational wave is the ripple on a spacetime, and derived as first-order perturbation of the Einstein's equation. It has never been detected directly since the prediction in 1917 because of its tiny interaction. Largest events in universe such as supernovae, the coalescence of neutron star binaries and inflation generate the gravitational waves, however, the amplitude is estimated at only  $10^{-21}$  in strain on the earth. Detectors are needed to suppress the noise levels below the signal of gravitational waves. Three large-scale interferometric telescopes are under construction and about to achieve to the first detection of the gravitational waves by decreasing each noise source. Among all the noise sources, the quantum noise is the most fundamental noise. The quantum noise originally comes from annihilation and creation of laser photons. With low laser power, photon fluctuation cannot tell the gravitational wave signal, while high power laser pushes the test mass and disturbs the measurement by radiation pressure fluctuation. Thus, sensitivity of the telescopes cannot surpass by a quantum limit called the standard quantum limit. The optical spring is the most promising tool to overcome the standard quantum limit. When a cavity is detuned, the radiation pressure modifies the dynamics of the mirrors due to an opto-mechanical coupling, and the cavity components behave as if these are connected by a spring. At the resonance of the spring, gravitational wave signals are enhanced. The second generation detectors plan to use the optical spring.

For the next generation, a new scheme to improve the quantum noise has been developed. We propose a new configuration for the optical spring using a parametric amplifier in the cavity, which enhances the signal by a non-linear pumping. The intra-cavity amplifier modifies the opt-mechanical system, and the optical spring becomes stiffer with an impedance matching of a cavity mirror and the parametric amplifier. We are working on the proof of the stiffest spring in our laboratory. For the first step, we constructed a tabletop interferometer with an optical spring. The signal recycling Michelson interferometer has a 200 mg mirror and the optical gain was measured at each detuning. I will explain the theory of quantum noise and its suppression, especially the optical spring in the first half of this master thesis. In the last half, I will report the tabletop experiment.

# 目次

概要	i
Abstract	ii
<b>第 1 章 重力波望遠鏡</b>	<b>1</b>
1.1 重力波の導出 . . . . .	1
1.2 重力波検出器の原理 . . . . .	2
1.3 ノイズと感度 . . . . .	6
<b>第 2 章 量子雑音</b>	<b>8</b>
2.1 量子雑音と SQL の導出 . . . . .	8
2.2 量子雑音と SQL の考察 . . . . .	14
2.3 リサイクリングキャビティ . . . . .	17
2.4 光ばね . . . . .	20
<b>第 3 章 光ばねと信号増幅器</b>	<b>25</b>
3.1 動機 . . . . .	25
3.2 信号増幅器の導出と議論 . . . . .	25
3.3 ブロードバンド干渉計への応用 . . . . .	29
3.4 量子雑音と信号増幅器の要約 . . . . .	29
<b>第 4 章 実験系のデザイン</b>	<b>31</b>
4.1 実験要求値 . . . . .	31
4.2 被制御系・主干渉計 (長さ) . . . . .	34
4.3 被制御系・主干渉計 (角度、空間モード) . . . . .	41
4.4 被制御系・防振系 . . . . .	44
4.5 制御系・アナログ回路 . . . . .	50
4.6 制御系・実験施設 . . . . .	53
<b>第 5 章 実験方法・実験結果</b>	<b>56</b>
5.1 光学系の作成 . . . . .	56
5.2 防振系の作成 . . . . .	57
5.3 統合測定 . . . . .	60

---

第 6 章	結論	66
付録 A	電磁場の量子化	69
付録 B	two-photon formalism	73
付録 C	金属弾性による共振周波数の計算	76
C.1	ワイヤーにおける共振周波数 . . . . .	76
C.2	板ばねにおける共振周波数 . . . . .	77
参考文献		79
謝辞		81

# 第 1 章

## 重力波望遠鏡

重力波とは時空のさざなみとよばれる現象である。これは 1917 年に Einstein によって予言されたが、未だ観測されていない。重力波は重力の基礎方程式である Einstein 方程式を、重力の弱い時空で摂動近似することで導出できる。この章では重力波を導出し、その検出器である重力波望遠鏡の検出原理を説明する。

### 1.1 重力波の導出

今、重力の弱い場合の時空を考えよう。このとき、計量  $g_{\mu\nu}$  が、

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

と分解できるとする。これは時空を  $\eta_{\mu\nu}$  による背景時空と、 $h_{\mu\nu}$  による摂動時空を分けることに相当する。Lorentz 計量は不定計量であり、大小を比較しにくいだが、ここでは  $h_{\mu\nu}$  の成分が  $h_{\mu\nu} \ll 1$  をもって重力が弱い、すなわち曲率が小さいということにする。これは重力崩壊やブラックホール、広いスケールの現象でなければ適当な近似である。式 (1.1) の計量を用いて Einstein 方程式の 1 次摂動項まで計算する。 $\partial_\mu$  を  $\eta_{\mu\nu}$  に関する共変微分、 $g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}$  とし、

$$G_{\mu\nu}^{(1)} = \partial^\lambda \partial_{(\nu} h_{\mu)\lambda} - \frac{1}{2} \partial^\lambda \partial_\lambda h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial_\nu h - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} (\partial^\lambda \partial^\sigma h_{\lambda\sigma} - \partial^\lambda \partial_\lambda h) \quad (1.2)$$

ここで

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (1.3)$$

とすれば、式 (1.2) は簡単になり、

$$G_{\mu\nu}^{(1)} = \partial^\lambda \partial_{(\nu} \bar{h}_{\mu)\lambda} - \frac{1}{2} \partial^\lambda \partial_\lambda \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial^\lambda \partial^\sigma \bar{h}_{\lambda\sigma} \quad (1.4)$$

を得る。計算には対称化記号を用いた。対称化記号は、 $g_{(\mu\nu)} = (g_{\mu\nu} + g_{\nu\mu})/2$  のように定義される。

式 (1.4) には、まだゲージの自由度が残されている。 $\xi^\mu$  方向の変換に対称だとすると、

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \mathcal{L}_\xi g_{\mu\nu} \simeq h_{\mu\nu} - 2\partial_{(\mu} \xi_{\nu)} \quad (1.5)$$

となる。ゲージ自由度とは  $2\partial_{(\mu} \xi_{\nu)}$  を自由に選ぶ自由度である。ここで、

$$\partial_\nu \partial^\nu \xi_\mu = -\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} \quad (1.6)$$

と  $\xi_\nu$  を決めれば、 $h_{\mu\nu}$  は

$$\partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.7)$$

のゲージ条件を満たすことになる。このゲージ条件を traceless-transverse ゲージという。このとき Einstein 方程式は、

$$\partial^\lambda \partial_\lambda \bar{h}_{\mu\nu} = \frac{-16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.8)$$

となり、特に真空、すなわち  $T_{\mu\nu} = 0$  のときは波動方程式を得る。これが重力波である。重力波は平坦な背景時空の上を波動のように伝播する、時空のゆがみであることがわかる。

まだゲージ自由度が残っている。なぜなら、 $\partial^\nu \partial_\nu \chi_\mu = 0$  なる  $\chi_\mu$  を用いて、さらにゲージ変換を行ってもゲージ条件の式 (1.7) は変わらないからである。すなわち  $\xi^\mu$  の選び方は一意ではなく、 $\chi^\mu$  のゲージ自由度が残っていることがわかる。 $T_{\mu\nu}$  の存在しない領域では、 $\chi^\mu$  の自由度を使って、 $h_{\mu\nu}$  の成分を、 $h = 0$ 、 $h_{0i} = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) とすることができる。さらに Einstein 方程式 (1.8) より  $h_{00} = 0$  を得る。以上をまとめると、 $T_{\mu\nu}$  がないところでの Einstein 方程式と、 $h_{\mu\nu}$  の成分が満たすゲージ条件の式は次の通りである。

$$\partial^\rho \partial_\rho h_{\mu\nu} = 0 \quad (1.9)$$

$$\partial^\nu h_{\mu\nu} = 0 \quad (1.10)$$

$$h_{0\mu} = 0 \quad (1.11)$$

$$h = 0 \quad (1.12)$$

である。この式 (1.9)-(1.12) は次の平面波解を持つ。

$$h_{ab} = H_{ab} \exp(ik_\mu x^\mu) \quad (1.13)$$

ただし  $H_{ab}$  は定テンソルである。Einstein 方程式 (1.9) より、 $k_\mu k^\mu = 0$  であるので、重力波が光速で伝わることがわかる。また Lorentz ゲージに対応する式 (1.10) より、 $k^\mu H_{\mu\nu} = 0$  であり、これは重力波が横波であることを意味する。さらに式 (1.10)-(1.12) により、4次元の対称テンソル  $h_{\mu\nu}$  の10個の成分のうち、独立な成分は2つだけになる。これが重力波の偏光モードにあたる。例えば、標準的な座標基底をとったとき、 $z$  方向からくる平面波は、

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(ik_\mu x^\mu) \quad (1.14)$$

と表せる。 $h_+$  による偏光をプラスモード、 $h_\times$  による偏光をクロスモードと呼ぶ。座標軸を回せばプラスモードとクロスモードを区別する必要はなくなる。回転に対する対称性から、重力波はスピンの2であることもわかる。

重力波は一般相対性理論が発見された1915年から間もない1917年に Einstein によって予言された。非線形な微分方程式に対して1次摂動を行うのは当然のアプローチであり、早くから試されたのだろうと思う。その理論の明確さとは対照的に、予言から100年が経とうとする今日でも実験で直接観測されたことはない。それは重力が他の力に比べてはるかに弱いことに起因している。大規模な天体現象であっても、地球に頻繁に届く重力波の振幅は  $h \sim 10^{-21}$  程度であり、測定が非常に困難である。一方でその相互作用の小ささから、光に比べ散乱されにくいいため、電磁波では測定できないような物理を測定することができる。重力波が観測できるようになれば新たな物理多く発見されることだろう。現在は重力波望遠鏡の建設が進んでいて、人類の重力波の初観測を目指している。

## 1.2 重力波検出器の原理

### 1.2.1 Michelson 干渉計

重力波望遠鏡では前節で導出した時空の歪みを測定する。現在では、大型重力波望遠鏡はレーザー干渉計型のものが主流である。ここでは一番シンプルな Michelson 干渉計 (Michelson Interferometer, MI) を用いて実験原理を説明す

る (図 1.1)。Michelson 干渉計は、1887 年エーテルの存在を棄却した Michelson-Morley の実験で使われた実験装置で

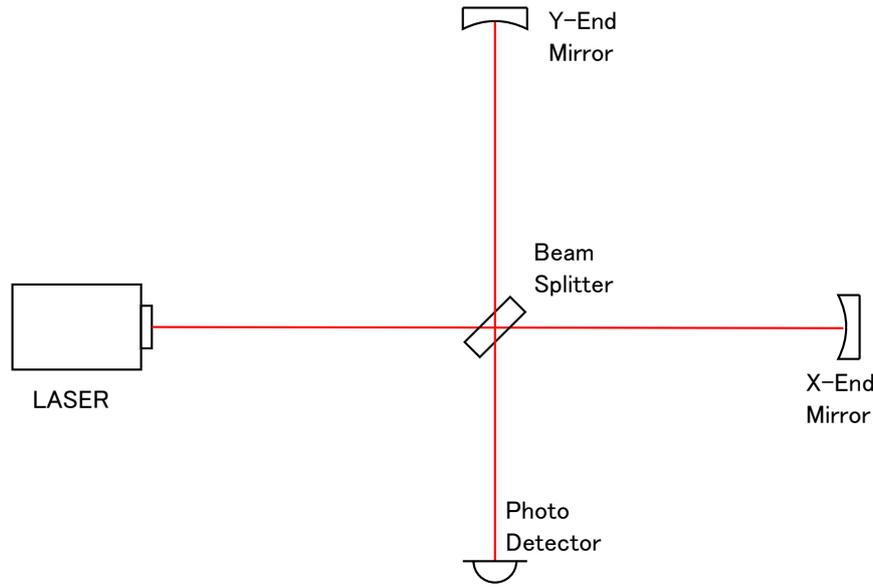


図 1.1 Michelson 干渉計

ある。レーザー光源から出た光はビームスプリッター (Beam splitter, BS) に向かう。BS はミラーの一種であり反射率と透過率が等しい。レーザー光は BS で直交する 2 方向に分けられる。2 方向に進む先にはミラーがおいてあり、再び BS へと戻ってくる。2 方向に進んだ光の往復の位相差に応じて、レーザー光は BS で干渉する。式 (1.14) でわかるように、直交する 2 方向について空間の歪みは差動で作用するから、重力波がやってくると 2 方向のレーザー光の位相差が変わり、干渉縞に変化が生じる。その変化をフォトディテクター (光検波器、photo detector, PD) で検出することで重力波を観測する。

今 BS を原点として  $x$  軸正方向と  $y$  軸正方向に広がる MI に、 $z$  軸方向から重力波が来た場合を考えよう。 $x$  方向に伸びる光路を  $x$  アーム、 $y$  方向に伸びる光路を  $y$  アームと呼ぶ。重力波の偏光モードはどちら一方だけ考えれば十分なので、今はプラスモードだけが入ってきたとする。BS からそれぞれのエンドミラーまでの距離を  $l_x$ 、 $l_y$  とし、レーザーから電場  $E_0 e^{i(\omega_0 t - \mathbf{x} \cdot \mathbf{k})}$  のレーザー光がでていているとする。BS の振幅反射率  $r$  と振幅透過率  $t$  は共に  $\sqrt{1/2}$  である。往復して戻ってきたレーザー光の電場は BS でさらに分けられて、 $x$  軸負方向のレーザーのあるポートと  $y$  軸負方向の測定するポートへ向かう。 $x$  軸負方向のポートをシンメトリックポート、リフレクションポート (REFL ポート)、 $y$  軸負方向のポートをアンチシンメトリックポート (AS ポート) と呼ぶ。重力波が不在のとき AS での電場は

$$E = E_0 \left( \frac{1}{2} e^{i\omega_0(t-2l_y/c)} - \frac{1}{2} e^{i\omega_0(t-2l_x/c)} \right) \quad (1.15)$$

となる。ここで BS の反射率は表面と裏面で符号が異なることに注意する。両腕の光路差が  $l_x - l_y = n\lambda/2$  となると、AS ポートでの電場はゼロになる。

重力波が来ると、距離が差動に変化する。 $x$  アームについて距離の変化を考える。プラスモードだけだと仮定すると、 $x$  アーム上での光の測地線は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h(t)) dx^2 = 0 \quad (1.16)$$

となる。 $h(t)$  は重力波による計量の変化であり、位置にはよらず時間のみ依存するとした。プラスモードの添え字は

省略した。\$h(t)\$ が十分小さいとして、

$$\left(1 - \frac{1}{2}h(t)\right) c dt = dx \quad (1.17)$$

これを両辺積分すると、

$$\int_{t-\Delta t_x}^t c dt' \left(1 - \frac{1}{2}h(t')\right) = 2l_x \quad (1.18)$$

$$\therefore \Delta t_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_x}^t dt' h(t') \quad (1.19)$$

ここで \$\Delta t\_x\$ とは光が往復するのにかかる時間である。これは \$\Delta t\_x\$ についての積分方程式となる。\$\Delta t\_x\$ は非常に小さいため、積分の下端の \$\Delta t\_x\$ だけ \$2l\_x/c\$ に置き換えてもよい。すなわち、

$$\Delta t_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-2l_x/c}^t dt' h(t') \quad (1.20)$$

である。特に角振動数 \$\Omega\$ の平面波解 \$h(t) = \tilde{h} \exp[i\Omega t]\$ について、

$$\Delta t_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{\tilde{h}}{i2\Omega} e^{-i\Omega t} (1 - e^{-i2\Omega l_x/c}) \quad (1.21)$$

\$y\$ アームについても、差動で動く以外は同様で、

$$\Delta t_y = \frac{2l_y}{c} - \frac{\tilde{h}}{i2\Omega} e^{-i\Omega t} (1 - e^{i2\Omega l_y/c}) \quad (1.22)$$

\$l\_x \simeq l\_y\$ とすれば、AS ポートでの電場は、

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} E_0 e^{i\omega_0 t} (e^{i\omega_0 \Delta y} - e^{i\omega_0 \Delta x}) \\ &\simeq E_0 e^{i\omega_0 (t-2l_x/c)} \left( \frac{\tilde{h}\omega_0}{\Omega} e^{i\Omega t} (-1 + e^{-i2\Omega l_x/c}) \right) \end{aligned} \quad (1.23)$$

となる。ここでは重力波の振幅 \$\tilde{h}\$ は十分小さいとした。AS ポートでの光の強度 \$P\$ は \$P = \varepsilon\_0 |E|^2/c\$ で与えられ、

$$\begin{aligned} I &= \varepsilon_0 \frac{1}{4c} E_0^2 \left( \frac{|\tilde{h}|^2 \omega_0^2}{\Omega^2} (2 - 2 \cos(-2\Omega l_x/c)) \right) \\ &= \frac{\varepsilon_0}{c} E_0^2 \left( \frac{|\tilde{h}|^2 \omega_0^2}{\Omega^2} \sin^2(\Omega l_x/c) \right) \end{aligned} \quad (1.24)$$

となる。

重力波がなかなか検出できないのはこの重力波信号が乗った光の強度が小さすぎるためである。信号が小さければ、信号雑音比 (S/N 比) をあげるために、低いノイズレベルを実現することを要求される。式 (1.24) より信号を改善するには、(1) 入射パワー \$E\_0^2\$ を上げる、(2) レーザー周波数 \$\omega\_0\$ を上げる、(3) 基線長 \$l\_x\$ を伸ばす、が考えられる。(1) と (2) は独立の問題ではない。ハイパワーなレーザーが作れる周波数は限られている。波長 1064 nm の YAG レーザーはハイパワー化するのに向いていて、この周波数のレーザーが広く使われている。YAG のハイパワー化はよく研究されており、大型重力波望遠鏡では 200 W クラスのレーザーを採用する予定である。(3) が重力波望遠鏡が大型化した理由である。初めての大型干渉計型望遠鏡は日本の TAMA であり、その基線長は 300 m であった。第 2 世代と呼ばれる現在建設中の望遠鏡は、アメリカの aLIGO は基線長 4 km、日本の KAGRA とイタリアの adVirgo は基線長 3 km である。それでもまだ十分だとは言えない。そのため、その重力波の変化が見えるように、ノイズレベルを下げ信号を増幅する必要がある。

## 1.2.2 Fabry-Perot キャビティ

合わせ鏡を用いて鏡の間を何度も往復させることで腕の長さを実効的に伸ばす方法がある。合わせ鏡のペアのことをキャビティ、または Fabry-Pelot キャビティ (FP キャビティ) と呼ぶ。FP キャビティは半透過の入射ミラー ITM(Input Test Mass) と全反射のエンドミラー ETM(End Test Mass) によって構成される。テストマスという呼び方は、キャビティのミラーが重力波望遠鏡では重力波を感じる試験質量として用いられるためにつけられている。ITM の振幅反射率と透過率  $r_I$ 、 $t_I$ 、ITM の振幅反射率と透過率  $r_E$ 、 $t_E$ 、テストマス同士の距離を  $L$  としたとする。反射率と透過率は強度にしたときに合計が 1 になると決める。つまり  $r_I^2 + t_I^2 = 1$ 、 $r_E^2 + t_E^2 = 1$  である。ただしロスがある場合は合計が 1 より小さくなる。入射電場  $E_i$ 、FP キャビティ内の電場  $E_c$ 、反射電場  $E_r$  としたとき、

$$\begin{aligned} E_c &= t_I E_i + r_I r_E e^{2i\omega_0 l/c} E_c \\ E_r &= t_I E_c - r_I E_i \end{aligned} \quad (1.25)$$

これを同時に解いて、

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{t_I}{1 - r_I r_E e^{2i\omega_0 l/c}} E_i \\ E_r &= \left( -r_I + \frac{t_I^2 r_E e^{2i\omega_0 l/c}}{1 - r_I r_E e^{2i\omega_0 l/c}} \right) E_i \end{aligned} \quad (1.26)$$

となる。キャビティは ITM と ETM の関係によって 3 つの状態に大別できる。すなわち (1)  $r_I < r_E$ 、(2)  $r_I > r_E$ 、(3)  $r_I = r_E$  の 3 つであり、それぞれの状態を (1) オーバーカップリング (2) アンダーカップリング (3) クリティカルカップリングと呼ぶ。通常 FP キャビティは、オーバーカップリングの状態を用いる。

### オーバーカップリング

ETM の反射率を 1 と近似し、ITM の反射率は 1 より小さいとする。このとき、特にテストマス間の距離が半波長の整数倍となる共振条件を課し、そこから微小な変位  $l$  がある場合

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{-r_I t_I}{1 - r_I} \frac{2i\omega_0 l}{c} E_i \\ E_r &= \frac{-r_I + 1 + (2i\omega_0 l/c)}{1 - r_I} E_i \end{aligned} \quad (1.27)$$

となる。特に、 $r_I$  も 1 に近いとして、

$$\begin{aligned} E_c &= -\sqrt{\frac{4}{T_I}} \frac{2i\omega_0 l}{c} E_i \\ E_r &= \left( -1 + \sqrt{\frac{4}{T_I}} \frac{2i\omega_0 l}{c} \right) E_i \end{aligned} \quad (1.28)$$

とミラー間の距離が  $\sqrt{4/T_I}$  倍されたように信号が増幅される。 $T_I$  は ITM の強度透過率であり、 $T_I = t_I^2$  である。

キャビティの信号増幅は周波数依存性がある。高周波の重力波信号は増幅している最中に位相が変わってしまい、積分された出力で信号がキャンセルしてしまう。信号がキャンセルし始める周波数をキャビティポール  $\gamma$  といい、

$$\gamma = \frac{Tc}{4L} \quad (1.29)$$

である。キャビティポールが低いほど、信号は強くなるが、帯域が狭くなる。詳しい計算は次章以降を参照されたい。

## アンダーカップリング

$r_I > r_E$  として、 $r_I \rightarrow 1$  の極限を考える。内部の電場は、

$$E_c = \frac{t_I}{1 - \sqrt{1 - t^2 r_E} e^{2i\omega_0 l/c}} E_i \rightarrow 0 \quad (t_I \rightarrow 0) \quad (1.30)$$

となる。つまり、キャビティ内部にはレーザーは侵入せず、ITM で全て反射されるため、キャビティとしての役割を果たさない。キャビティを設計するときは、アンダーカップリングにならないよう注意しなければならない。

## クリティカルカップリング

ITM と ETM の反射率を合わせたキャビティをクリティカルカップリングキャビティという。反射電場は共振条件で、

$$E_r = \left( -r_I^2 + \frac{(1 - r_I)^2 r_I}{1 - r_I^2} \right) E_i = 0 \quad (1.31)$$

となり、レーザーはキャビティで全く反射されず、キャビティで何度か往復したあと、全て ETM を透過する。クリティカルカップリングは、信号を増やす目的とは別に、キャビティ位置を制御するときに重要な概念である。詳しくは 4.2 節に譲る。

重力波望遠鏡は両腕にアームキャビティと呼ばれるオーバーカップリングな FP キャビティを搭載した Fabry-Perot Michelson 干渉計 (FPMI) 型が主流である。また第 2 世代望遠鏡は、REFL ポートとレーザーと BS の間にパワーをリサイクリングするパワーリサイクリングミラー (PRM)、BS と AS ポートの間に差動信号を増幅するシグナルリサイクリングミラー (SRM) を設置することで、MI とリサイクリングミラーでパワーリサイクリングキャビティ (PRC) とシグナルリサイクリングキャビティ (SRC) を構成し、デュアルリサイクリング FPMI (DRFPMI) 型を採用している。

## 1.3 ノイズと感度

ノイズより重力波信号が大きければ、重力波を観測することができる。しかしキャビティを用いて信号を増幅しても、依然として重力波信号は小さい。そのため重力波の信号はさまざまなノイズに埋もれてしまう。信号雑音比を周波数領域で表したものを感度曲線と呼ぶ。日本の新型 KAGRA の理論感度曲線が図 1.2 である。現在建設中である KAGRA は前世代の望遠鏡より感度を 2 桁更新する計画である。前世代の望遠鏡である LIGO と Virgo も現在第 2 世代改装中であり、KAGRA と同等の感度曲線を実現する予定である。感度曲線には主なノイズ源が記されており、ノイズは (1) 量子雑音、(2) ミラーとふりこの熱雑音、(3) 地面雑音と重力勾配雑音の 3 つに大別できる。

(1) 量子雑音とは、レーザーの光子が量子揺らぎで生成消滅することに起因するノイズである。量子雑音は本稿のテーマであり、次章以降で詳しく議論する。

(2) ミラーとふりこの熱雑音とは、ミラーやふりこがブラウン運動することで生まれるノイズである。そのノイズの大きさは揺動散逸定理により予測される。揺動散逸定理の主張は以下のようなものである。摩擦、つまり散逸があるような力学系を考えよう。そのような力学系では、運動エネルギーを摩擦の熱として失う。これを摩擦が熱浴との相互作用だと考えると、逆に熱浴の揺らぎがミラーを運動させる。この揺動は統計力学的に扱うことができ、その分散は散逸の大きさと熱浴の状態を決める温度に比例するというのが揺動散逸の主張である。KAGRA の場合、ミラーとサスペンションを 20 K まで冷やすことで熱雑音を抑える。KAGRA の用いるハイパワーレーザーは常にミラーを加熱するため、ハイパワーと低温を両立するのは難しい。また揺動散逸定理の成立には、平衡状態が仮定されていて、レーザーとファイ

バーからエネルギーの出入りのあるような系で揺動散逸定理が成立するかは定かでない。現在、非平衡定常状態でのモデル化が進んでいる。

(3) 地面雑音とは、その名の通り、地面の揺れによる雑音である。KAGRA は地下に建設したことにより、地面の揺れが小さい。またミラーを多段ふりこで吊ることで地面の揺れをミラーに伝えないようにしている。重力勾配雑音は、地球重力の変動による雑音で重力波と区別できない。これは重力を別の場所モニターし、望遠鏡の信号からひいてやることである程度キャンセルできる。

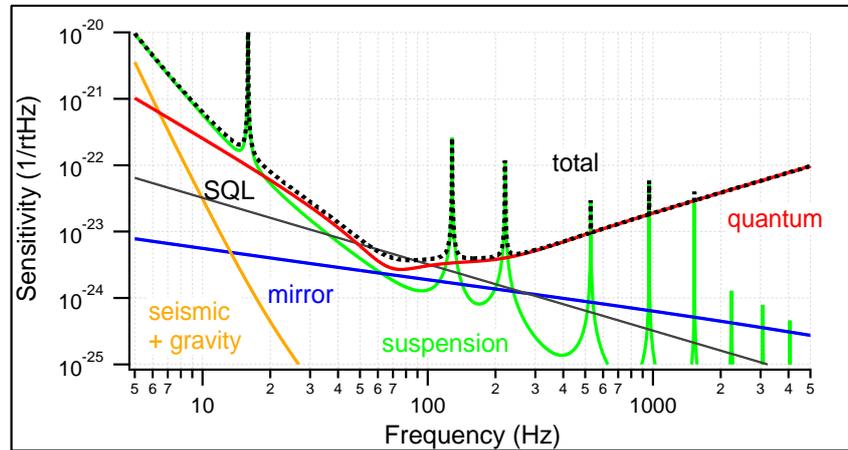


図 1.2 KAGRA の理論感度曲線。主なノイズは (1) 量子雑音、(2) ミラーとふりこの熱雑音、(3) 地面雑音と重力勾配雑音の 3 つに大別できる。その他の技術的なノイズは理論曲線には考慮されていない。

## 第 2 章

# 量子雑音

量子雑音とは、光子の生成消滅により発じる雑音である。量子雑音はショットノイズと輻射圧雑音の 2 つの側面を持っている。ショットノイズは光子の位相ゆらぎを、輻射圧雑音は光子の振幅ゆらぎを起源にしている。重力波は位相信号となって測定されるので、レーザーパワーが低いうちはショットノイズが問題であったが、第 2 世代干渉計では、レーザーパワーが十分高く、振幅ゆらぎがミラーをゆらすことで雑音となる輻射圧雑音が問題視されるようになった。この 2 つの量子ゆらぎは Heisenberg の不確定性関係で結ばれているため、2 つの雑音を同時に下げることができない。つまり量子雑音をどんなに下げてもその合計は不確定性関係で制限されてしまう。その量子限界を標準量子限界 (SQL) と呼ぶ。日本の重力波望遠鏡 KAGRA では、特に 100 Hz 付近の一番重力波の初検出が期待される帯域で、標準量子限界 (SQL) で感度がはばまれている。SQL を超える手法については多く研究されてきた [2][8]。この章では、量子雑音を導出し、SQL を示す。また量子雑音を改善する方法として、光ばねについて考察する。最後に光ばねを利用した、新しい信号増幅機構 [11] について述べる。

### 2.1 量子雑音と SQL の導出

この節では two-photon formalism(付録 B) を用いて、干渉計を記述し量子雑音であるショットノイズと輻射圧雑音を導く。さらにその 2 つの雑音による測定限界である、標準量子限界 (SQL) を導く。まず FPMI で計算する [8]。その後、FPMI からの類推で腕キャビティがない場合でも導出する [7]。

#### 2.1.1 FPMI における量子雑音

光子の生成消滅を振幅の  $a_1$  と位相の  $a_2$  とにわけると、また古典的なレーザー光  $A$  を用いて、 $A$  の位相が  $a_1$  と同じになるように位相分解すれば、

$$E(t, z) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{\varepsilon_0 c A}} \left\{ (a_1(t, z) + \sqrt{2}A) \cos(\omega_0(t - z/c)) + a_2(t, z) \sin(\omega_0(t - z/c)) \right\} \quad (2.1)$$

となる。ここで  $A$  が電場の振幅であり、その係数  $\sqrt{2}$  は、 $A$  を  $a_+$  と同じ大きさになるように規格化したことによる。この規格化により古典的なレーザーのパワーは

$$I_0 = \varepsilon \bar{E}^2 A c = \hbar\omega_0 A^2 \quad (2.2)$$

となる。古典レーザーの部分をキャリアと呼ぶ。

これを用いて、各領域での進行波の演算子が図 2.1 のように表す。大文字は古典レーザーである。ただしそれぞれの領域の BS での値であることに注意されたい。各位置の矢印の上のベクトルは、第 1 成分が振幅 quadrature 成分、第

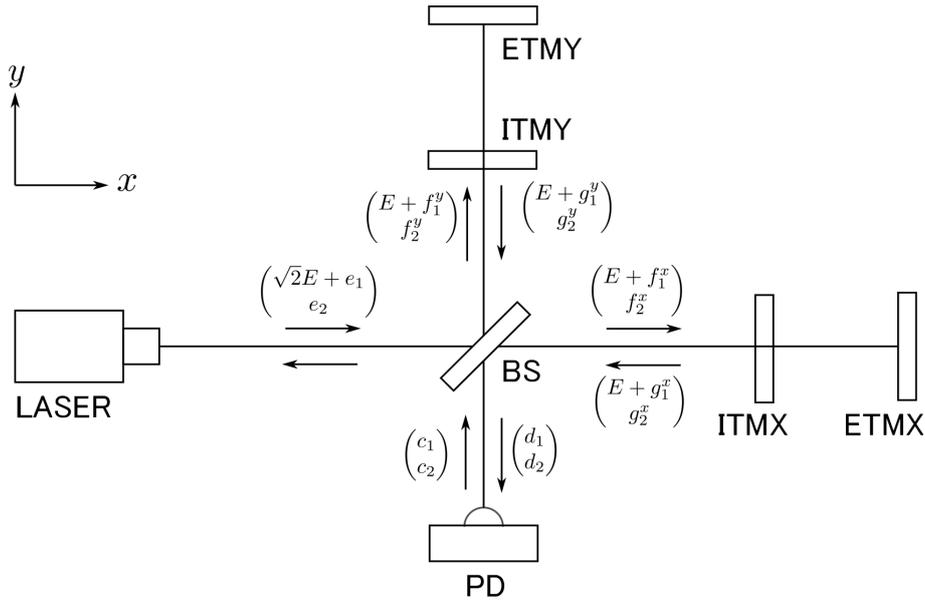


図 2.1 各位置での場

2成分が位相 quadrature を表している。MI はダークフリンジに、腕キャビティは共振に制御されている。すなわち、PD のある AS ポートにはレーザー光は入ってこず、MI の両腕の長さを  $L$  とすると、整数  $n$  を用いて  $\omega_0 L/c = 2\pi n$  が成り立つ。まず、光学損失のない場合を考え、注入された真空場は  $a$  と  $c$  だけだとする。もし光学損失があれば、例えば ETM の裏からロス場  $q$  が侵入してくる。

各場を接続して、測定する量  $b_1, b_2$  がどのように表されるかを調べる。

### BS

理想的な BS なら、振幅透過率と振幅反射率はともに  $1/\sqrt{2}$  であるから、

$$f^x = \frac{1}{\sqrt{2}}(e - c), \quad (2.3)$$

$$f^y = \frac{1}{\sqrt{2}}(e + c), \quad (2.4)$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{2}}(-g^x + g^y) \quad (2.5)$$

となる。

### 腕キャビティ

腕キャビティではさらに場を図 2.2 のように配置する。次に ETM が動いたときのキャリアへの影響を考える。ここでは X アームについて考えるが、Y アームも同様である。キャビティの中では、キャリアは  $\sqrt{4/T}$  倍増幅される。キャビティ内でキャリアは共振するので、キャリアに位相遅れはつかないが、真空にはその周波数に対応する位相遅れがつく。まずは ITM の強度反射率  $R$ 、強度透過率  $T$  とすれば、

$$j = \sqrt{T}f + \sqrt{R}k, \quad (2.6)$$

$$g = \sqrt{T}k - \sqrt{R}f \quad (2.7)$$

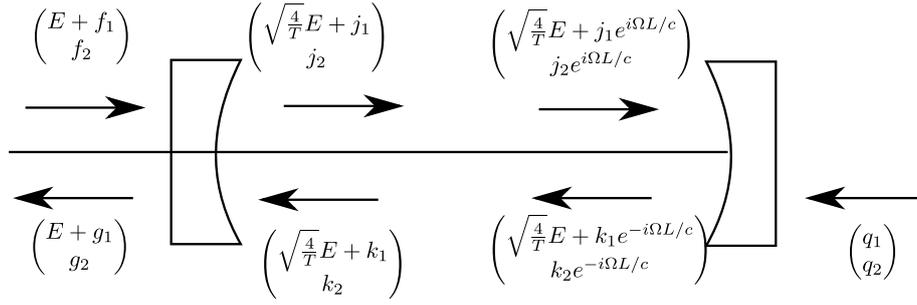


図 2.2 腕キャビティの場合

となる。ETM が微小距離  $X(t)$  だけ動いて、 $x = L + X(t)$  にあるときキャリアに位相変調がかかり信号サイドバンドに変わる。

$$\sqrt{\frac{4}{T}}E \cos(\omega_0(t - 2X(t)/c)) = \sqrt{\frac{4}{T}}E \left\{ \cos(\omega_0 t) + \frac{2X(t)\omega_0}{c} \sin(\omega_0 t) \right\} \quad (2.8)$$

信号サイドバンドも古典的である。左辺第 2 項が信号サイドバンドに対応し、位相 quadrature に信号が出ることがわかる。したがって、 $\mathbf{k}$  は

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} &= \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} + e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{4}{T}}E \frac{2X(t)\omega_0}{c} \end{pmatrix} + \sqrt{\tilde{T}}e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \\ &\equiv \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} + e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} \delta k_1 \\ \delta k_2 \end{pmatrix} + \sqrt{\tilde{T}}e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

となる。 $\tilde{R}$ 、 $\tilde{T}$  は ETM の強度反射率と強度透過率で、今回は  $\tilde{R} = 1$ 、 $\tilde{T} = 0$  を仮定する。

次に式 (2.6) と式 (2.9) を解き、キャビティの応答を見る。

$$\mathbf{j} = \frac{1}{1 - \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c}} \left( \sqrt{\tilde{T}}\mathbf{f} + \sqrt{\tilde{R}}e^{i\Omega L/c}\delta\mathbf{k} \right) \quad (2.10)$$

ここで  $\sqrt{\tilde{R}} \approx 1$ 、 $\Omega L/c \ll 1$  であるので、式 (2.10) の分子は、 $\sqrt{\tilde{R}}e^{i\Omega L/c} \approx 1$  と近似でき、分母は、

$$\begin{aligned} 1 - \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c} &\approx 1 - \left(1 - \frac{T}{2}\right) \left(1 + \frac{2i\Omega L}{c}\right) \\ &\simeq \frac{2L}{c}(\gamma - i\Omega) \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。ここでキャビティポール  $\gamma$  を、

$$\gamma = \frac{Tc}{4L} \quad (2.12)$$

とした。以上より式 (2.10) は、

$$\mathbf{j} \simeq \frac{c}{2L(\gamma - i\Omega)} \left( \sqrt{\tilde{T}}\mathbf{f} + \delta\mathbf{k} \right) \quad (2.13)$$

と書き直される。式 (2.7) から  $\mathbf{g}$  も同様に、

$$\mathbf{g} = \frac{e^{2i\Omega L/c} - \sqrt{\tilde{R}}}{1 - \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c}} \mathbf{f} + \frac{\sqrt{\tilde{T}}e^{i\Omega L/c}}{1 - \sqrt{\tilde{R}}e^{2i\Omega L/c}} \delta\mathbf{k} \quad (2.14)$$

第一項は、

$$\frac{e^{2i\Omega L/c} - \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}e^{2i\Omega L/c}} \mathbf{f} = \frac{\gamma + i\Omega}{\gamma - i\Omega} \mathbf{f} = \frac{1 + i\Omega/\gamma}{1 - i\Omega/\gamma} \mathbf{f} \quad (2.15)$$

ここで  $\beta$  を

$$\beta = \arctan(\Omega/\gamma) \quad (2.16)$$

と定義すると

$$\begin{aligned} \frac{1 + i\Omega/\gamma}{1 - i\Omega/\gamma} \mathbf{f} &= \frac{1 + i \tan \beta}{1 - i \tan \beta} \mathbf{f} \\ &= \frac{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta + i2 \cos \beta \sin \beta}{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta} \mathbf{f} \\ &= e^{2i\beta} \mathbf{f} \end{aligned} \quad (2.17)$$

第二項は、

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{T}e^{i\Omega L/c}}{1 - \sqrt{R}e^{2i\Omega L/c}} \delta \mathbf{k} &= \frac{c\sqrt{T}}{2L(\gamma + i\Omega)} \delta \mathbf{k} \\ &= \frac{c}{2L} \sqrt{\frac{T}{(\gamma + i\Omega)^2}} \delta \mathbf{k} \\ &= \frac{c}{2L} \sqrt{\frac{T}{\gamma^2 + \Omega^2}} e^{i\beta} \delta \mathbf{k} \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる。

### ミラーの受ける反作用

具体的にミラーの変位  $X(t)$  を求めよう。ミラーは重力波  $h$  の他に輻射圧による反作用を受ける。その反作用を評価していく。まず、キャビティ内で循環するパワー  $W_{\text{circ}}$  は、

$$W_{\text{circ}} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \frac{4}{T} E^2 = \frac{4}{T} \frac{I_0}{2} \quad (2.19)$$

である。ここで  $I_0$  はレーザーのパワーである。サイドバンドがあることにより、循環するパワーは  $W_{\text{circ}}$  から  $\delta W_{\text{circ}}$  だけ変更を受ける。

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{circ}} &= \frac{\hbar\omega_0}{2} \left( 2\sqrt{\frac{4}{T}} E j_1 e^{i\Omega L/c} \right) \\ &= \frac{\hbar\omega_0}{2} \left( 2\sqrt{\frac{4}{T}} E \frac{c}{2L(\gamma - i\Omega)} \sqrt{T} e^{i\Omega L/c} f_1 \right) \\ &\simeq \frac{c\sqrt{\hbar\omega_0 I_0}}{L(\gamma - i\Omega)} f_1 \end{aligned} \quad (2.20)$$

ここでキャビティポール  $\gamma$  に比べて、 $\Omega L/c$  は小さいとして無視した。ミラーはふりこでつられていて、はじめ、ふりこの復元力と  $W_{\text{circ}}$  による輻射圧で、ミラーはつりあいの位置にある。つりあい点から循環するパワーの変化によって、

$$F_{\text{BA}} = \frac{2\delta W_{\text{circ}}}{c} \quad (2.21)$$

の反作用を受ける。したがって運動方程式は、

$$\frac{dX(t)}{dt^2} = \frac{1}{2}L \frac{d^2h(t)}{dt^2} + \frac{4\delta W_{\text{circ}}}{cm} \quad (2.22)$$

周波数空間では、

$$X(\Omega) = \frac{1}{2}Lh(\Omega) - \frac{4\delta W_{\text{circ}}}{cm\Omega^2} \quad (2.23)$$

となる。ここで  $m$  はミラー 1 つの質量であり、運動方程式では ETM と ITM を同じ質量だとして、相対質量を用いた。Y アームでも同様の計算により  $Y(t)$  が求まる。ただし重力波は差動にミラーを動かすことに注意する。

$$Y(\Omega) = -\frac{1}{2}Lh(\Omega) - \frac{4\delta W_{\text{circ}}}{cm\Omega^2} \quad (2.24)$$

### アウトプット

MI がダークフリンジに制御されているので、

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{g}^x + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{g}^y \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ e^{2i\beta}(\mathbf{f}^y - \mathbf{f}^x) + \frac{c}{2L} \sqrt{\frac{T}{\gamma^2 + \Omega^2}} e^{i\beta}(\delta\mathbf{k}^y - \delta\mathbf{k}^x) \right\} \\ &= e^{2i\beta}\mathbf{c} + \frac{c}{2L} \sqrt{\frac{T}{2(\gamma^2 + \Omega^2)}} e^{i\beta}(\delta\mathbf{k}^y - \delta\mathbf{k}^x) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$\delta\mathbf{k}^y - \delta\mathbf{k}^x$  は、

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{k}^y - \delta\mathbf{k}^x &= \sqrt{\frac{4}{T} \frac{2\omega_0 E}{c}} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ X \end{pmatrix} \right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{T} \frac{2\omega_0 E}{c}} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Lh \end{pmatrix} - \frac{4\sqrt{\hbar\omega_0 I_0}}{m\Omega^2 L(\gamma - i\Omega)} \begin{pmatrix} 0 \\ f_1^y - f_1^x \end{pmatrix} \right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{T} \frac{2\omega_0 E}{c}} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Lh \end{pmatrix} - \frac{4\sqrt{2\hbar\omega_0 I_0}}{m\Omega^2 L(\gamma - i\Omega)} \begin{pmatrix} 0 \\ c_1 \end{pmatrix} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

したがって  $\mathbf{c}$  と  $\mathbf{d}$  の関係は、

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = e^{2i\beta} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{1}{\gamma^2 + \Omega^2} \frac{2\omega_0 E}{\sqrt{2}}} e^{i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} - \sqrt{\frac{\hbar\omega_0 I_0}{\gamma^2 + \Omega^2} \frac{8\omega_0 E}{mL^2\Omega^2(\gamma - i\Omega)}} e^{i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ c_1 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

ここで、 $I_{\text{SQL}}$ 、 $h_{\text{SQL}}$ 、 $\mathcal{K}$  を次のように定める。

$$I_{\text{SQL}} = \frac{mL^2\gamma^4}{4\omega_0}, \quad (2.28)$$

$$h_{\text{SQL}} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}}, \quad (2.29)$$

$$\mathcal{K} = \frac{(I_0/I_{\text{SQL}})2\gamma^4}{\Omega^2(\gamma^2 + \Omega^2)} = \frac{8I_0\omega_0}{mL^2\Omega^2(\gamma^2 + \Omega^2)} \quad (2.30)$$

これを用いて式 (2.27) は

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} &= e^{2i\beta} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{2\mathcal{K}}}{h_{\text{SQL}}} e^{i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} - \mathcal{K} e^{2i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ c_1 \end{pmatrix} \\ &= e^{2i\beta} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{2\mathcal{K}}}{h_{\text{SQL}}} e^{i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

と書き直せる。ここでは  $\gamma - i\Omega \approx \sqrt{(\gamma^2 + \Omega^2)}$  を用いた。

AS ポートでの出力場  $\mathbf{d}$  は、AS ポートから侵入する真空場  $\mathbf{c}$  と、ETM にきた差動信号  $h$  の線形和で表される。REFL ポートから侵入する真空場はキャンセルして AS ポートには表れない。

### 2.1.2 MI における量子雑音

先の議論を腕キャビティのない場合に拡張する。BS での関係式 (2.3)~(2.5) は共通である。

#### 腕の往復

腕キャビティを持たない MI では腕の応答は単なる往復になる式 (2.8) は

$$E \cos(\omega_0(t - 2X(t)/c)) = E \left\{ \cos(\omega_0 t) + \frac{2X(t)\omega_0}{c} \sin(\omega_0 t) \right\} \quad (2.32)$$

と変更されて、 $\mathbf{g}$  は

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} &= e^{2i\Omega L/c} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} + e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} 0 \\ E \frac{2X(t)\omega_0}{c} \end{pmatrix} \\ &\equiv e^{2i\Omega L/c} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} + e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} \delta k_1 \\ \delta k_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.33)$$

となる。

#### ミラーの受ける反作用

腕キャビティを循環するパワー  $W_{\text{circ}}$  は、

$$W_{\text{circ}} = \frac{\hbar\omega_0}{2} E^2 = \frac{I_0}{2} \quad (2.34)$$

であり、信号サイドバンドと量子場によって循環パワーは

$$\delta W_{\text{circ}} = \frac{\hbar\omega_0}{2} (2Ej_1 e^{i\Omega L/c}) = \sqrt{\hbar\omega_0 I_0} j_1 e^{i\Omega L/c} \quad (2.35)$$

のゆらぎを持つ。この循環パワーゆらぎによって生まれる反作用を用いて、運動方程式は、

$$\frac{dX(t)}{dt^2} = \frac{1}{2} L \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + \frac{4\delta W_{\text{circ}}}{cm} \quad (2.36)$$

ここではミラーと BS が同じ質量だとして、相対質量を用いている。

#### アウトプット

MI がダークフリンジに制御されている条件で、

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{g}^x + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{g}^y \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ e^{2i\Omega L/c} (\mathbf{f}^y - \mathbf{f}^x) + e^{i\Omega L/c} (\delta \mathbf{k}^y - \delta \mathbf{k}^x) \right\} \\ &= e^{2i\Omega L/c} \mathbf{c} + e^{i\Omega L/c} (\delta \mathbf{k}^y - \delta \mathbf{k}^x) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$\delta \mathbf{k}^y - \delta \mathbf{k}^x$  は、

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{k}^y - \delta \mathbf{k}^x &= \frac{2\omega_0 E}{c} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ X \end{pmatrix} \right) \\ &= \frac{2\omega_0 E}{c} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Lh \end{pmatrix} - \frac{4\sqrt{\hbar\omega_0 I_0} e^{i\Omega L/c}}{m\Omega^2 c} \begin{pmatrix} 0 \\ f_1^y - f_1^x \end{pmatrix} \right) \\ &= \frac{2\omega_0 E}{c} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ Lh \end{pmatrix} - \frac{4\sqrt{2\hbar\omega_0 I_0} e^{i\Omega L/c}}{m\Omega^2 c} \begin{pmatrix} 0 \\ c_1 \end{pmatrix} \right)\end{aligned}\quad (2.38)$$

したがって  $\mathbf{c}$  と  $\mathbf{d}$  の関係は、

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = e^{2i\Omega L/c} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \frac{2\omega_0 E}{\sqrt{2}} e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} - \sqrt{\hbar\omega_0 I_0} \frac{8\omega_0 E}{m\Omega^2 c^2} e^{i\Omega L/c} \begin{pmatrix} 0 \\ c_1 \end{pmatrix}\quad (2.39)$$

ここで、

$$\beta = \frac{\Omega L}{c}\quad (2.40)$$

$$\gamma = \frac{c}{2L}\quad (2.41)$$

$$h_{\text{SQL}} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}}\quad (2.42)$$

$$I_{\text{SQL}} = \frac{4\omega_0}{mL^2\gamma^4}\quad (2.43)$$

$$\mathcal{K} = \frac{8I_0\omega_0}{m\Omega^2 L^2 \gamma^2} = \frac{(I_0/I_{\text{SQL}})2\gamma^2}{\Omega^2}\quad (2.44)$$

と定めれば、FPMI の場合の式 (2.31) が再現される。

最後に FPMI と MI の違いを表 2.1 にまとめておく。

	FPMI	MI
$\gamma$	$\frac{Tc}{4L}$	$\frac{c}{2L}$
$\beta$	$\arctan(\Omega/\gamma)$	$\frac{\Omega}{2\gamma}$
$h_{\text{SQL}}$	$\sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}}$	$\sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}}$
$I_{\text{SQL}}$	$\frac{4\omega_0}{mL^2\gamma^4}$	$\frac{4\omega_0}{mL^2\gamma^4}$
$\mathcal{K}$	$\frac{8I_0\omega_0}{mL^2\Omega^2(\gamma^2+\Omega^2)}$	$\frac{8I_0\omega_0}{mL^2\Omega^2\gamma^2}$

表 2.1 FPMI と MI の量子雑音特性を示すパラメーターの違い

## 2.2 量子雑音と SQL の考察

場の入出力関係を計算したことにより、AS ポートでの電場  $\mathbf{d}$  がどう表されるかがわかった。式 (2.31) を再掲すると、

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = e^{2i\beta} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{2\mathcal{K}}}{h_{\text{SQL}}} e^{i\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}\quad (2.45)$$

となる。これを用いて量子雑音を考察する。

ミラーと光の相互作用の大きさは  $\mathcal{K}$  によって特徴づけられる。 $\mathcal{K}$  はミラーの力学的応答とキャビティにおける輻射圧の応答を合わせて表したような量であり、入射パワー  $I_0$  に比例し、ミラーの質量  $m$  に反比例する。ミラーが動いた

とき、ミラーと光の相互作用により、光に  $\sqrt{\mathcal{K}}$  に比例した干渉計の信号が出る。測定ポートである AS ポートでは、重力波の信号  $h$  だけでなく、AS ポートから侵入した真空場  $c$  が観測される。真空場のノイズスペクトル  $S_a(\Omega)$  は、

$$\frac{1}{2}2\pi\delta(\Omega - \Omega')S_a(\Omega) = \langle 0|(a_i(\Omega)a_j^\dagger(\Omega'))_{\text{sym}}|0\rangle \quad (2.46)$$

で定義される。ただし  $|0\rangle$  は、

$$a_+(\Omega)|0\rangle = a_-(\Omega)|0\rangle = 0 \quad (2.47)$$

で定義される真空であり、演算子は、

$$(a_i(\Omega)a_j^\dagger(\Omega'))_{\text{sym}} = \frac{1}{2}(a_i(\Omega)a_j^\dagger(\Omega') + a_j^\dagger(\Omega')a_i(\Omega)) \quad (2.48)$$

のように対称化してある。これを計算すると、

$$S_{a_1}(\Omega) = S_{a_1}(\Omega) = 1 \quad (2.49)$$

のフラットなノイズスペクトルを得る (図 2.3(i)shot noise)。

重力波信号はキャビティによって増幅される。キャビティはレーザー周波数の光が共振するように制御されていて、周波数が変わると共振条件から少しずつ外れだす。すなわちレーザー周波数に位相変調をかけたようなサイドバンドは、高周波に行くにしたがって共振条件から外れ、増幅されなくなる。その共振の線幅がキャビティポールである (2.3(ii) 伝達関数)。キャビティポールが低いほど信号の増幅は大きくなるが、帯域が狭くなる。

キャビティポールと同等の物理量にフィネスがある。フィネス  $F$  は共振の鋭さを表す量である。キャビティに入射するレーザーの周波数を掃引した場合、共振の半値全幅の周波数  $f_{\text{FWHM}}$ 、次の共振ピークまで周波数  $f_{\text{FSR}}$  とすれば、

$$F = \frac{f_{\text{FWHM}}}{f_{\text{FSR}}} \quad (2.50)$$

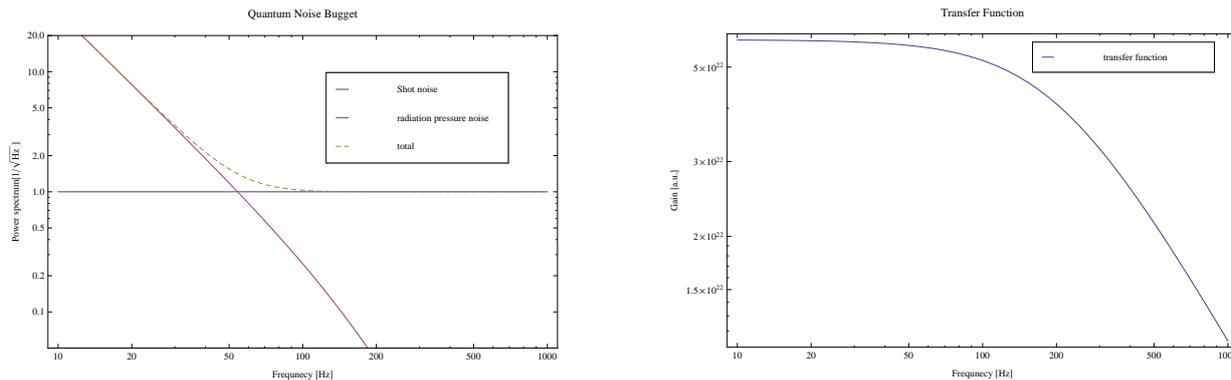
で定義される。

今  $\mathcal{K}$  が小さい領域を考えよう。 $\sqrt{\mathcal{K}}$  の 1 次まで考慮し、 $\sqrt{\mathcal{K}}$  の 2 次、すなわち  $\mathcal{K}$  は無視することにする。このとき、信号  $h$  のある位相 quadrature には真空場  $c_2$  が混入してくる。この真空場は式 (2.49) のように周波数によらないノイズとなる。これをショットノイズという。ショットノイズは  $\mathcal{K}$  によらず、信号は  $\sqrt{\mathcal{K}}$  倍されるので、 $\mathcal{K}$  を大きくすることで、信号雑音比を改善できる。低パワー領域において入射レーザーパワーを固定した場合、異なるキャビティポールでも高周波感度は同じになる。したがってノイズのフロア帯域が狭くて深い低キャビティポールの干渉計のほうが感度がよい。

$S/N$  比を改善するのに、信号を増やすのではなく、ノイズを減らす方法としてスクイーピングがある。スクイーピングとは、真空場  $(c_1, c_2)$  の状態を用いて変更することを指す。たとえば、非線形光学結晶を用いて、真空場  $(c_1, c_2)$  を  $(sc_1, c_2/s)$  にスクイーピングした場合、ショットノイズは  $1/s$  倍される。真空場は最小不確定状態であるから、位相 quadrature の量子ゆらぎを減らした場合、振幅 quadrature の量子ゆらぎが増える。

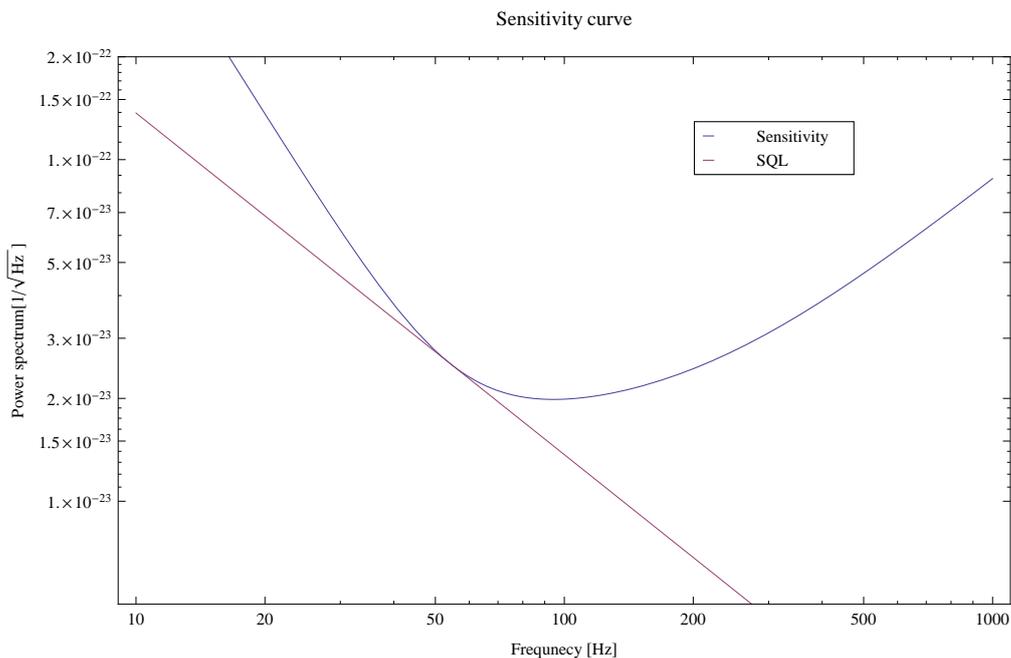
スクイーピングを導入して、ショットノイズを感度を改善した例が GEO600 である。GEO では AS ポートからスクイーズド場を入れることで、すなわち  $(sc_1, c_2/s)$  を入れることで、ショットノイズを大きく改善した 2.4。

ショットノイズ改善のため、レーザーのハイパワー化、キャビティのハイフィネス化が進むと新たなノイズに直面する。今重力波信号は位相信号であり、位相 quadrature を測定していた。したがって本来振幅 quadrature の振幅ゆらぎ  $c_1$  は測定を妨げずノイズにはならない。しかしハイパワー化に伴い  $\mathcal{K}$  が大きくなると、振幅 quadrature の真空場  $c_1$  とキャリアのクロスタームが、1 度目の相互作用でミラーを動かす。そしてその動きが 2 度目の相互作用を経て位相 quadrature の位相ノイズとなってしまう。この  $c_1$  の生むノイズを輻射圧雑音という。輻射圧雑音は  $\mathcal{K}$  に比例し、 $\mathcal{K}$  を上げるほど  $S/N$  比が落ちる。輻射圧雑音は、輻射圧からキャビティやふりこの応答を通して光のノイズになるた



(i) 量子雑音スペクトル

(ii) 伝達関数



(iii) 感度曲線

図 2.3 FPMI の雑音と伝達関数、感度曲線。(i) 量子雑音はショットノイズと輻射圧雑音の合計である。ショットノイズはフラットなスペクトル、輻射圧雑音は  $f^{-2}$  のスペクトルになる。(ii) 信号は PF キャビティによりキャビティポール  $\gamma$  より低周波が増幅され、そこから急激に応答が落ちる。(iii) その  $S/N$  比である感度曲線。感度は SQL に一度だけ到達できる。

め、周波数特性がある。今回の計算では自由質点を仮定したので  $f^{-2}$  の形となっている (図 2.3 (i) radiation pressure noise)。

量子力学で  $x$  と  $p$  の不確かさが  $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$  で制限されるという Heisenberg の不確かさ原理は、非可換演算子の同時測定ができないことを主張している。それは光子の量子ゆらぎについても同様で、 $\Delta a_1$ 、 $\Delta a_2$  についても

$$\Delta a_1 \Delta a_2 \geq \frac{1}{2} \tag{2.51}$$

で制限される。すなわちショットノイズと輻射圧雑音を同時にゼロにすることはできない。この測定限界を標準量子限

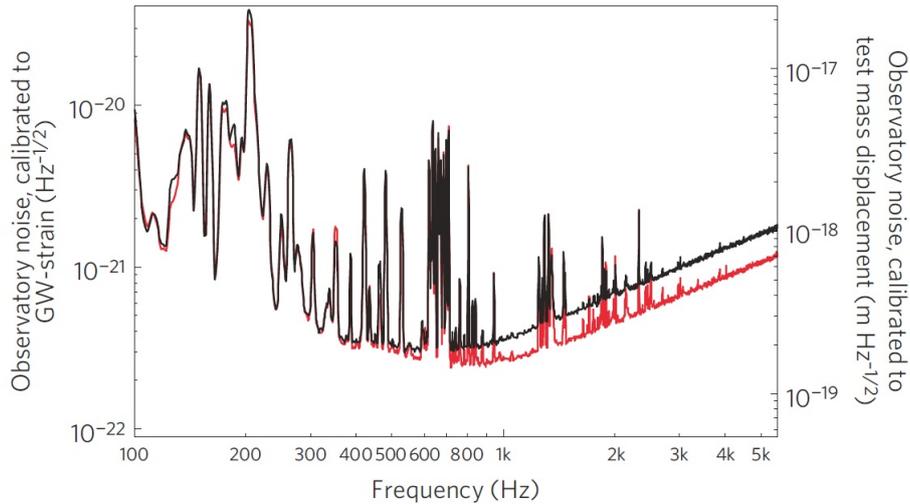


図 2.4 スクイズド場を注入した GEO600 の感度 [4]。GEO600 は 700 Hz より高い周波数をショットノイズでリミットされていた。3.5 dB のスクイズド場を注入することで高周波のショットノイズが大きく改善している。低周波は地面振動に制限されていたため、感度の悪化は見られない。

界 (SQL) という。干渉計は  $\mathcal{K} = 1$  になるとき信号雑音比最大になり、ここで SQL に到達する (図 2.3 (iii))。これは最小不確定状態でも突破できず、重力波望遠鏡の感度を原理的に制限している。

このように腕キャビティの応答により、 $c_1$  と  $c_2$  が輻射圧によって混合されることを、ポンドロモティブスクイーミングと呼ぶ。スクイーミングと名の付く通り、光子と干渉計とのカップリングにより量子状態がスクイズされている。

## 2.3 リサイクリングキャビティ

今日では、FPMI にリサイクリングキャビティをいれた干渉計が主流となってきている。この節ではリサイクリングキャビティを導入することで、量子雑音がどう変わるかを見る。特に興味のある光ばねについては次節に譲る。

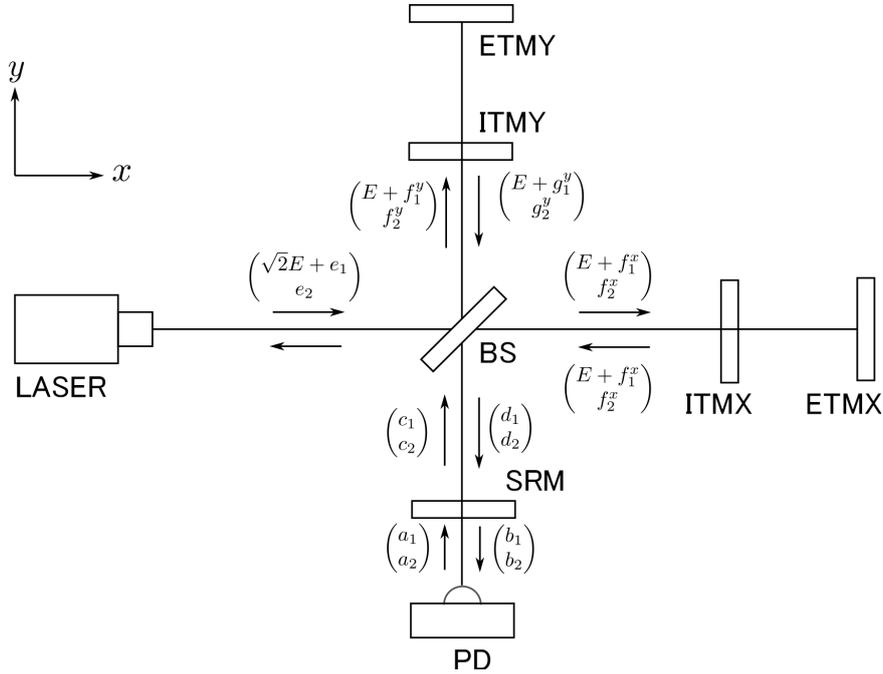
### 2.3.1 パワーリサイクリングキャビティ (PRC)

パワーリサイクリングキャビティ (PRC) は、レーザーと BS の間に置かれた半透過のパワーリサイクリングミラー (PRM) と MI で構成されるキャビティである。MI がダークフリンジに制御されているとき、レーザーパワーは全てレーザーへ戻っていく。戻ってきたレーザーパワーを捨てるのではなく、もう一度 MI にリサイクルしてやることで実行的にレーザーパワーをあげたのと同じ効果を得る。ロスレスな FPMI を考えれば、レーザーパワーは完全に戻ってくるから、FPMI を完全反射のミラーとみなすことができ、PRM の振幅反射率  $r_p$ 、振幅透過率  $t_p$  とすれば、PRC 内に蓄えられるレーザーパワー  $I_{\text{PRC}}$  は、

$$I_{\text{PRC}} = \left( \frac{t_p}{1 - r_p} \right)^2 I_0 \simeq \frac{4}{t_p^2} I_0 \quad (2.52)$$

となり、PRM の反射率を上げれば上げるほど、PRC 内のパワーはあがる。実際には、FPMI にロスがあるため、ロス以上に低い透過率にしても PRC 内にパワーが蓄えられない (1.2 節)。つまり、パワーリサイクリングゲインは FPMI のロスで制限される。

## 2.3.2 シグナルリサイクリングキャビティ (SRC)


 図 2.5 SRFPMI と場。BS と SRM のキャリアの位相遅れを  $\phi$ 、信号サイドバンドの位相遅れを  $\Phi$  で表す。

シグナルリサイクリングキャビティ (SRC) は、BS と AS ポートとの間に置かれた半透過のシグナルリサイクリングミラー (SRM) と MI とで構成されるキャビティである (図 2.5)。MI がダークフリンジに制御されていると、SRC には光が来ておらず、何も共振していないように見えるが、MI に差動信号が生まれると、AS 側の SRM にあたってもう一度 MI に戻っていく。こうして信号を往復させることで、信号を増幅できる。また SRC を共振 (または半共振) から少しずらす、つまりデチューンすることで、新たなオプトメカニカルな効果を生む。

PRC ではパワーだけの議論だったので one-photon formalism で十分だったが、SRC では信号を扱うので two-photon formalism を使い、デチューンまで考慮して SRC の信号増幅の一般式を導出する [2]。SRM の振幅反射率と振幅透過率を  $\rho$  と  $\sigma$  とすると、SRC に入ってくる場  $\mathbf{a}$  と出てくる場  $\mathbf{b}$  を用いて、

$$\mathbf{c} = \tau R \mathbf{a} + \rho R^2 \mathbf{d} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{b} = -\rho \mathbf{a} + \tau R \mathbf{d} \quad (2.54)$$

と表せる。ここで  $R$  は SRC での位相遅れを表し、

$$R = e^{i\Phi} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

と定める。SRC がキャリアについて  $\phi$ 、信号に対して  $\Phi$  だけデチューンされているとする。つまり SRC 長  $l$  とすると、 $\phi = (\omega_0 l / c)_{\text{mod} 2}$ 、 $\Phi = (\Omega_0 l / c)_{\text{mod} 2}$  と表せる。SRC がデチューンされると、位相 quadrature と振幅 quadrature が混ざることには注意されたい。これが後述するオプトメカニカルな効果を生むために重要である。式 (2.31)、式 (2.53)、式 (2.54) を同時に解くことで、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{M} \left\{ e^{2i(\beta+\Phi)} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \sqrt{2\mathcal{K}} \tau e^{i(\beta+\Phi)} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \frac{h}{h_{\text{SQL}}} \right\} \quad (2.56)$$

となる。ここで、

$$M = 1 + \rho^2 e^{4i(\beta+\Phi)} - 2\rho e^{2i(\beta+\Phi)} \left( \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) \quad (2.57)$$

$$C_{11} = C_{22} = (1 + \rho^2) \left( \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) - 2\rho \cos[2(\beta + \Phi)] \quad (2.58)$$

$$C_{12} = -\tau^2 (\sin 2\phi + \mathcal{K} \sin^2 \phi) \quad (2.59)$$

$$C_{21} = \tau^2 (\sin 2\phi - \mathcal{K} \cos^2 \phi) \quad (2.60)$$

$$D_1 = -(1 + \rho e^{2i(\beta+\Phi)}) \sin \phi \quad (2.61)$$

$$D_2 = -(-1 + \rho e^{2i(\beta+\Phi)}) \cos \phi \quad (2.62)$$

となる。

### SRC が共振の場合 (シグナルリサイクリング)

SRC がキャリアに対して共振の状態をシグナルリサイクリング (SR) という。共振器の名前と同じで混同しやすいので注意する。SR のとき式 (2.56) より  $\phi = 0$  として、信号の伝達関数 ( $\sqrt{2\mathcal{K}}D_2/Mh_{\text{SQL}}$ ) を図 2.6、ノイズスペクトル ( $\sqrt{|C_{11}|^2 + |C_{22}|^2}/M$ ) を図 2.7 (ii) に、感度曲線 ( $h_{\text{SQL}}\sqrt{|C_{11}|^2 + |C_{22}|^2}/(\sqrt{2\mathcal{K}}D_2)$ ) を図 2.8 に描いた。

伝達関数の概形は FPMI のときと同じだが、キャビティポールが低くなったように応答する。ノイズスペクトルには大きな変更がなく、感度曲線は実効的にキャビティポールの低くなった FPMI の感度と同じである。

### SRC が反共振の場合 (RSE)

SRC がキャリアに対して半共振の状態を Resonant Sideband Extraction (RSE) と呼ぶ。RSE は、腕キャビティのフィネスが高く、低い周波数から信号が減衰してしまうような場合に有用である。RSE は低周波では信号が共振せずには増えないが、高周波信号は共振に近づくため増幅される。腕キャビティで信号が減衰する前に、SRC に信号を引き抜くことから RSE という名前がつけられた。

SR の場合と同様、RSE の伝達関数を図 2.6 に、量子雑音スペクトルを図 2.7(ii) に、感度曲線を図 2.8 に描いた。伝達関数の概形は FPMI の場合に似ていて、キャビティポールが高くなったような応答である。量子雑音スペクトルは変わらず、感度曲線にすると、FPMI のキャビティポールが実効的に高くなったような感度を得る。

### 2.3.3 リサイクリングキャビティのデザイン

以上から、SR と RSE には実効的にキャビティポールを変化させる効果があることを理解した。インプットパワーと腕キャビティのフィネスが同じであれば、SRC をどのチューニングにするかに優劣はない (図 2.8)。

腕のフィネスを変えてキャビティポールを移動したのと同じであるので、感度と帯域のトレードオフから測定に最適なキャビティポールを選べばよい。しかし、PRC と地面雑音まで含めて考えれば、SR より RSE が有利な場合が多い。大型望遠鏡の感度曲線は低周波は地面雑音で制限、高周波は量子雑音、特にショットノイズで制限されているので、量子雑音は輻射圧雑音が多少悪くなったとしても、ショットノイズを改善することに価値がある。したがって、レーザーパワーは輻射圧雑音が地面雑音と同程度になるまで上げるべきである。それにはレーザーのハイパワー化、PRC のハイフィネス化が必要であるが、PRC のフィネスの上限は FPMI のロスで決まる。FPMI のロスが少なければ少ないほど、つまり FPMI のフィネスが高いほど PRC のフィネスが上げられるということになる。したがって、FPMI はハイフィネスにして PR ゲインをできるだけあげ、その分狭くなった帯域を SRC を RSE にすることで適度に広げてやる、というのが感度と帯域の面で有利な戦略になる。

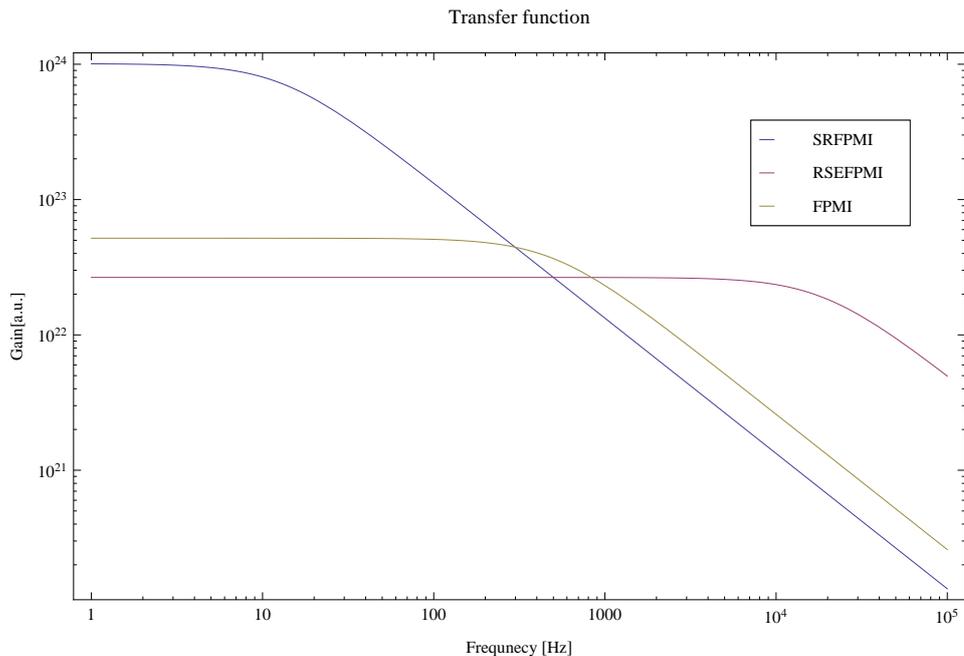
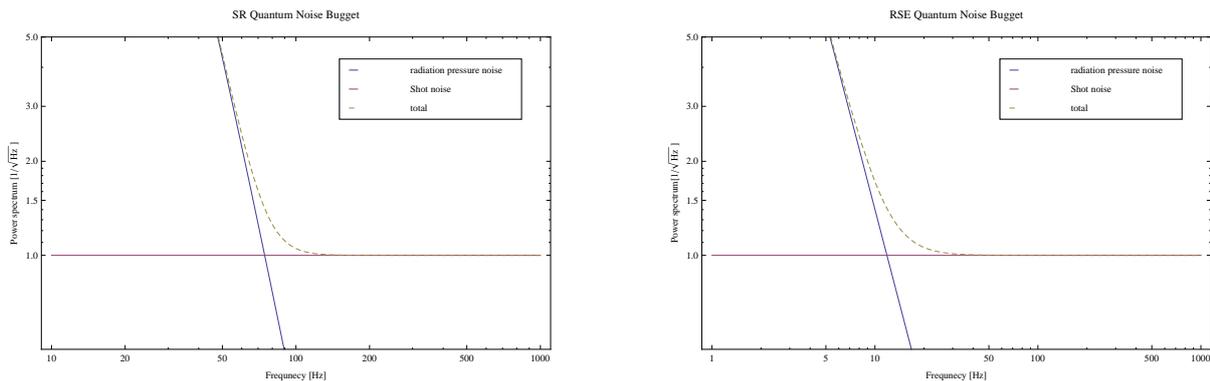


図 2.6 SR と RSE の伝達関数の比較。キャビティポールが変わったような応答の変化がある。



(ii) SR の量子雑音スペクトル

(ii) RSE の量子雑音スペクトル

図 2.7 SR と RSE の量子雑音スペクトル。キャビティポールが違う以外の差異は見られない。

## 2.4 光ばね

量子雑音がどうしても消せない原因は、光子と測定器との相互作用にあった。光ばねは、逆にそのレーザーと干渉計とのカップリングを利用し、干渉計の運動(ダイナミクス)を変更する方法である。吊られたミラーのダイナミクスを変更して、測定に有利なダイナミクスに変えることで、SQL を突破できる。具体的には、ふりに吊られたミラーを輻射圧のばねで繋ぐことで復元力を増強し、オプトメカニカルな共振で重力波信号を増幅する。重力波観測では SRC をデチューンすることで光ばねを実装することが多いが、光ばね自体はキャビティであればシンプルな FP キャビティやリングキャビティでも利用できる。そのため量子測定分野でも広く利用されている。特に共振周波数を上げるだけでなく、減衰率を実効的にあげるコールドダンピングとして有用である [1][6]。

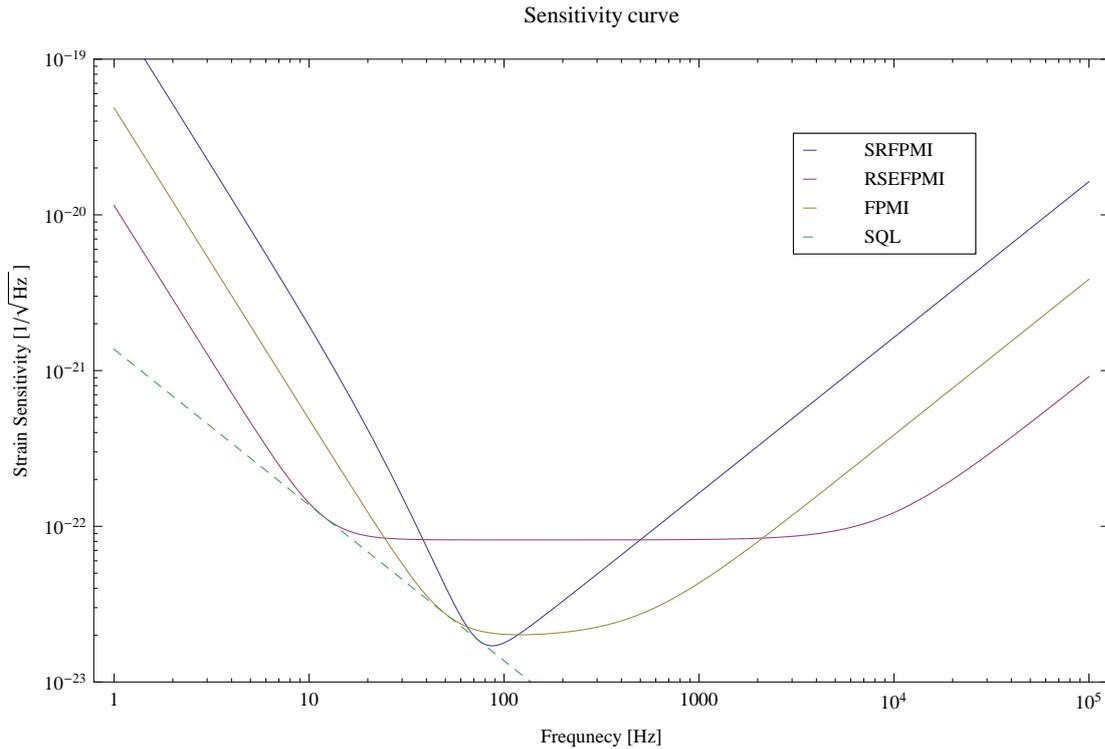


図 2.8 感度曲線の比較。SR にしても RSE にしてもキャビティポールが変わる程度の変化しかない。SQL に触れる位置がキャビティポールによって変わっていく。

SRC を共振または反共振から少しずらした場合、すなわち SRC をデチューンした場合は先の式 (2.56) で与えられる。RSE をデチューンしたときの感度曲線は図 2.9 になる。デチューンした RSE (Detuned RSE、DRSE) の感度曲線の概形はブロードバンドに感度を持つ RSE (Broadband RSE、BRSE) とほぼ同じである。RSE に比べると少し感度が悪化しているが、2 つのディップを持つことが重要である。低周波のディップが光ばねの共振、高周波のディップが optical resonance と呼ばれるキャビティの共振である。SRC をデチューンすることで、狭帯域で感度が著しく向上し、SQL さえも超える。重力波望遠鏡にとって狭帯域であったとしても SQL を超えることは非常に重要である。今、重力波の初観測が最も有力視されている中性子連星のインスパイラルから生じる重力波波形チャープ信号である。チャープ信号の振幅は SQL のノイズレベルより少しだけ低いと予想されており、SQL を破ればチャープ信号取得に有利になる。したがって光ばねは重力波初観測の切り札とも言える。KAGRA は DRSE の構成を採用する予定である。中性子連星のインスパイラルに対する感度、すなわちインスパイラルの測定距離は

光ばねの原理を説明する。今回は FPMI と SRM の複合キャビティであるから少し特殊に思えるが、シンプルな FP キャビティでも同様である。まず、光ばねを直観的に理解しよう。シンプルな FP キャビティを考える。FP キャビティに蓄えられるレーザーパワー  $W_{\text{circ}}$  は、キャビティのデチューン  $\Delta$  とすると、

$$W_{\text{circ}} = \left| \frac{t}{1 - re^{-2i\Delta}} \right|^2 I_0 \quad (2.63)$$

であり  $\Delta = 0$ 、すなわちチューンされたときにパワーは最大になる。ここでキャビティ長が長くなるようにデチューンしたとする。この点で輻射圧の平均値とふりこの復元力が釣り合っていると考える。このとき、もしミラーに何らかの外乱があって、ミラーがキャビティ長が短くなるように動いたら、キャビティが共振に近づくため輻射圧が高まり、

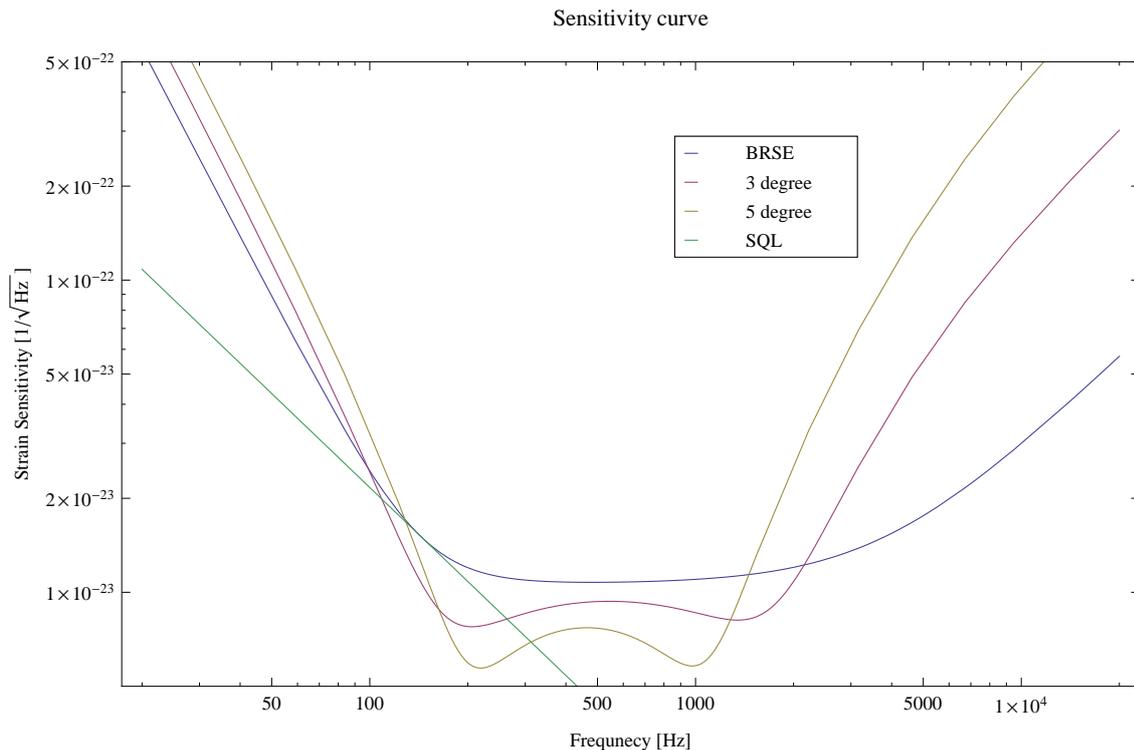


図 2.9 ブロードバンド RSE とデチューンした RSE の感度。デチューンすることで、光ばねと optical resonance を持ち、そこで感度が改善し SQL を突破する。

輻射圧によってミラーは元の位置に戻される。逆にミラーがキャビティ長が長くなるように動いたら、キャビティが共振から遠ざかり、輻射圧が低まる。そうするとつりあっていたふりこの復元力が勝り、またミラーをもとの位置に戻す。これは輻射圧がまるでばねのような効果を持ち、ミラーをデチューンした位置にトラップしているようである。これが光ばねと呼ばれる現象である。

シンプルな例を踏まえて RSE の場合をさらに詳しく説明すると次のようになる。SQL の計算でも確認したように、輻射圧が高いキャビティの場合、光と物質の相互作用によって、キャリアと振幅ゆらぎのクロスタームが位相ゆらぎとして現れたのであった。現れた位相ゆらぎは、SRM に当たってもう一度 FPMI に戻っていく。デチューンしていない BRSE は SRM が反共振に制御されていて、振幅ゆらぎは振幅ゆらぎのまま、位相ゆらぎは位相ゆらぎのまま FPMI に返る。SRM をデチューンすると、振幅ゆらぎの一部は位相ゆらぎに、位相ゆらぎの一部は振幅ゆらぎに変換されて、干渉計に戻る。これは真空場だけではなく、重力波信号にも同様である。ETM に外乱が加わり FPMI で位相信号が生まれたとき、SRC によって位相信号が振幅信号に変換され、再度 FPMI に戻る。位相信号はキャリアとともに輻射圧になり、ETM を運動させる。つまりミラーが運動すると、まるで輻射圧によるフィードバックがかかったかのように、ミラーの力学 (ダイナミクス) を変更されるのである。

光ばねが量子限界であるはずの SQL を突破するのは、まさしくダイナミクスが変わったからである。SQL を導出するとき、式 (2.21) のように、ミラーは自由質点と仮定していた。すなわち SQL は自由質点に対しての量子限界なのである。光ばねに対する量子限界も存在し、光ばねがそれを破ることはない。光ばねは量子限界を破る機構ではなく、古典的な手段であることを強調しておく。

光ばねはダイナミクスをどのように変えるだろうか。図 2.10 ようなブロック線図で表すと概念的に理解できる。ダ

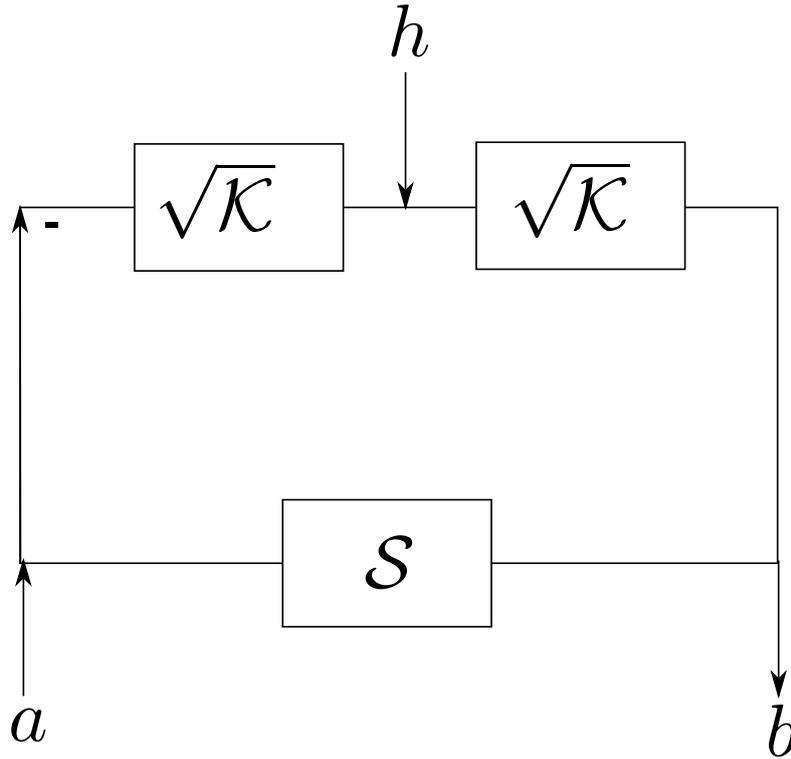


図 2.10 輻射圧によるフィードバックを概念的に表したブロック線図。一度目の伝達関数  $\mathcal{K}^{1/2}$  で光子の信号が位置の信号に変わり、二度目の  $\mathcal{K}^{1/2}$  で位置の信号が光子の信号に変わる。SRC によるフィードバックによる伝達関数を  $\mathcal{S}$  と表した。重力波信号は位置の信号として、2つの  $\mathcal{K}^{1/2}$  の間から、真空場は AS ポートから侵入する。その2つは入力位置が異なるため、応答も異なる。

イナミクスを表すのは、 $\mathcal{K}$  であった。 $\mathcal{K}$  は自由質点に対するの力から位置への伝達関数と輻射圧の伝達関数をかけたような形をしており、キャビティポールより低い帯域を考えると、 $\mathcal{K}$  はほぼ自由質点の応答関数と同じである。すなわち、

$$\mathcal{K} \approx \frac{1}{\Omega^2} \tag{2.64}$$

SRC によってフィードバックされることで、

$$\mathcal{K}' = \frac{\mathcal{K}}{1 + \mathcal{S}\mathcal{K}}, \tag{2.65}$$

$$\mathcal{K}'^{-1} = \mathcal{K}^{-1} + \mathcal{S} \tag{2.66}$$

と  $\mathcal{K}$ 、すなわち自由質点の応答が変更されるのである。厳密には行列方程式であるが、厳密に解いた式 (2.56) も同様の形になっている。伝達関数の分母である  $M$  が調和振動子の伝達関数の逆数  $-\Omega^2 - i\gamma_{0S}\Omega + \omega_{0S}^2$  になっていると予想し、 $M = 0$  を  $\Omega$  について解くことで光ばねの周波数  $\omega_{0S}$  を求める。SRC は FP に比べて短く位相遅れも小さいので  $\Phi \ll \beta$  とする。 $\Omega \ll \gamma$  の領域を考えれば  $\beta$  も小さいとして、 $e^{i(\beta+\Phi)}$  の実部 1 と近似する考えることにする。

$$\begin{aligned} M &\simeq 1 + \rho^2 - 2\rho \left( \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) \\ &\simeq 1 + \rho^2 - 2\rho \left( \cos 2\phi + \frac{8I_0\omega_0}{mL^2\Omega^2\gamma^2} \sin 2\phi \right) \end{aligned}$$

$$\Omega_{\text{os}} = \sqrt{\frac{8I_0\omega_0 \sin 2\phi}{mL^2\gamma^2\{(\rho + 1/\rho) - 2 \cos 2\phi\}}} \quad (2.67)$$

を得る。これが光ばねの周波数にあたる。高周波になると  $e^{i(\beta+\Phi)}$  の虚部が、実部 1 の近似を少しずつ悪くしていく。また虚部が光ばねの  $Q$  値を決める。周波数の高い光ばねは  $Q$  値が低くなだらかなピークになる。図 2.9 からわかるように、デチューンを大きくすると、光ばねは固くなっていく。一方、optical resonance が落ちていき、帯域が狭くなる。高周波の光ばねはノッチの鋭さが落ちているのもわかる。またデチューンと光ばねの周波数の関係を 2.11 に示した。デチューンを変えることで変化させた光ばねには周波数に上限があることがわかる。上限は

$$\Omega_{\text{OS,max}} = \sqrt{\frac{8I_0\omega_0 \sin 2\phi}{mL^2\gamma^2(-\rho + 1/\rho)}} \quad (2.68)$$

で与えられ、このとき、

$$\cos 2\phi_{\text{max}} = \frac{2\rho}{1 + \rho^2} \quad (2.69)$$

である。最大の周波数を与えるデチューンは SRM の反射率のみで決まる。

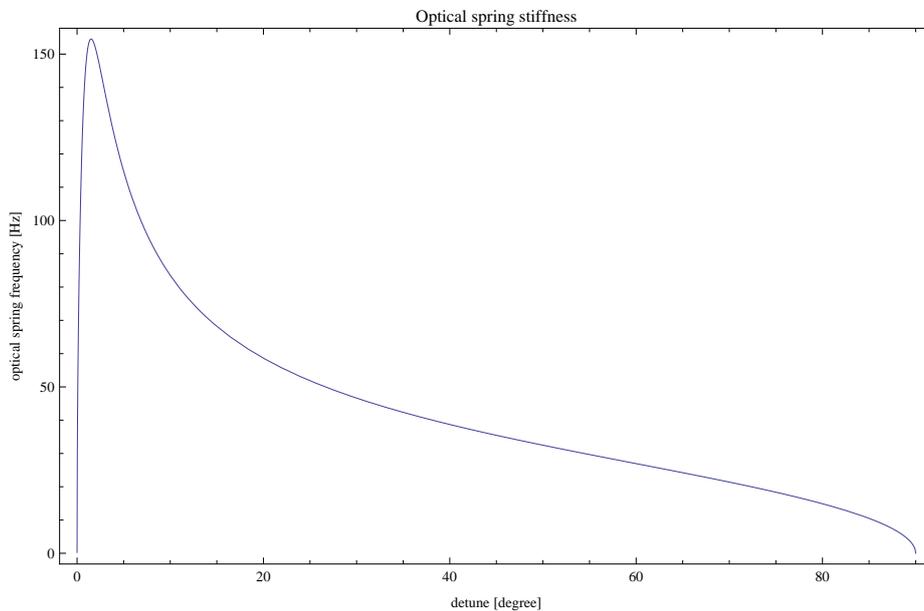


図 2.11 デチューンと光ばね光ばねの周波数の関係。

式 (2.67) は、デチューンの物理的意味をよく表している。デチューンは、光子と機械のカップリングの強さを表す。それが  $\sin 2\phi$  の部分である。カップリングに伴い、キャビティ内光子の状態が変更され、輻射圧が減る。共振からデチューンされることで、輻射圧を駆動する信号サイドバンドは SRC によって  $1/(1 - 2\rho \cos 2\phi + \rho^2)$  に従い増幅される。したがって、光子と機械のカップリングを最適化するデチューンが  $\phi_{\text{max}}$  だと言える。

## 第3章

# 光ばねと信号増幅器

前章で述べたように、重力波望遠鏡は量子雑音に感度を制限されており、それを改善するために光ばねは非常に有用である。第2世代の望遠鏡に搭載された新技術として量子雑音改善の主役を担っている。さらに次世代の望遠鏡を睨み、光ばねを超える技術の開発も盛んに行われている。我々もその一端として、光ばねと非線形結晶を用いた信号増幅器を提案する。この章では、信号増幅器の実験理論について述べる。

### 3.1 動機

望遠鏡の感度を見ると、量子雑音は特に高周波を制限しているため、高周波での改善は大きな価値がある。輻射圧雑音を改善する方法としては、Variational Readout[8] やスピードメーター [5] が提案されている一方、ショットノイズの改善方法はまだ研究の余地がある。高周波の感度はキャビティポールによらず、入射パワーで決まる。したがって、従来の方法で高周波を改善するには、レーザーのパワーアップ、パワーリサイクリング、スクイーミングによる仮想パワーアップが候補に挙がる。

またキャビティポールの高い干渉計をデチューンして高周波に共振を持たせることが考えられる。デチューンすることで高周波で optical resonance を持ちブロードバンド干渉計より感度が上がっている (図 2.9)。しかし、デチューンは高周波化と相性がよくなかった。それはもうひとつのディップである光ばねの共振を高周波に持っていこうとデチューンを大きくすると、高周波側のディップである optical resonance の周波数が落ちてしまうことにある。また、光ばねの方も上限周波数を持ち、共振を高く持つてくることができない (式 (2.68))。

そこでデチューンを変えずに光ばねの周波数を上げる方法を考案した。それは光ばねを駆動している輻射圧を仮想的にあげる方法である。発想はスクイーミングに由来する。スクイザーは非線形光学結晶を媒介にして、もとの光の2倍波でパンプすることで、量子状態を変更するという装置である。もしスクイザーを重力波信号に対して作用させれば、重力波信号は増幅されるはずと期待できる。しかし、この場合、信号とともに真空場も増幅されてしまい、 $S/N$  比は改善しない。もし信号増幅を SRC 内で行えば、たしかに  $S/N$  は改善しないが、信号、つまり光ばねを駆動する輻射圧が増える。仮想的に輻射圧が高くなることで、高周波に光ばねを持ってこれるという予想である。計算してみると、信号を増やした効果だけでなく、インピーダンスマッチングによる効果によってさらに高い周波数に到達できた。

### 3.2 信号増幅器の導出と議論

SRC の中に組み込んだ信号増幅器の効果を計算する。セットアップは図 3.1 である。

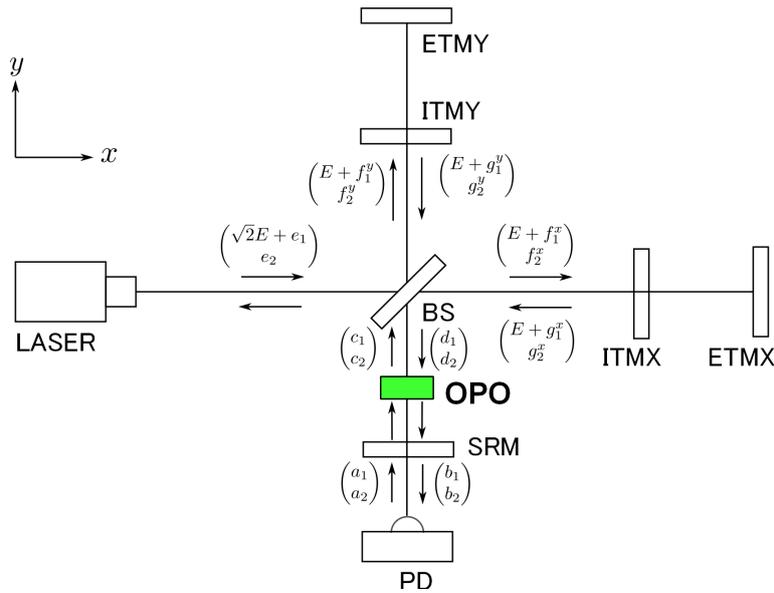


図 3.1 信号増幅器と場。BS の直後に OPO が設置されており、信号を増幅する。

### 3.2.1 光ばねの周波数

RSE との変更点は、BS の後ろに信号を増幅する OPO(optical parametric oscillator) が置かれていることだ。OPO は PPKTP などの非線形光学結晶とパンプ光からなる。レーザーの 2 倍波であるパンプ光のエネルギーによって、非線形光学結晶上でレーザー光に相互作用を持たせ、信号を増幅したり、真空場をスクイーミングしたりする。今理想的なモデルでは、OPO の応答は、

$$S = \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & 1/s \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

で表される。 $s$  はスクイーザーの場合スクイーミングファクターと呼ばれるので、それを踏襲して信号増幅の場合もそう呼ぶことにする。通常、真空場をスクイーミングする場合、位相 quadrature の量子ゆらぎを抑えたいため  $s > 1$  で用いるが、今回は信号を増幅することが目的なので  $s < 1$  である。これを用いて、場の連立方程式を解けば、光ばねのときと同じく

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{M} \left\{ e^{2i(\beta+\Phi)} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \sqrt{2\mathcal{K}\tau} e^{i(\beta+\Phi)} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \frac{\hbar}{h_{\text{SQL}}} \right\} \tag{3.2}$$

となる。ここで、

$$M = s + s\rho^2 e^{4i(\beta+\Phi)} - 2\rho e^{2i(\beta+\Phi)} \left( \frac{1+s^2}{2} \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) \quad (3.3)$$

$$C_{11} = (1+\rho^2) \left( \frac{1+s^2}{2} \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) - 2s\rho \cos[2(\beta+\Phi)] - \frac{1-s^2}{2} \tau^2 \quad (3.4)$$

$$C_{12} = -\tau^2 \left( \frac{1+s^2}{2} \sin 2\phi + \mathcal{K} \sin^2 \phi \right) \quad (3.5)$$

$$C_{21} = \tau^2 \left( \frac{1+s^2}{2} \sin 2\phi - \mathcal{K} \cos^2 \phi \right) \quad (3.6)$$

$$C_{11} = (1+\rho^2) \left( \frac{1+s^2}{2} \cos 2\phi + \frac{\mathcal{K}}{2} \sin 2\phi \right) - 2s\rho \cos[2(\beta+\Phi)] + \frac{1-s^2}{2} \tau^2 \quad (3.7)$$

$$D_1 = -(1+s\rho e^{2i(\beta+\Phi)}) \sin \phi \quad (3.8)$$

$$D_2 = -(-1+s\rho e^{2i(\beta+\Phi)}) \cos \phi \quad (3.9)$$

である。

このときの光ばねの周波数を求めよう。  $M = 0$  を解けばよい。光ばねの共振周波数  $\Omega_{os}$  は

$$\Omega_{os} = \sqrt{\frac{8I_0\omega_0 \sin 2\phi}{mL^2\gamma^2 s \{(\rho + 1/\rho) - (s + 1/s) \cos 2\phi\}}} \quad (3.10)$$

となる。ここで、注目すべき変更点は入射パワー  $I_0$  が実効的に  $I_0/s$  になっていることと、反射率  $\rho$  とデチューンの関係である。

前者ははじめに期待した効果である。信号を増幅することで、輻射圧を実効的に強めて光ばねの周波数を変えている。今のレーザーパワーを2倍にすることに比べ、スクイージングファクターを2倍にすることは容易である。また量子雑音の  $S/N$  比は改善しないが、レーザーパワーを増加させると熱雑音で損をすることを考えれば、仮想的なパワーアップは  $S/N$  比で得していると考えてもよいだろう。

後者はインピーダンスマッチングによる光ばね効果である。OPOがない場合、光ばね周波数の分母は  $(\rho + 1/\rho) - 2\cos 2\phi$  であった。したがって分母がゼロになることはなく、光ばねの周波数には上限があった。OPOをいれた信号増幅器の場合、分母は  $(\rho + 1/\rho) - (s + 1/s) \cos 2\phi$  となり、 $\rho$  と  $s$  の関係によっては、分母はゼロや負数を取りうる。特に、ゼロに向けてパラメーターを選んでいけば光ばねをさらに固くしていくことが可能になる。

### 3.2.2 信号増幅器のパラメーター領域

信号増幅器の光ばねは、デチューンとSRMの反射率、スクイージングファクターの関係によって、3つの異なる性質を持つ。それに従い、パラメーター空間を3つの領域に分けた。この領域を輻射圧領域、発散領域、虚数領域と呼ぶことにする。領域を表したのが図3.2である。

#### 輻射圧領域

輻射圧領域は、 $\rho < s < 1$  の領域、すなわちOPOによる増幅が小さい領域である。このとき、 $\phi$  をどのように選んでも、光ばねの周波数は発散しない。しかし先に述べたように、信号増幅器の効果により輻射圧が実効的に高くなる効果がある。またOPOのない場合の光ばねに比べて反射率  $\rho$  が実効的に

$$\frac{\rho' + 1/\rho'}{2} = \frac{\rho + 1/\rho}{s + 1/s} \quad (3.11)$$

に変更される。つまりSRMの反射率が上がるように変更される。

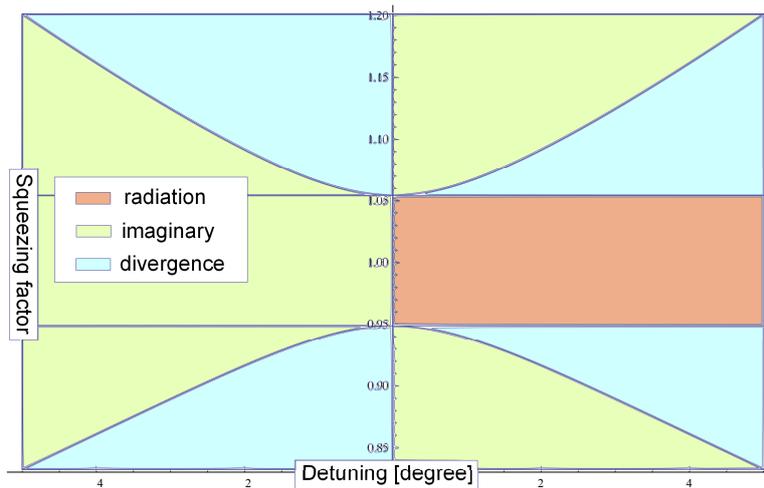


図 3.2 デチューンとスクイーミングファクターの関係。横軸のデチューンは SR の場合は  $\phi$ 、RSE は  $\pi/2 - \phi$  を表している。SRM の反射率は固定した。

これらの効果により同じ固さの光ばねを実現するのに小さなデチューンで十分になることから、高周波の optical resonance を下げることなく、低周波の光ばねを固くすることができる。

### 発散領域

発散領域は最も強調したい信号増幅器特有の領域である。光ばね周波数の式 (3.10) の分母が変更されたことにより、光ばねの周波数は発散しうようになった。発散できる条件はスクイーミングファクターが大きいこと、つまり  $s < \rho < 1$  である。このときデチューンを

$$\cos 2\phi \rightarrow \frac{\rho + 1/\rho}{s + 1/s} \tag{3.12}$$

に近づけていくと光ばねの周波数は無限に上がりうるように見える。光ばねのときも同様であったが、光ばねを高周波に持ってくると、式 (2.67) で無視した FP キャビティや SRC の位相遅れの効果が現れ、ディップがなだらかになっていって潰れてしまう。これが光ばねの周波数を制限する。式 2.67 の近似が成り立たなくなるのは  $\Omega \approx \beta$  のときであり、光ばねはキャビティポールの周波数まで持ってこられると予想できる。解析計算により optical resonance を動かすことなく、光ばねを高周波に持っていくことに成功した (図 3.3)。

実験装置をこの領域に持っていくのは決して難しくない。典型的な SRM の反射率は  $\rho = \sqrt{0.9}$  程度に対して、GEO600 のスクイーミングファクターは  $s = 0.1 \sim 0.6$  である [4]。さらにこれは位相 quadrature 側での数字であるが、アンチスクイーミングされる振幅 quadrature ではさらに大きな増幅が期待できる。

光ばねの周波数が発散するような設計は、OPO を設計するときのインピーダンスマッチングによく似ている。OPO を設計するとき、スクイーミングファクターを最大化するにはキャビティの反射率を同様に選ぶ。

この領域はデチューン負にも表れる。後述するが、光ばねはデチューン負だと反ばね状態であるが、OPO の効果により、符号が 2 回変わることでデチューン負でもばねの状態を作りうる。

### 虚数領域

虚数領域は、光ばねの周波数が虚数になる領域である。これは OPO のない光ばねを負の方向にデチューンしたときのように、機械共振の周波数を下げる効果がある。虚数になる領域は 3 つに大別でき、(a)  $\rho < s < 1$  かつデチューン負の領域、(b)  $s < \rho < 1$  かつデチューンが小さな正の領域、(c)  $s < \rho < 1$  かつデチューンが大きな負の領域である。

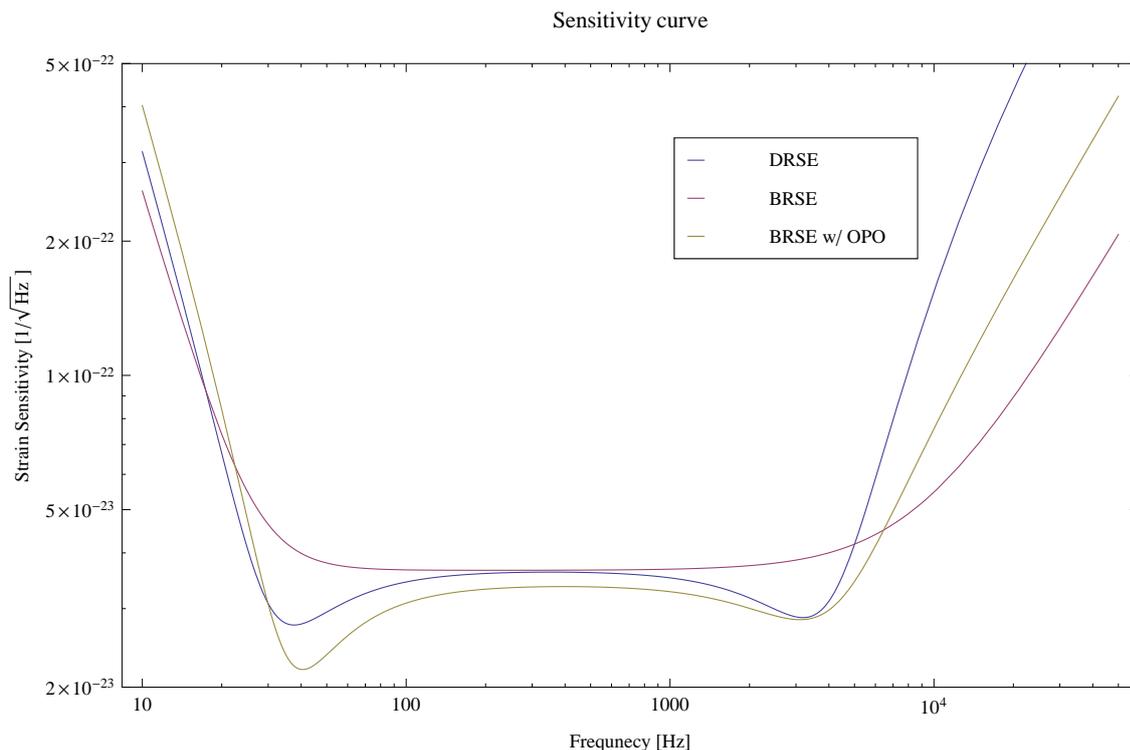


図 3.3 信号増幅器を搭載した DESE の感度曲線。パラメーターは発散領域のものを選んだ。DRSE と同じ optical resonance を実現しつつ、光ばねを高い周波数に持ってくる事が可能である。OPO に輻射圧が実効的にあがる効果があるため、DRSE と比較して低周波の感度が落ち、高周波で感度が上がっている。

(a) は OPO のない光ばねのときと同様の反ばねである。輻射圧領域のように実効的に輻射圧が上がっているため、反ばねの効果は通常の光ばねより大きい。(b) は信号増幅器特有の領域である。デチューンが正であっても、OPO の増幅によって分母の符号が反転することで反ばねになる。符号が反転したことにより、インピーダンスマッチングにより通常より強力な反ばねを作ることが可能になる。(c) も (b) と同様で無限大の反ばねを作る。

### 3.3 ブロードバンド干渉計への応用

### 3.4 量子雑音と信号増幅器の要約

これまで議論した量子雑音と信号増幅器の理論について要約する。重力波望遠鏡では、ある帯域の感度は量子雑音に制限されていた (図 1.2)。量子雑音とは、測定に用いるレーザーの光子が生成消滅することに起因するノイズである。光子の状態は振幅と位相で記述でき、quadrature に分解して、真空場を  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$  のように表した。重力波信号は位相 quadrature に現れるため、 $a_2$  に対する  $S/N$  比を考えればよい。 $a_2$  の不確実性によるノイズをショットノイズという。重力波がミラーを揺らすと、ミラーと光子が相互作用  $\sqrt{\mathcal{K}}$  を持ち、重力波信号となる。したがって、相互作用  $\sqrt{\mathcal{K}}$  を大きくすれば  $S/N$  は改善する。 $\sqrt{\mathcal{K}}$  はミラーの質量やレーザーパワー、キャビティの応答で決まる量であるから、ハイパワー化が進められた。 $\sqrt{\mathcal{K}}$  が大きくなると、振幅 quadrature の  $a_1$  がノイズになりはじめる。振幅ゆらぎがミラーを揺らし、位相 quadrature として現れるようになる。このノイズを輻射厚雑音と呼ぶ。輻射厚雑音は 1 度目の相互作用  $\sqrt{\mathcal{K}}$  でミラーを揺らし、2 度目の相互作用  $\sqrt{\mathcal{K}}$  で光の雑音になるため、 $\mathcal{K}$  に依る量であり、ハイパワー化

を進めれば輻射圧雑音との  $S/N$  が悪化してくる。 $a_1$  と  $a_2$  は量子力学の  $x$  と  $p$  のように非可換であり、不確定性を同時にゼロにできないため、量子雑音には測定限界 SQL がある。SQL は中性子連星合体の信号を狙うにあたり大きな障壁である。

SQL 突破に最有力な方法が光ばねである。SRC をデチューンすることで、光子とミラーの相互作用を逆に利用し、ミラーのダイナミクスを変更すると、光のばねで繋がれた共鳴型干渉計となる。この光ばねの共振周波数では、高い感度を持ち SQL を突破できる。ただしデチューンによる高感度化には、帯域を狭めてしまうというデメリットがあった。デチューンを大きくし、光ばねの共振を高周波に持っていかうとすれば、高周波にあった optical resonance が低周波にやってきてしまう。また光ばねの周波数は (2.67) で与えられるが、これは上限値を持つ。光ばねの高周波化には課題があった。

量子雑音だけが感度を制限している高周波で、量子雑音を改善することは大きな価値があるが、高周波での改善方法は、ハイパワー化とスキージングによる仮想ハイパワー化に限られる。そこで光ばねと OPO を利用した、高周波改善方法を提案した。OPO を SRC の中に入れ、輻射圧を駆動する信号を増幅することで、仮想ハイパワー化と同等の効果を得る。また、輻射圧を変えたことで光ばねの周波数は式 (3.10) に変更され、パラメーターが発散領域に選べば、インピーダンスマッチングにより OPO のないときの光ばねの上限周波数を更新できる。このことで、optical resonance を下げることなく、光ばねを高周波に持ってくるのが可能になり、高周波特化の共鳴型望遠鏡を実現できる (図 3.3)。

次章以降、この装置の原理検証を行ったので、その結果について述べる。

## 第 4 章

# 実験系のデザイン

前章で量子雑音を改善する手段として、光ばねと信号増幅器による高周波化について議論した。本論文はそれの実験的検証がテーマである。特に私は光ばねを持つ SR 干渉計の作成を行った。この章より、光ばね実装の方法論へと議論を展開していく。

まずは、光ばねを実現するための実験要求値を求める。それは干渉計の大きさであったり、レーザーの強さ、ミラーの軽さに関わる要求である。いくつかの技術的に、または設備的に決定されたパラメーターから、理論検証に十分で、実現可能なセットアップを提案する。

次に、要求値を満たす実験系のデザインについて議論する。干渉計実験では、実験系の実現に一番時間がかかる。測定をするためには、干渉計を正しい干渉状態にすることが必要である。ミラーの位置をデチューンの要求値であるレーザー波長の  $1/3600$  の精度で、すなわち  $3 \times 10^{-10}$  m の精度で決定する。干渉状態を正しく保つには、フィードバック制御が有効である。被制御系である干渉計から干渉状態に応じた線形信号を取得し、制御系であるサーボで適切に信号を増幅しフィードバックすることで、外乱があっても干渉状態を保つことができる。制御のための制御系、被制御系をデザインし、強い制御信号が取れるよう、制御を妨げる雑音を減らすことが干渉計実験だと言っても過言ではないだろう。フィードバック制御についての基礎的な知識は付録に譲る。

本論文では、被制御系と制御系を次のようなサブシステムに分類した。それぞれのサブシステムについてのデザインと、いかにデザインを実現したかを説明する。

被制御系	主干渉計 (長さ)	干渉計の長さ変化のエラーシグナル取得に関するデザイン。
	主干渉計 (角度、空間モード)	干渉計の角度変化の要因とビーム径や空間モードに関するデザイン。
	防振系	小さなミラーを地面雑音から孤立させるための防振ふりこや板バネのデザイン。
制御系	アナログ回路	制御ための電気回路のデザイン。
	実験施設	電気雑音や音響雑音など、その他実験装置のデザイン

### 4.1 実験要求値

どうすれば光ばねのシフトを実験的に検証したと主張できるだろうか。一番現実的な方法は、伝達関数測定である。光ばねは古典的な効果であり、伝達関数にその効果が現れる。したがって、OPO を用いて、光ばねのピークが OPO なしでは届かない領域に持ってくればよい。伝達関数はノイズに強く、KAGRA や LIGO のように厳しいノイズの要求値を課す必要がなくなるのもメリットである。

光ばねは FPMI でも実装可能であるが、OPO によるシフト効果を見るには、キャリアが不在で信号だけが存在する SRC の存在が不可欠である。SRC を備えた最小のセットアップは SRMI であるため SRMI で実験する。光ばねを見

る最低条件は、光ばねの周波数がふりこの共振周波数より高いことである。

これまでの計算ではミラーを自由質点とみなしていたが、地球上に自由質点は存在しない。自由質点を実現するために、ミラーはふりこで懸架する。これは大型望遠鏡でも同様である。ふりこの共振周波数より高い帯域ではミラーは自由質点のようにふるまう。ふりこの共振周波数を計算に入れるには式 (2.21) をふりこのものに変更すればよい。光ばねを観測するには光ばねの周波数はふりこの共振周波数を超える必要がある。光ばねの周波数をオーダーで変えるのは輻射圧、つまり入射パワーとミラーの質量の比とデチューンである。腕キャビティや PRC を実装することで、輻射圧の効果を倍増することができるが、その分制御する自由度が増えるため難易度が上がるため、可能であればシンプルな SRMI で見ることが望ましい。もし輻射圧がある程度以上あれば、あとはデチューンの精度をあげることで光ばねの周波数を動かせる。デチューンの精度は装置のノイズで決まるため、デチューンの精度を決めることが装置のノイズレベル決めることになる。SRMI で観測するのに十分な輻射圧が得られるのか、そのときのデチューン精度はどの程度が要求されるのかを計算するのがこの節の目標である。

レーザーパワーはすでに所持している YAG レーザーを用いるとして、レーザー出射直後で 600 mW、さまざまな光学系でビームを整形して、干渉計の直前で 450 mW になる。レーザーパワーはこれに固定する。ミラー質量は既製品の中で軽く反射率の高いものを選び 200 mg とする。特注でさらに小さいものを作ることも可能であるが、小さくすればするほどふりこの工作が難しくなるため、はじめのステップとしては 200 mg でよいと考える。全てのミラーをこれを用いると工作、制御とも難易度が上がるため、MI の片腕のミラーだけ小さなミラーを用いることにする。前章の光ばねの計算では全て同じ質量のミラーを用いて、相対質量で計算していたため、小さなミラーを 1 つだけ使う場合、相対質量で 4 倍損することになる。

ここで、小さなミラーは曲率をつけるのが難しいため、曲率のないものを使うことにする。その場合、後述するモードマッチングの要請から、小さなミラーは折り返しミラーとして使うことになる。折り返しミラーで使った場合、入射角  $\alpha$  とすれば、角度の分だけ損し、往復の分得するので、 $2 \cos \alpha$  倍になる。

光ばねの周波数はふりこの周波数より大きくなければならない。光ばねを観測するにはふりこは低い周波数のほうがよいが、低い周波数の振り子は地面の振動の影響を受けやすい。実験室の地面雑音スペクトルを持っていないので、地面雑音からの要求でふりこの周波数を決めることはない。いくつかふりこを作り、できる限り周波数が低く、それでいて扱いやすく地面雑音に強いものを選んだ。共振周波数は 20 Hz 程度である。

OPO の効率は [13] 式 (15) を参考に計算した。現在作成中の SHG の出力から、OPO のスキューニングファクターは  $s = 1/1.2 = 0.83$  が実現可能であることがわかる。信号増幅器特有の性質を満たす発散領域に持っていくには  $s < \rho$  であるから、その範囲で  $\rho$  を選ぶことにする。今回は  $\rho^2 = 0.98$  に固定した。

この時デチューンを変化させて、光ばねの光学ゲインを計算したのが図 4.1 である。この伝達関数は一方の腕から信号を入れ、AS ポートにどのように信号が出るか計算したものである。Broadband はデチューンしていない場合であり、フラットなスペクトルを持つ。デチューンすると光ばねが生まれる。グラフにはデチューンの精度を変えて 3 本の曲線を描いた。 $10^{-4}$  度の精度でデチューンすれば、光ばねは 1 kHz にも到達する一方、 $10^0$  度の精度でデチューンしても光ばねの変化が OPO を入れた意味が有意に見えない。 $10^{-1}$  度の精度でデチューンすれば、有意に光ばねの上限更新が見えるだろう。

以上まとめると、実験要求値は、ミラー質量 200 mg、レーザーパワー 450 mW に固定した場合、反射率 98% の SRM でできる理想的なキャビティで 0.1 度の精度でデチューンを達成することである。デチューンの精度は、ノイズレベルで決定され、0.1 度の精度でデチューンする場合、波長の  $1/3600$ 、つまり  $3 \times 10^{-10}$  m までノイズレベルを落とす必要がある。これがこの実験の要求値である。

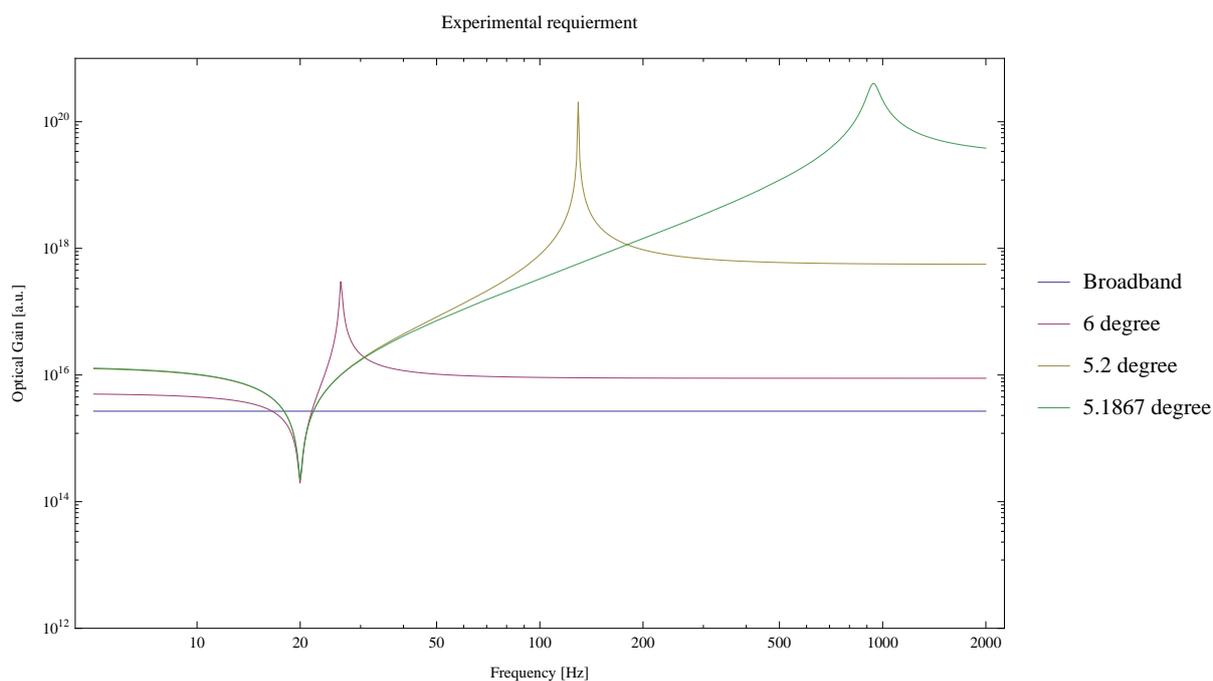


図 4.1 実験室における信号増幅器の予想伝達関数。Broadband はデチューンしていない SRMI の場合の伝達関数であり、DRSE はデチューンの精度別にグラフにした。デチューンすると光ばねが現れる。分母を発散させるため、デチューンの精度が光ばねの周波数を決める。

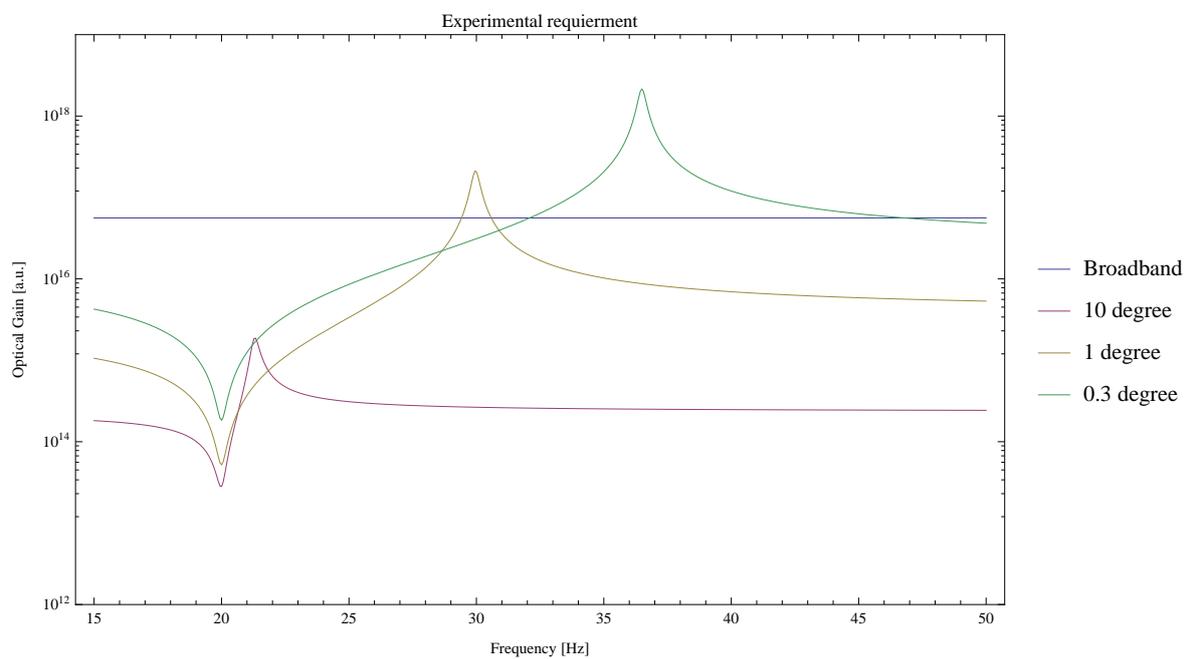


図 4.2 実験室における光ばね予想伝達関数。光ばねの存在を確認するのに必要なデチューンの精度も  $0.1^\circ$  であるとわかる。

## 4.2 被制御系・主干涉計(長さ)

干涉計を制御するためには、干涉計の状態に応じた線形信号、つまりエラーシグナルを取得し、それをフィードバックする。レーザー干涉計では、メインのレーザーによってエラーシグナルを取得するのが一般的である\*1。干涉計は複数の自由度が複雑に重なりあっているため、他の自由度と独立にエラーシグナルを取得するかが課題である。SRMIの場合、制御する必要があるのは、MIの差動自由度とSRC長自由度の2自由度である。それぞれをMICH(MICHelson)、SRCL(SRC Length)と呼ぶ。MICHはMIの腕の差動長 $l_x - l_y$ で定義され、SRCLはMIの腕の平均長 $(l_x + l_y)/2$ とBS-SRM間の距離の和で定義される。なおDRMIの場合はMICHとSRCLに加えてPRC長PRCL(PRC Length)を、DRFPMIの場合は腕キャビティの同相長CARM(Common ARM length)、腕キャビティの差動長DARM(Differential ARM length)の5自由度を制御する必要がある。PRCLはSRCLと同様にMIの腕の平均長とBS-PRM間の距離、CARMとDARMは腕キャビティの平均長 $(L_x + L_y)/2$ 、差動長 $L_x - L_y$ で定義される。自由度が多くなるほど複雑になり、独立な信号を取得するのが困難になる。この節ではSRMIのエラーシグナルをいかに取得するかを議論する。

### 4.2.1 キャビティのエラーシグナル取得

キャビティのエラーシグナルを取得するには、高周波変調サイドバンドであるRFサイドバンドを用いた Pound-Drever-Hall(PDH)法が有利である。またRFサイドバンドを用いずDCパワーをエラーシグナルとする方法もある。

PDで測定できるのは、電場の絶対値であり、位相が変化してもパワーに変化がない。そのため、位相変調した光とビートを取ることでエラーシグナルを取得するのがPDH法である。シンプルなFPキャビティを例に説明する。入力レーザーの振幅 $E_i$ 、レーザーの周波数 $\omega$ 、ITMの反射率 $r$ 、ETMの反射率を1とする。キャビティが共振から $l$ だけずれたとき反射光は

$$\begin{aligned} E_r &= -rE_i + E_i \frac{(1-r^2)e^{i2l\omega/c}}{1-re^{i2l\omega/c}} \\ &\simeq -rE_i + E_i(1+r) \left(1 + i\frac{2l\omega}{c}\right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

よって反射光をPDで測定すると、

$$I_r = |E_r|^2 = |E_i|^2 \left\{ 1 + \left( (1+r)\frac{2l\omega}{c} \right)^2 \right\} \quad (4.2)$$

となり、パワーには $l$ の1次の項が含まれない。1次の項が含まれないことで、 $l$ の符号を知ることができない、信号が小さいという2つの問題がある。これは図4.3より明らかである。この信号取得方法では、位相が変わっていない反射光 $-rE_i$ を基準にして、 $(E_i(1-r^2)e^{i2l\omega/c})/(1-re^{i2l\omega/c})$ を検波したことになるが、変化の実成分が $l$ の2次だったために1次の信号がなかったのである。したがって $l$ の線形信号を取得するには、 $l$ の1次の実成分を持つ変化を持ってくる、つまり位相信号ではなく振幅信号として取得するか、基準が虚成分を持つ必要がある。この基準となるレーザー光のことを局所発振波(Local Oscillator, LO)と呼ぶ。

\*1 メインのレーザーではなく、波長の違う補助レーザーを使い、制御する方法もある。光でこによる局所制御がその例である。また、LIGOでは、制御状態に引き込むロックアクイジッションにおいて、メインレーザーの2倍波を用いるグリーンロックで確実にロックに引き込むことに成功した[12]。

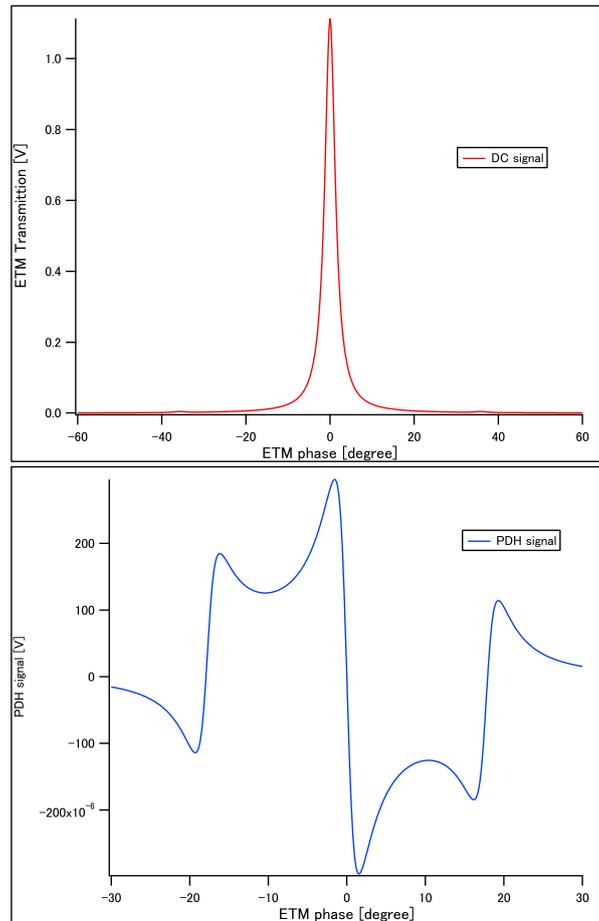


図 4.3 FP キャビティのエラーシグナル。(上) 透過 DC のパワーと、(下) 反射光の PDH 法の RF シグナルを表している。横軸はともに共振の位相である。(上) は共振点である 0 度が 2 次であり、(下) は 1 次で共振点がゼロ交差点である。

PDH 法は、変調器 (Electro-Optical modulator、EOM) を用いて、レーザーに位相変調をかけ、LO に虚成分を持たせることで 1 次の位相信号を取得する方法である。EOM はポッケルスセルという結晶でできており、ポッケルスセルに高周波の電圧をかけると EOM を通過するレーザー光に位相変調をかけることができる。位相変調をかけられたレーザー光は、RF サイドバンドを持つようになる。周波数  $\omega$  のレーザー光に  $\omega_m$  の位相変調をかけた場合\*2、

$$E_0 e^{i\omega t} \rightarrow E_0 e^{i\omega t} (1 + im \cos \omega_m t) = E_0 e^{i\omega t} \left\{ 1 + im \frac{e^{i\omega_m t} + ime^{-i\omega_m t}}{2} \right\} \quad (4.3)$$

$m$  は変調指数と呼ばれ、EOM にかけた電圧で決まる変調の強さを表す。位相変調をかけると、レーザー周波数より  $\omega_m$  だけ周波数の高いレーザーと、低いレーザーが生まれる。これらを RF サイドバンドと呼ぶ。RF サイドバンドはもとのキャリアを基準にしたとき、虚成分を持つことができる。したがって RF サイドバンドを LO としてキャリアの運んできた位相信号を取ることができる。レーザーの周波数  $\omega$ 、RF サイドバンドの周波数  $\omega_m$ 、観測帯域の周波数  $\Omega$  は  $\omega \gg \omega_m \gg \Omega$  であることに注意されたい。

先のシンプルな FP キャビティにキャリアと RF サイドバンドが入射した場合を考えよう。キャビティ長  $L$  であり、

\*2  $\omega_m$  は発振器によって決めるが、通常は 1 MHz から 100 MHz のオーダーで用いることが多い。

キャリアは共振を仮定し、RF サイドバンドの共振条件は仮定しない。

$$E_r = -rE_i(1 + ime^{i\omega_m t} + ime^{-i\omega_m t}) + E_i \frac{(1-r^2)e^{i2l\omega/c}}{1-re^{i2l\omega/c}} + imE_i \frac{(1-r^2)e^{i2(l\omega+L\omega_m)/c}}{1-re^{i2(l\omega+L\omega_m)/c}} + imE_i \frac{(1-r^2)e^{i2(l\omega-L\omega_m)/c}}{1-re^{i2(l\omega-L\omega_m)/c}}$$

$$= E_i \left\{ 1 + i \left( -rm(e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}) + (1+r) \frac{2l\omega}{c} \right) + im \frac{(1-r^2)e^{i2(l\omega+L\omega_m)/c}}{1-re^{i2(l\omega+L\omega_m)/c}} + im \frac{(1-r^2)e^{i2(l\omega-L\omega_m)/c}}{1-re^{i2(l\omega-L\omega_m)/c}} \right\} \quad (4.4)$$

となる。キャリアが持ってきた信号が RF サイドバンドを LO としてビートを取ることで線形信号を得る。一方 RF サイドバンドも信号を持って来る。RF サイドバンドの共振条件がキャリアに近い、すなわち RF サイドバンドが共振するような FP キャビティでは、エラーシグナルが打消しあって弱くなる (図 4.4)。

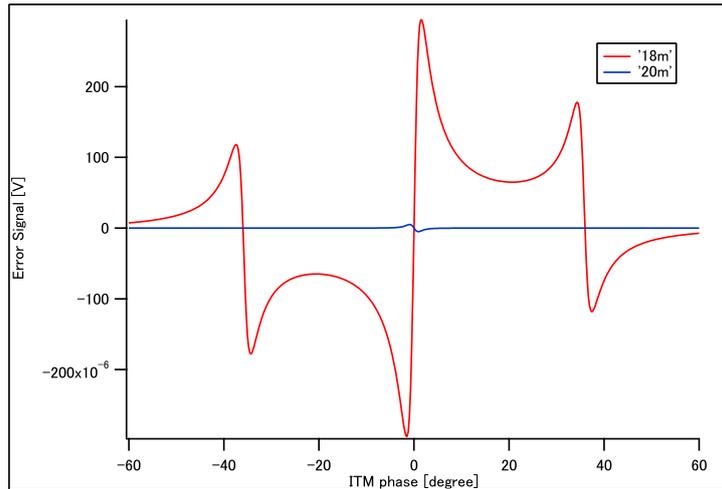


図 4.4 FP キャビティの PDH シグナル。RF サイドバンドの周波数は 15 MHz である。キャビティ長が RF サイドバンドの共振条件から外れている 18 m のときと、RF サイドバンドの共振条件の 20 m の共振器についてエラーシグナルを比べると、RF サイドバンドが共振しないときのほうがエラーシグナルは大きい。

#### 4.2.2 MICH シグナルの取得

MICH は MI の差動シグナルである。MI 型重力波望遠鏡では、重力波の信号が現れる自由度でもある\*3。前述の通り、MICH シグナルは AS ポートに出る信号である。キャビティのときと同じく、ダークフリンジに制御すると AS ポートのパワーは変位の 2 次によることは容易に想像できる。MICH シグナルを得るためにも RF サイドバンドを使う方法は有効である。しかし、MI をダークフリンジにしたとき、AS ポートにはキャリアも RF サイドバンドもやってこず、LO が不在になってしまう。LO となる RF サイドバンドを AS ポートまで届かせるためには、MI の両腕にマクロなアシンメトリーをつけるのがよい。マクロというのは、メインレーザーの波長のオーダー  $10^{-6}$  m ではなく、RF サイドバンドの波長のオーダー  $10^0 - 10^1$  m の長さのことである。そうすることで、MI がダークフリンジに制御されたとき、RF サイドバンドにとってはダークではないフリンジになり、AS ポートに RF サイドバンドが漏れてくる。ダークフリンジの MI の腕の長さの平均長  $L$ 、マクロな長さの差を  $d$  とする。キャリアは  $L \pm d/2$  をダークフリ

\*3 FPMI の場合は重力波信号は DARM に現れる。

ンジにすると仮定する。AS ポートの RF サイドバンドは、

$$\begin{aligned} E_{AS} &= \frac{imE_i}{2} \left( e^{i\omega_m t} e^{i\omega_m(2L+d)/c} + e^{-i\omega_m t} e^{-i\omega_m(2L+d)/c} - e^{i\omega_m t} e^{i\omega_m(2L-d)/c} - e^{-i\omega_m t} e^{-i\omega_m(2L-d)/c} \right) \\ &= mE_i \left( -e^{i\omega_m t} e^{i2\omega_m L/c} \sin(\omega_m d/c) + e^{-i\omega_m t} e^{-i2\omega_m L/c} \sin(\omega_m d/c) \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

特に、腕の平均長  $L$  をサイドバンドに対して  $e^{i2\omega_m L/c} = -i$  にしておけば、

$$E_{AS} = imE_i \sin(\omega_m d/c) (e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}) \equiv imE_i \sin(\alpha) (e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}) \quad (4.6)$$

とまるで MI の透過率が  $\sin \alpha$  であるかのように、RF サイドバンドを AS ポート透過させることができる。この  $\alpha \equiv \omega_m d/c$  を Schnupp アシンメトリー、または単にアシンメトリーという。アシンメトリーを決めることで、MI における RF サイドバンドの透過率を決めることができる。MICH を制御するにはアシンメトリーを  $\sin(\omega_m d/c) = 1$  となるように選ぶのが最適である。

### 4.2.3 SRMI のエラーシグナル取得

次に SRMI の場合を考えよう。MI と SRC の複合キャビティになるため、エラーシグナルの取得は工夫する必要がある。SRC は MI の腕の平均長と BS から SRM までの距離で定義されるので、MI の同相長を制御するのと同じである。したがって SRMI では MI の同相と差動を制御すればよい。同相シグナルはシンメトリックポート、またはリフレクションポート (REFL ポート) と呼ばれる、MI のレーザー入射側から取るのがよい (図 4.5)。

まずは SRMI の MICH 信号の取得を考える。MI をダークフリンジに制御するなら AS ポートにはキャリアが不在であるため、RF サイドバンドを LO にしたい。そのためには、RF サイドバンドが MI と SRM を透過してこなければならない。もっとも透過するのは、MI-SRM でできる複合キャビティが RF サイドバンドに対して、クリティカルカップリングのときである。クリティカルカップリングについては 1.2 節を参照のこと。クリティカルカップリングにするには、SRM の反射率と MI の反射率を同じくすればよい。すなわち  $\cos(\alpha) = r_s$  となるようにアシンメトリー  $\alpha$  を選ぶ。このとき、RF サイドバンドは MI と SRM を完全に透過し全てが AS ポートに辿りつく。

一方 SRMI の SRCL 信号は、MI で反射したキャリアが REFL ポートに、SRM と MI にあつた RF サイドバンドが、AS ポートと REFL ポートに持ってくる。今、ダークフリンジにしたため AS ポートにはキャリアが不在、MICH の取得のために RF サイドバンドをすべて AS に透過させたので REFL ポートには RF サイドバンドが不在である。したがって、SRCL は REFL ポートで RF サイドバンドが持ってきた信号をキャリアを LO に取得する方法に限られる。

SRMI で 2 自由度制御では信号取得ポートが 2 ポートあれば十分である。信号取得ポートが 2 つあれば復調位相を変えることで最大 4 つの独立な信号を取得できる。しかし例えば KAGRA のような 5 自由度制御になると、信号取得ポートは 2 つでは足りず、PRC-BS 間にピックオフのための BS を置いて信号を取得する、POBS ポートを用意しなくてはならない。また SRMI のときも信号取得を最適化するにはポート間で LO として同じ光を使っていなかった。例えば、RF サイドバンドは AS に全て流すため、REFL では LO として使えなかった。このため、ポートが 3 つ必要な KAGRA ではキャリアの他に 2 種類の RF サイドバンドを用いて信号を取得している。

### 4.2.4 実験室のデザイン

SRMI にどのように RF サイドバンドを行きわたらせるかを決めたが、実際の実験では他にもさまざまな拘束条件がある。また、実験器具が理想的でなかった場合の誤差などを考慮する必要もあり、こういった場合では解析計算よりシミュレーションが有利である。光学系の長さ制御デザインには、周波数軸シミュレーターの finesse や optickle が有用

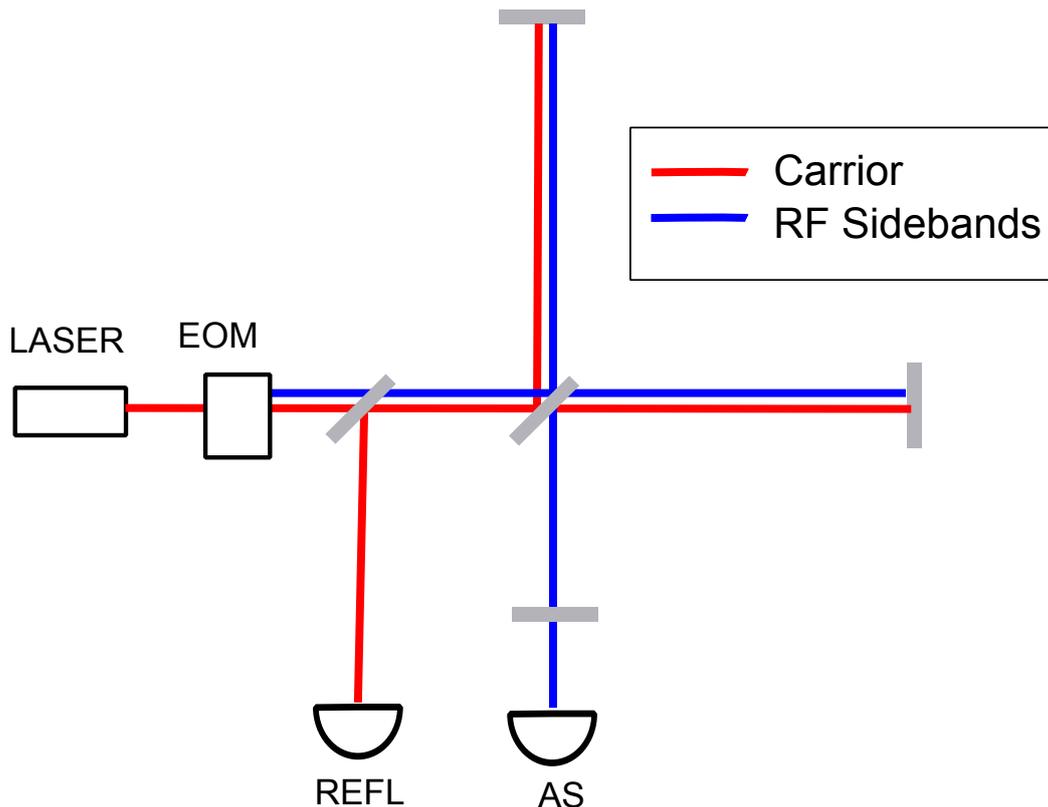


図4.5 SRMIの信号取得概念図。MICHはASポートから、REFLはMIの反射光をレーザー直前のREFLポートで取る。ASポートにはキャリアが存在しないため、RFサイドバンドがMIとSRMを透過してASまで届くようにする。

だ。finesseもoptickleも干渉計シミュレーターであり、仮想的な干渉計を組み立てどのように信号が取得できるかをシミュレートできる。finesseはコマンドプロンプトやターミナルで動くフリーウェアであり、後述するビームのモードの解析に強みを持つ。2014年に待望の輻射圧効果が導入された。optickleはmatlabの上で動く、matlabのパッケージである。matlabとの連携に強みがある。またfinesseより早く輻射圧効果を導入し、今でも輻射圧効果を計算したいユーザーが多く使っている。他の周波数軸シミュレーターにMISTがある。今回はfinesseを用いて、エラーシグナルを計算した。

私が実験室で実験を行うにあたり2つの拘束条件があった。

1. デスクトップで行う実験のため、干渉計の長さの上限は1m程度とする。
2. 高周波に対応できる回路が足りないため、RF周波数は数MHzから十数MHzまでとする。

この2つは相反する拘束条件である。なぜなら、RF周波数が低いとRFサイドバンドを共振させるために長い共振器が必要だからだ。例えばRF周波数が15MHzならRFサイドバンドの周波数は20mとなり、RFサイドバンドを共振させるには20mのキャビティ長が必要となる。

この2つの拘束条件を満たすには、RFサイドバンドの共振を諦めるしかない。逆にキャビティ長をできるだけ短くすることで、キャビティポールを高周波に持っていき、RFサイドバンドをできるだけ共振に近い条件にする。共振ではないので、最善策ではないが、RFサイドバンドはASポートまで到達し、MICHを取得できる(図4.6)。

問題はSRCLである。実験室で実現可能な長さでシミュレーションした結果が図4.7である。Iフェイズには共振点

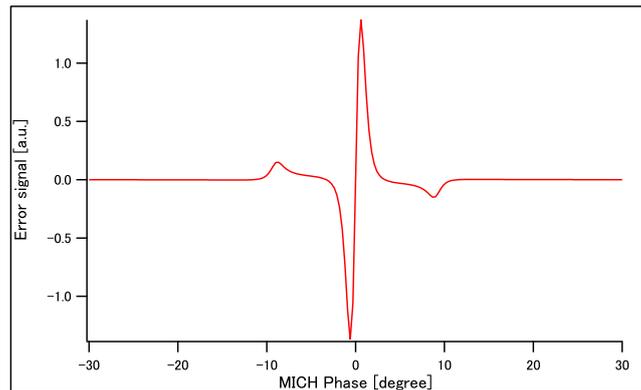


図 4.6 実験室で実現できる長さの SRMI での MICH シグナル。RF サイドバンドが共振しなくても、少しでも透過していれば、AS ポートで信号を取得できる。

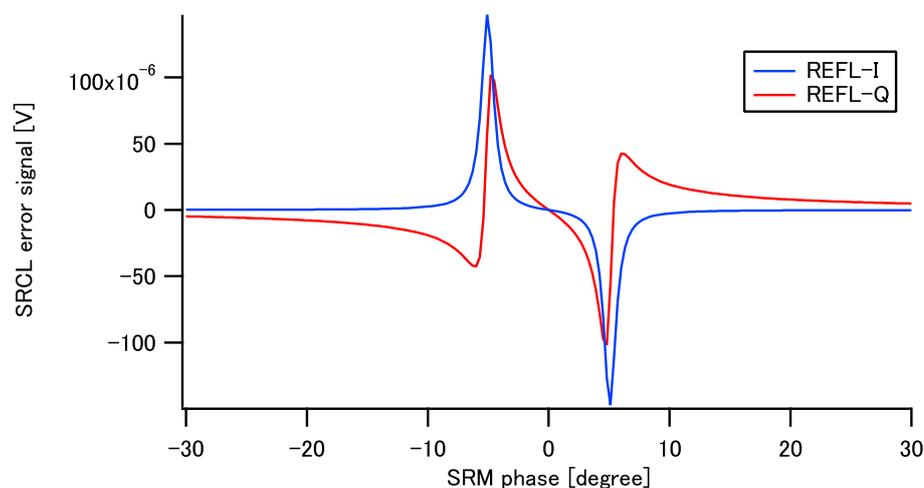


図 4.7 実験室で実現できる長さの SRMI での SRCL シグナル。I フェイズには共振点に線形信号がなく、Q フェイズには共振点にエラーシグナルがあるものの、RF サイドバンドの共振のほうがはるかに強いエラーシグナルを持ってくる。このためロックしようとするとき RF サイドバンドの共振に引き込む。

に線形信号がない。Q フェイズには共振点に線形信号があるものの、RF サイドバンドの共振である 6 度のほうが強いエラーシグナルを持つためそちらにロックする。RF サイドバンドの共振は鋭く、線形領域が狭いため、デチューンを選べる領域が狭い。光ばねの同定には、デチューンを変えながら測定する必要があり、このエラーシグナルは制御に不向きである。

SRCL は必ずデチューンするので共振点にエラーシグナルを持つ必要はない。そういった場合に有効なのが DC パワーをエラーシグナルにする方法である。シンプルな FP キャビティの例 (図 4.3(DC)) からわかるように、キャビティの共振条件で DC パワーは位置の 2 次に比例するように変化し、線形信号が得られないが、DC パワーが線形領域に到達するまでデチューンすれば DC パワーをエラーシグナルとして用いることができる。DC パワーはキャリアをそのまま使うので信号が大きいこと、キャビティ内パワーを制御するため、キャビティの動作点を直感的に決められることがメリットである。特に SRMI は SRCL の動作点がわかりにくいので、後者のメリットは大きい。理想的には SRC には RF サイドバンドだけがやってきていて、キャリアは現れないはずである。したがって、DC パワーで制御するには、RF サイドバンドの共振の線形領域を使うことになる (図 4.8, 0degree)。ここで MI の両腕に何らかの誤差があ

り、MI が完全にダークフリンジにならなかった場合、どれだけ SRC 内にキャリアが流れてくるのかを計算した (図 4.8, 0degree 以外)。MI が 0.1 度だけダークからずれるだけで、RF サイドバンドと同等の量のキャリアがやってくる。

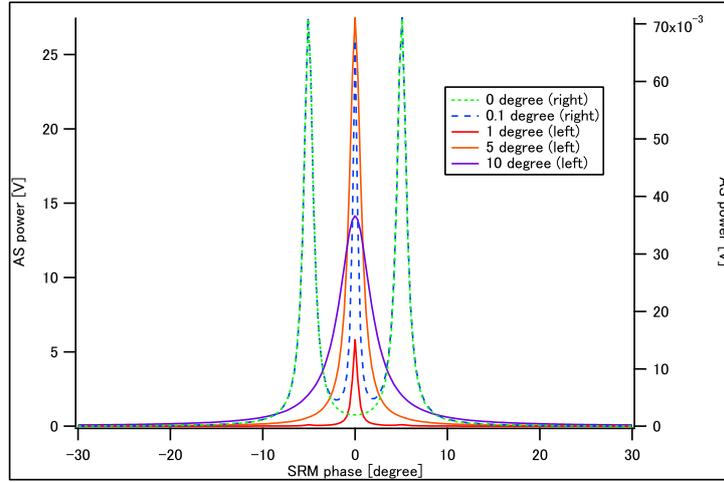


図 4.8 MICH がデチューンされたときの、AS ポートのパワー。プロットの違いは、MICH のデチューン位相の違いである。実線は左軸を点線は右軸をしようしている。理想的には、AS ポートには RF サイドバンドしか到達しないが、少しでもデチューンに誤差があると、SRC にキャリアが漏れてくる。

MI がどれだけ正確にダークになるかを表した指標にコントラストがある。コントラスト  $C$  は AS ポートでの PD の出力  $V_{\min}$ 、 $V_{\max}$  で次のように定義される。

$$C = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}} \simeq 1 - 2 \frac{V_{\min}}{V_{\max}} \quad (4.7)$$

コントラストが 1 であれば理想的な MI である。AS ポートで測定するのは、BS の反射率誤差がキャンセルするためである。片腕が  $\theta$  だけデチューンされた MI の AS ポートでの出力は

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)E_0 \simeq \frac{\theta^2}{4}E_0 \\ \therefore \frac{V_{\min}}{V_{\max}} &= \frac{\theta^4}{16} \end{aligned} \quad (4.8)$$

実験室で実現できるコントラストの目標は 99% から 99.9% であり、99.9% を仮定してそのときの  $\theta$  を計算すると、およそ 10 度となる。図 4.8 より 10 度ずれると SRC 内はキャリアが支配的になることがわかる。SRCL の制御においては、極性が同じピークが 2 つある RF サイドバンドの線形領域よりも、キャリアの線形領域を用いるほうが有利である。また 10° において、キャリアは RF サイドバンドよりはるかに大きな信号を提供する。以上より、MI に生まれた誤差により漏れてきたキャリアを利用して SRCL を制御することにする。

## 4.3 被制御系・主干涉計 (角度、空間モード)

### 4.3.1 角度制御

ミラーは長さ方向だけでなく、並進3自由度、回転3自由度全ての方向に動く。レーザーに対して横波方向の並進2自由度とロール回転の自由度は干涉計の状態を変えないが\*4、ピッチ回転の自由度、ヨー回転の自由度はビームの飛ぶ方向を変え、ミスアライメントを引き起こす。この2つの回転自由度を角度モード、ビームに沿って進む方向を長さモードと呼ぶことにする。干涉計はビームが干涉するよう、正しくアライメントされている必要があり、ミスアライメントが起きると、MIが干涉しなくなったり、キャビティの性能が落ちたりするため、角度モードも制御しなくてはならない。角度モードを制御するには、4つ割りPDを用いてミスアライメントを感知し、それをフィードバックする方法が有効である。4つ割りPDは、PDが4つ十字に連なったもので、上下、左右の信号をそれぞれ引き算して出力する。完全にアライメントがとれていれば出力は0で、例えば、左右にずれれば左右のPDに入ったパワーの差が出力され、それをフィードバックすればアライメントが制御できる。メインのレーザーではなく、別の光源を用いてミラーの角度を感知する光てこという方法もある。

しかし実験室での実験の場合、角度は長さ比べて制御の必要性が低い。そのことを示そう。外乱によって、ミラーが角度モードに運動したとする。長さと同じく地面雑音によって励起されるとすれば、その大きさは $10^{-6}$  mである。このとき、ミラーは1 cmのオーダー、光学系は1 mのオーダーであるから、ミラーの角度モードは光学系にとって $10^{-4}$  mのミスアライメントをもたらす。一方ビーム径のオーダーが $10^{-3}$  mであるから、ミスアライメントはビーム径より1桁小さいことになる。これは長さが波長のオーダー $10^{-6}$  mであることから考えれば、長さより制御する必要性は低いと言えるだろう。レーザーの波長は $10^{-6}$  mに対してビーム径のオーダーは $10^{-6}$  mであるから、制御する必要は長さ比べて低いといえる。今回は長さ制御を優先して角度制御は行わなかった。そのかわりサスペンションにパッシブに回転運動を抑える機構を搭載した。詳しくは後述の4.4を参照せよ。

### 4.3.2 空間モード

レーザービームは線ではなく形がある。レーザーの形を記述するには Gaussian ビームとしての近似が有用である(図4.9)。Gauss ビームの性質を特徴づける物理量は Reyleigh レンジ  $z_R$  である。Reyleigh レンジはビームウェストから曲率が最小になるまでの距離である。Gaussian ビームは Reyleigh レンジを決めれば一意に定まる。

Gaussian ビームは伝播するにしたがって広がっていく。したがってキャビティを組むには、何度往復してもビームが広がっていかないよう、キャビティを曲率のあるミラーで構成する必要がある。ミラーの曲率は、ビームの曲率と合うように選ばばよい。キャビティのモードと入射ビームのモードを合わせることで正しくキャビティが共振する。これをモードマッチングという。

モードマッチングは解析計算が可能であるが、モードマッチングの計算を容易にするのに jammt というソフトウェアがある。jammt は java で動くソフトウェアで、任意の位置でのビームの形状を計算したり、モードマッチングのために必要なレンズを提案してきたりする。

今回は以下の拘束条件のもと、モードマッチングのデザインを行った。

1. 長さ制御からの要求により、MIのアシンメトリーは47 cmにする。
2. 長さ制御からの要求により、SRC長はできるだけ短くする。

\*4 原理的には変えないが、現実にはサスペンションの設計により、角度モードとカップリングがあることは多々ある。横波の2自由度の対処を全くしなくていいわけではない。

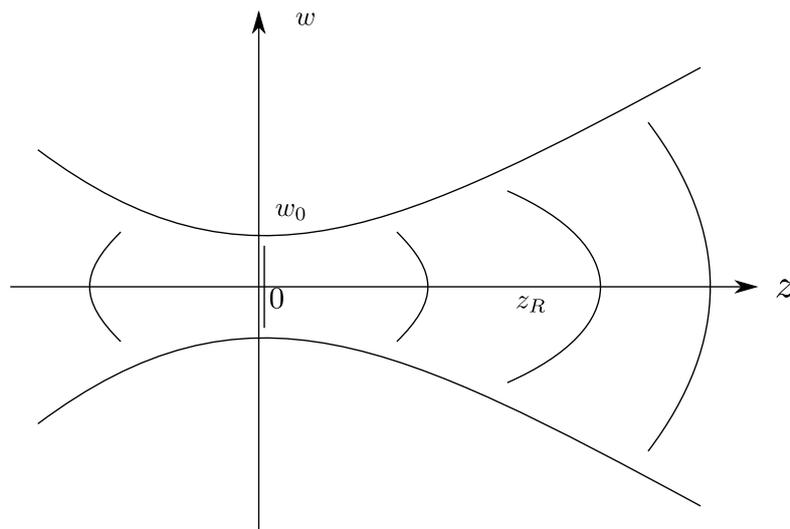


図 4.9 Gaussian ビームの図。Gaussian ビームは進行方向に対して軸対称で、横波方向にはパワーが Gauss 分布する。Gauss 分布の分散をビーム径と定義する。ビーム径は位置によって違い、ビームウェイトと呼ばれるもっともビーム径が細くなる位置に対して対称に伝播する。またビームの位相も常に均一ではなく、中心と周縁で位相の進み方が違う。同位相を結んだ等高線からビームの曲率が求まる。

3. どちらかの腕に必ず小さなミラーを入れる。小さなミラーには曲率はつけられない。
4. 小さなミラーの上でのビーム径はミラー半径より十分小さい。
5. 今後 OPO を設置することを考え、ビームウェイトは BS-SRM 間にする。ウェイトはできるだけ細いほうがよい。

条件 5 より、MI の両エンドミラーと SRM は必ず曲率が必要である。したがって、条件 3 の小さなミラーはエンドミラーとしてではなく、折り返しミラーとして腕に入れる必要がある。これを満たすトポロジーは図 4.10 である。他の可能性として、SRC を曲率のついたミラーで折り返すトポロジーがあるが、BS-SRM 間の距離が伸び SRC 長が長くなりやすいため棄却した。また、小さなミラーを折り返しに使うことで、輻射圧の効果が倍増する。

これを実現するミラーの曲率をデザインするには次のように決めるとよい。ビームの持つ曲率は Rayleigh レンジを境界として、次のように変わる。(1) ビームウェイト-Rayleigh レンジ間は、距離  $z$  に反比例して小さくなっていく。(2) Rayleigh レンジ以降は、ビーム曲率は距離  $z$  とほぼ同じ、球面波にみなせる。したがって、ミラーの曲率とビームの曲率をあわせるとき、Rayleigh レンジより近いものと遠いものの 2 つの解を持つ。できるだけ近づきたい ETMX と SRM は Rayleigh レンジより近い解を採用し、ETMY は Rayleigh レンジより遠い解を採用する。近い解のミラー曲率半径は Rayleigh レンジでのビーム曲率より大きければどんな値でもよい。半径が大きいほうが非点収差に強いので、ここでは 2m を採用した。ETMX と SRM を同じ曲率にすることで、対称性が生まれ設置が容易になる。遠い解はウェイトからの距離がミラーの曲率であるため、アシンメトリーで曲率が決定する。47 cm に一番近い既製品として 50 cm を採用した。BS-SRM 間にウェイトがあるため、アシンメトリーより少し長くなるはずであり、50 cm は適当な長さである。

### 4.3.3 角度の光ばね

輻射圧は長さを変える方向へミラーを押しただけではなく、回転運動も引き起こす。共振器において、ミラーが外乱で回転しミスアライメントが引き起こされたとき、輻射圧によってアライメントが復元するトポロジーがある。この復元

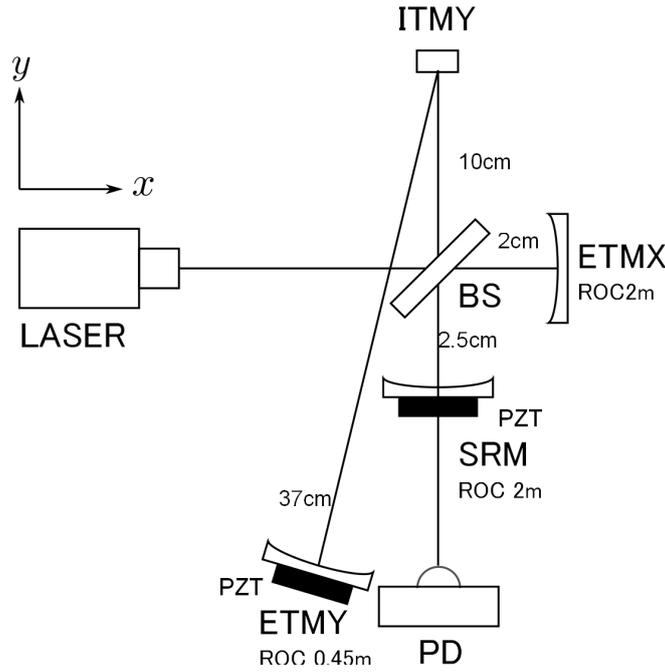


図 4.10 実験装置のトポロジー。両腕が大きな非対称性を持っている。小さなミラーを FPMI の慣習にならって ITMY、エンドミラーを ETMY と呼んで区別する。制御のために必要な PZT は ETMY と SRM につけた。

力を角度の光ばねと呼ぶ。共振器の構造で角度の光ばねを生むために一番重要なのは、曲率と長さの比とトポロジーである。

直感的には次のように説明できる。シンプルな FP キャビティにおいて、ETM が回転してミスアライメントが起きたとする。このとき ITM に反射して ETM に戻ってきたビームスポットはミスアライメントに応じて少し移動する。ITM の曲率  $R$  と共振器長  $L$  が  $L/R > 2$  であれば、ビームスポットはミスアライメントを復元する方向に移動し、輻射圧でミスアライメントを復元する。

角度の光ばねによって安定化するキャビティとして、両ミラーとも曲率のついた FP キャビティや、三角キャビティがある [9][10]。今回の実験系は SRM と ITMY、ETMX で構成されるキャビティは、小さなミラーが頂点である V 字キャビティである。V 字キャビティが安定化するかどうかは以下のように計算できる。計算は [10] を参考にした。計算には ABCD 行列の計算法を用いる。大きなミラーをミラー 1、ミラー 3、小さなミラーをミラー 2 と呼び、各ミラーで反射した直後の ABCD 行列の状態ベクトルを  $v_i$  と書く。ABCD 行列の状態ベクトルは 2 次元の実ベクトルであり、第 1 成分が光軸からのずれを、第 2 成分が光軸からの傾きを表す。今回、ミラー 2 では  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  の方向に反射したものと、 $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  の方向に反射したものの 2 つの状態があるため、前者を  $v_2$ 、後者を  $v_4$  と呼ぶ。ミラー 2 にミスアライメント  $a_2 = (0, \alpha_2)$  が生まれたとき、輻射圧がミラーのどの部分を押しかを計算したらよい。状態の伝達は ABCD 行列を用いる。今回用いるのは並進の行列  $D(L)$  とミラーの反射の  $M(R)$  であり、それぞれ、

$$D(L) = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

$$M(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

で定義される。ミラー 2 には曲率がないので反射は単位行列になる。これを用いて次の連立方程式を解く。

$$\mathbf{v}_2 = D(L_1)\mathbf{v}_2 + \mathbf{a}_2 \quad (4.11)$$

$$\mathbf{v}_3 = M(R_3)D(L_2)\mathbf{v}_2 \quad (4.12)$$

$$\mathbf{v}_4 = D(L_3)\mathbf{v}_3 + p\mathbf{a}_2 \quad (4.13)$$

$$\mathbf{v}_1 = M(R_3)D(L_1)\mathbf{v}_4 \quad (4.14)$$

$p$  はパリティを表し、ピッチ方向を考えると  $1$ 、ヨー方向には  $-1$  とする。この結果、ミラー 2 にミスアライメントが生まれると、ミラー 2 に働く輻射圧は  $\mathbf{v}_2$  の第 1 成分と  $\mathbf{v}_2$  の第 1 成分を  $v_{21}$  と  $v_{41}$  とすれば  $v_{21} + pv_{41}$  の位置にトルクを及ぼす。

$$v_{21} + pv_{41} = \begin{cases} \frac{4(1 - L_1/R_1)(1 - L_3/R_3)}{1 - (L_1 + L_3)/(R_1 + R_3)} \alpha_2 = \frac{4g_1g_3}{1 - g_{13}} & (\text{ピッチ}) \\ -\frac{4L_1L_3}{L_1 + L_3} \alpha_2 & (\text{ヨー}) \end{cases} \quad (4.15)$$

ピッチは  $g$  ファクターを用いて書き直した。キャビティでモードマッチングするための条件から  $g$  ファクターはいずれも正である。輻射圧が光ばねとして働くのは、ミスアライメントを復元する方向のトルクを生むときであり、 $v_{21} + pv_{41} < 0$  である。したがってピッチは不安定化し、ヨーが安定化することがわかる。ヨーについては光ばねのフィードバックが期待できるが、ピッチは不安定になるため、機械復元力を強くする必要がある。

#### 4.4 被制御系・防振系

重力波望遠鏡にとって、3 大雑音の 1 つである地面雑音は、実験室での光学実験でも大きな問題となる。特にオプトメカニカルな効果を見るには、調和振動子とみなせるようミラーを懸架する必要があり、今回の実験のように 1-10 Hz の低周波帯域に共振を持つふりこは、地面雑音に強く影響を受ける。この節では地面雑音の影響から切り離すための防振系について説明する。ほとんどの防振系は調和振動子のモデルで説明できる。質量  $m$ 、共振周波数  $\omega_0$ 、摩擦係数  $m\Gamma$  の運動方程式は

$$m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x - m\Gamma\dot{x} + F \quad (4.16)$$

周波数領域で考えれば力から変位への伝達関数

$$\tilde{x} = \frac{1}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - i\Gamma\omega - \omega^2} \tilde{F} \quad (4.17)$$

を得る。力  $F$  が加わったときの、 $x$  の運動を周波数ごとに異なる。(1) 共振周波数より低周波では、振動子は固い。運動は  $1/\omega_0^2$  で抑制される。(2) 共振周波数より高周波では、力をかけても振動しなくなる。運動は  $1/\omega^2$  で抑制される。(3) 共振周波数では、振動子は激しく振動し、その振動は  $\Gamma$  が小さいほど激しい。 $\Gamma$  が大きければ、広帯域で共振する。 $\omega_0/\Gamma$  を  $Q$  値という。地面雑音が力の起源で、ミラーの変位に影響を与えるようなモデルを考える。ミラーの振動を抑えるには、2 つの戦略がある。すなわち、測定帯域より高い共振周波数の調和振動子を用いて  $1/\omega_0^2$  で振動を抑制するか、測定帯域より低い共振周波数の調和振動子を用いて  $1/\omega^2$  で振動を抑制するかである。例えばミラーを金属でできたミラーマウントやミラースタンドで固定するのは前者、ふりこでミラーを吊るのが後者にあたる。前者は容易であるものの固さには限界があるため、抑制能力の上限がある。後者はふりこの設計や制御が難しいが、多段ふりこにしていけば前者より高い抑制能力が期待できる。今回の実験は、オプトメカニカルな効果を見るには低い機械復元力が要求されるので、後者を採用する。小さなミラーを吊るふりこだけでは地面雑音を抑えられなかったため、小さなミラーを吊ったふりこごとさらに大きなふりこに乗せた。小さなミラー以外のミラーは簡単のため全て前者の方法を採用する。小さなミラー周りの防振系の全体像は図 4.11 のようになる。

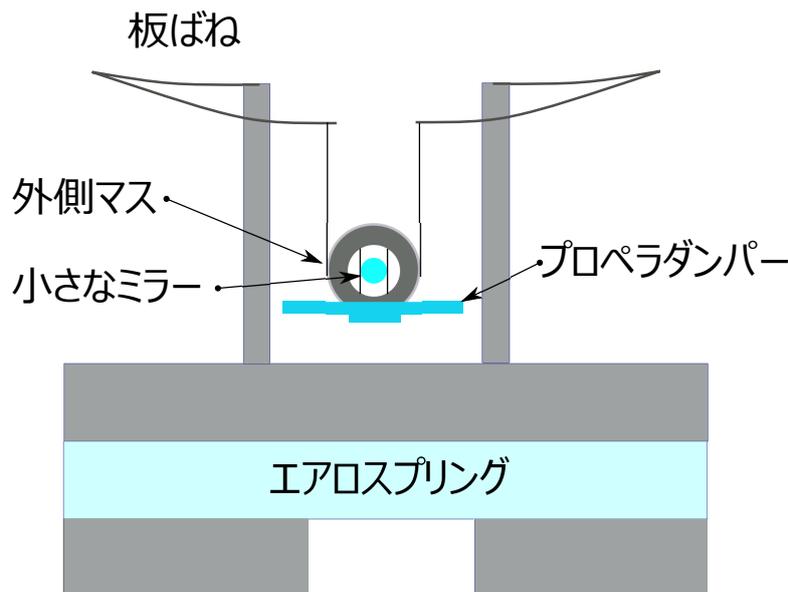


図 4.11 防振系の全体像。光学台はエアロスプリングで浮かされて防振されている。光学台からポストを立て、縦防振用の板ばねを張る。板ばねからは外側マスのおおきなふりこを吊り、その中に輻射圧を受ける小さなミラーを吊ることで防振している。ダンピングにはミラー下につけたプロペラダンパーを用いる。

#### 4.4.1 小さなミラーのふりこ

小さなミラーのふりこの目的は、防振というよりも、オプトメカニカルな効果にある。したがって、その共振周波数は光ばねの要請で決まる。

小さなミラーのふりこをデザインするにあたり考慮すべきことは次の通りである。

1. 長さモードの共振周波数はできるだけ低いほうがよい。上限は 20 Hz 程度。
2. 角度モードの共振周波数はできるだけ高いほうがよい。下限は長さモードの周波数。
3. ピッチ方向のアライメントが取れる形である必要がある。
4. ダンピングをつける必要がある。共振線幅は光ばねの共振周波数シフトより小さくする。

アライメントが取れること、ピッチモードの共振周波数を上げることを目的として、図 4.12 のような形のふりこを考案した。

このふりこには次のようなメリットとデメリットがある。

一番のメリットは、ピッチのモードが固く、アライメントがとれるところにある。小さなミラーは折り返しミラーに用いるので、ヨーのモードのアライメントが取れなくても、ETMY の位置を変えることで調整が可能である。しかしピッチに大きく傾いていると、ETMY の高さを変えなくてはならないのだが、位置に比べて高さの可動域は非常に狭く、ETMY で調整ができないことが考えられる。また、地面雑音は特に縦揺れが激しく、ピッチモードにカップルしやすいため、ピッチに傾いたビームラインは地面雑音に弱い。ミラーとワイヤーの接着精度も高くはないため、ピッチのアライメントが取れるのは非常に重要である。両端を固定したため、共振周波数は、張力と金属の弾性によって決まる。張力を調整することで共振周波数を自由に変えることができるのは、例えば地面雑音の影響や光ばねの周波数の設計に万一の不備があったときに有効である。また、今後の利便性を考え、ホルダーはミラーマウントにはいる大きさの

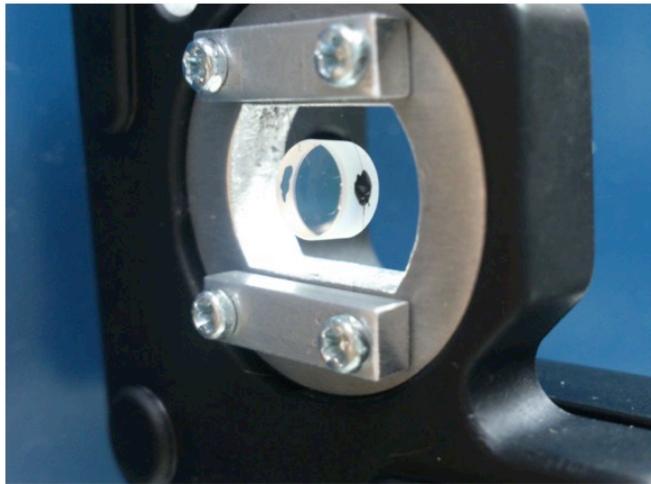


図 4.12 小さなミラーのふりこワイヤーの両端が止めてあることにより、ピッチモードの共振周波数が高く、ピッチモードのアライメントが取れる。ヨーモードと長さモードはほぼ同等の共振周波数になるはずである。それらの共振周波数は張力で調整する。

直径 1 インチにした。

デメリットは、長さのモードとヨーのモードで共振周波数がほとんど変わらない点である。ただし、角度の光ばねによってヨーは安定化するので、大きな問題にはならない。最大のデメリットは、両ワイヤーの張力に非対称性があると、長さモードとヨーモードが大きくカップルする点にある。張力の非対称性には注意して工作する必要がある。

ワイヤーの細さは、金属弾性が周波数に現れないことを条件に決定した。詳しい計算は付録 C にある。

#### 4.4.2 大きなふりこ

小さなミラーのふりこを防振するため、ホルダーごと大きなふりこで吊る。大きなふりこは、長さ、角度とも共振周波数は小さなミラーのふりこより低く、長さ、角度だけでなく並進 3 自由度、回転 3 自由度にダンピングを持つことが求められる。したがって図 4.13 のようなホルダー型の外側マスを設計した。この形はグラスゴー大学の 10m プロトタイプで用いられているブレッドボードサスペンションを参考にした。背面に磁石を取り付けるための穴があり、長さ、角度の 3 モードに磁石とコイルを用いての駆動が可能である。今回は角度制御をする予定はないため使わなかった。

長さモードの周波数は次の式で求まる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.18)$$

ワイヤーの長さを 20 cm とればおよそ 1.1 Hz となり、直径 50  $\mu\text{m}$  のタングステンワイヤーを用いると、金属弾性による周波数は 0.8 Hz であり、合わせても十分低いと結論できる。

ダンピングには渦電流ダンピングを用いた。渦電流ダンピングとは、磁石が磁性体面に起こした誘導電流が電気抵抗によって熱として損失されることを用い、運動エネルギーを熱に変える摩擦抵抗として用いるダンピング方法である。渦電流で失われるジュール熱  $P$  は、

$$P \propto \frac{t^2 B^2}{\rho} \quad (4.19)$$

に比例する。 $t$  は磁性体の厚さ、 $B$  は磁石の磁束密度、 $\rho$  は磁性体の抵抗率である。したがって、強い磁石を用いるのがよいが、強い磁石はワイヤーや、小さなミラーにとりつけた磁石と干渉するため、外側マスから離す必要がある。外側マスから距離を離すため、またトルクで得するよう図 4.15 のプロペラダンパーを作成した。プロペラダンパーは十

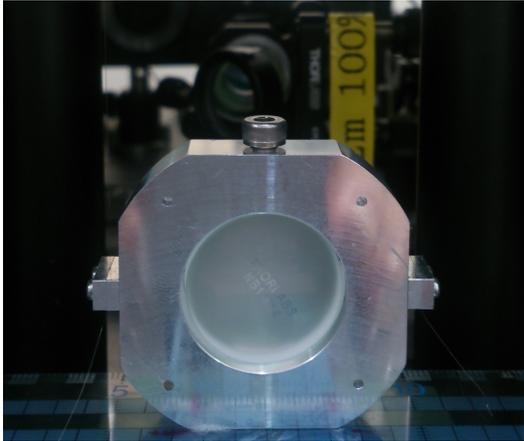


図 4.13 大きなふりこの外側マス。中に小さなミラーのミラーホルダーが入る。また通常の1インチミラーも格納可能で、小さなミラーを使わずにふりこのテストができる。

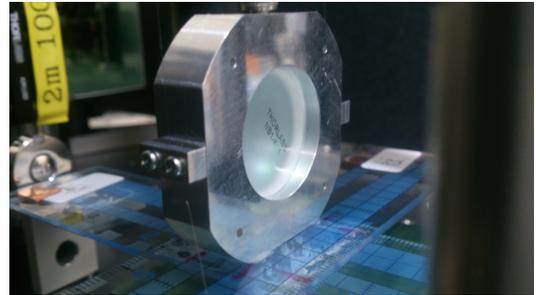


図 4.14 外側マスを横から見た図。ワイヤーはイヤークランプで固定してある。

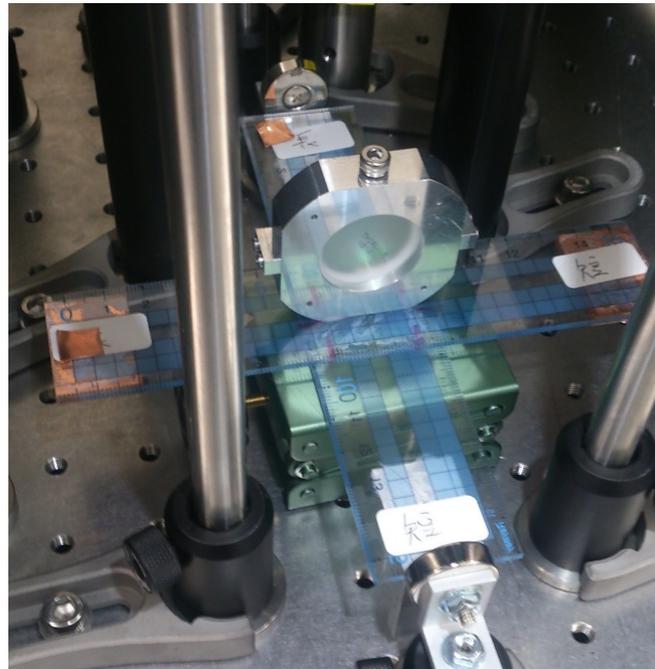


図 4.15 プロベラダンパー。プラスチック板を十字に組み合わせ、端点に金属が接着してある。またミラーにしたから接着している。

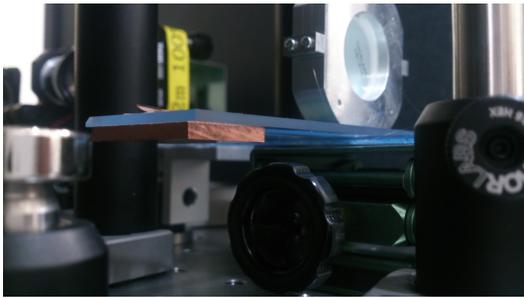


図 4.16 左右につけられた銅板。厚さ 1 mm であり、接着剤でつけられている。

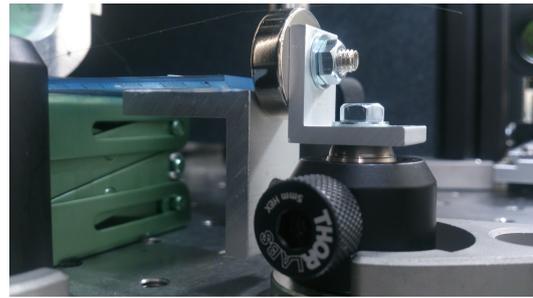


図 4.17 前後につけられたアルミブラケットとマグネット。ピッチを抑えるために直角に曲がったものを使った。厚さ 3 mm である。マグネットは皿ネジで固定できるタイプのものを使った。皿ネジでポストホルダーに固定されている。左右のものも同じマグネットである。

磁性体	銅	アルミ	チタン
抵抗率 [ $\Omega \cdot m$ ]	$1.68 \times 10^{-8}$	$2.65 \times 10^{-8}$	$4.27 \times 10^{-7}$

表 4.1 磁性体の電気抵抗率

字のプラスチック板に金属板を接着したものであり、長さや角度のモード、縦横の並進モードをダンピングしている。金属板の厚みはアルミが 5 mm、銅が 3 mm あり、強力なネオジム磁石を可能な限り近づけることで強いダンピングを実現する。板の方向が前後と左右で異なっているのは、ダンピングが最も強く働くのが、磁束密度が金属面を掃くような方向への運動だからである (図 4.18)。また連結した金属板でダンピングすると、渦電流が打消しあってダンピング

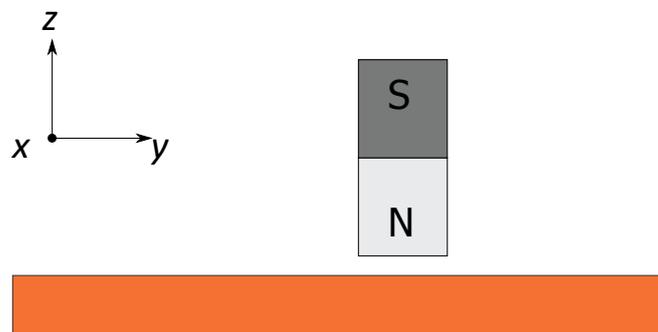


図 4.18 ダンピングの働く方向。磁石を図の  $x$ - $y$  平面で動かした場合に強くダンピングが働き、 $z$  方向に動かしてもダンピングの効果は弱い。また  $z$  軸回転もダンピング効果が弱い。

しないモードがあるため、金属板は非磁性のプラスチック板に接着した。金属板にはアルミと銅を用いた。式 (4.19) より抵抗率の低いものがダンピングに適している。よく用いられる磁性体の抵抗率は次の表 4.1 の通りである。銅、アルミ、チタンの順に適しており、平板には銅板を、直角板には既成品のアルミアングルを用いた。

### 4.4.3 縦防振

地面雑音は横振動より縦振動のほうが大きい。縦並進は干渉計に影響を与えないが、少しでも光学系や防振系の縦横カップリングがあれば、長さや角度のモードに現れるため、ミラーの縦防振は必要である。

一般的に縦防振にはスタックと板ばねがよく用いられる。スタックは金属柱とゴム柱を交互に重ねてできたバネで

材質	ヤング率	長さ	幅	厚さ	理論共振周波数
アルミ	$70 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$	25 cm	7.5 cm	1 mm	4.1 Hz

表 4.2 板ばねのデザイン

あり、ベローズとよばれる金属じゃばらで覆われている。防振系の一番の基礎となる部分であり、KAGRA の真空槽の中に設置され、光学定盤を支える。脱ガスの少ないゴムを用い、さらに脱ガスを抑えるためにベローズで覆う。さらに高性能な縦防振を実現するには GAS フィルターと呼ばれる、重力の効果を用いて低い共振周波数を実現したものが有効である。

いずれにせよ縦防振にはばねを用いるが、縦防振のばねはその自然長からの縮みで共振周波数がわかる。質量  $m$  の物体が、復元力  $m\omega^2 x$  のばねに吊られているとき、安定点では力のつりあいより、

$$mg = m\omega^2 x, \\ \therefore x = \frac{g}{\omega^2} \quad (4.20)$$

が得られる。これより、2 Hz の共振を持つばねをデザインするのなら、それは安定点でおよそ 6 cm 伸びるばねである必要がある。これはゴムのように潰れるような形のものでは、到底達成できない。

このように大きく変形する必要がある場合、板ばねが適している。金属を片持ち梁のように一方を固定し、他方に質量を吊ると、大きく変形しバネになる。板ばねの共振周波数についての具体的な計算は付録 C に載せた。実験台のスペースからの要請、懸架する質量からの要請により、板ばねは表 4.2 のように設計した。デザインは 4 年生の熱田将氏と行き、プロトタイプを作製を熱田氏と、改良版の作成を M1 の矢野和城氏と行った (図 4.19)。板ばねは折り返すことで省スペース化される。共振周波数は目視で 1 分間往復回数を数えて、1.5 Hz 程度であった。理論デザインでは 4.1 Hz であり、それより柔らかい。理論デザインは折り返しを考慮していないため、その誤差と考えられる。

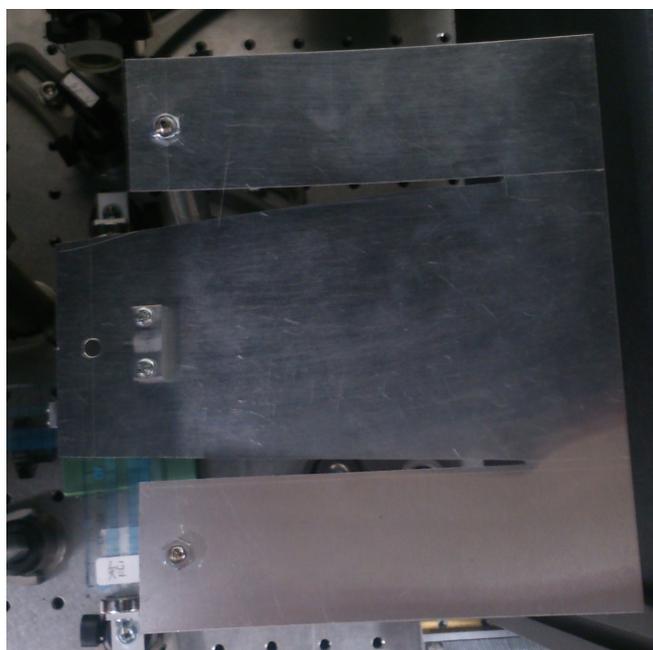


図 4.19 デザインした板ばね。省スペース化のために途中で折り返した。ばねは台形にすることで少し共振周波数が下がる。

## 4.5 制御系・アナログ回路

フィードバック制御を行うためには、ノイズを抑えられるよう、また制御の安定条件を満たすようゲインを周波数によって適切に合わせてやる必要がある。そのために電気回路は有用である。電気回路は光学系や機械系に比べ、設計通りに働き正確な周波数応答を返す。また回路を複雑にしていけば、被制御系に合わせて柔軟に伝達関数を変えられる。本実験では、アナログ回路を用いて制御を行った。

回路のデザインは実験前に決めるものというよりは、被制御系の特性にあわせて実験しながら決めていくほうがよい。順番が前後するが、実験結果を引用しながら、最終的に用いた電気回路のデザインについてこの節で述べる。最終的なフィードバックループは図 4.20 と図 4.21 である。

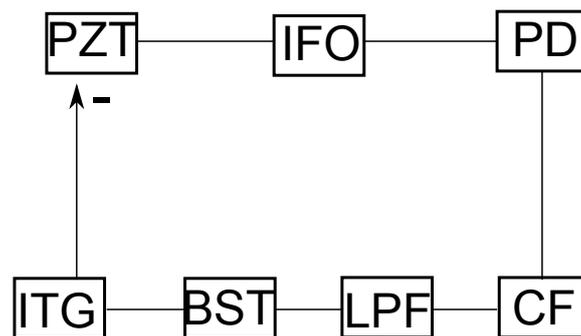


図 4.20 MICH のフィードバックループ。周波数特性は以下のとおり。(1)PZT(PZT): 210 Hz にピークまたはノッチを持ち、それより高周波でローパス特性がある。(2) 干渉計 (IFO): 光ばねの効果以外は測定帯域ではフラットな応答を示す。ゲインは SRC のチューニングで決まる。(3)PD(PD): 測定帯域でフラット。(4) 位相補償器 (CF): PZT の位相回りを補償するための 1 ゼロ 2 ポールのバンドパスフィルター。100 Hz にゼロを、10 kHz に 2 ポールを持つ。(5) ローパスフィルター (LPF): ポールを 100 kHz に持ち、RF のノイズをカットする。またゲインを制御に合わせて調整する。(6) ブースター (BST): 低周波のゲインをあげるための 1 ポール 1 ゼロのフィルター。2 段用いている。(7) インテグレーター (ITG): 低周波のドリフトを止めるためのポールが 0 Hz のローパスフィルター。スイッチを切り替えるとポールが 100 Hz のローパスフィルターになる。

### 4.5.1 ローパスフィルター

制御に PZT を使っていること、また RF サイドバンドを用いていることから、制御系にはローパスフィルターが必須である。数 kHz にある PZT の共振でループゲインを落とさなくてはならないし、PDH 信号は復調したあと RF の周波数をフィルターしなければならないからである。

ローパスフィルターの特性は、ゲインとローパスの周波数だけで決まる。非制御系を初めて制御するときは、制御に必要なゲインや制御の安定性を決める Unity Gain Frequency(UGF) がわからないため、可変ゲイン、可変ポールなのが都合がよい。また、オフセット電圧を加えて制御点をずらす必要があるため、加算器を持っているほうがよく、符号の反転もできると便利である。こういった要求をすべて満たすのが Stanford research 社の SR560 である。SR560 はローパスのポールだけでなく、ハイパスのゼロも自由に選べる。唯一の問題はダイナミックレンジが 12 V と比較的狭いことである。ダイナミックレンジが足りなくならないように、他の回路と組み合わせて使う。

ローパスフィルターにはこの SR560 と後述のインテグレーターを用いた。

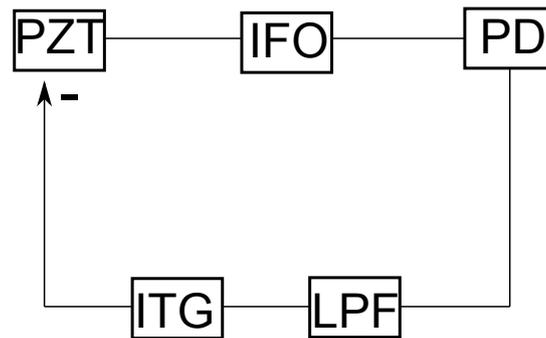


図 4.21 SRCL のフィードバックループ。周波数特性は以下のとおり。(1)PZT(PZT): 400 Hz にピークまたはノッチを持ち、それより高周波でローパス特性がある。(2) 干渉計 (IFO): 測定帯域ではフラットな応答を示す。ただしゲインは MICH のアライメントやチューニングで決まる。(3)PD(PD): 測定帯域でフラット。(4) ローパスフィルター (LPF): ポールを 100 Hz に持ち PZT のピークでゲインを落とす。またゲインを制御に合わせて調整する。(5) インテグレーター (ITG): 低周波のドリフトを止めるためのポールが 0 Hz のローパスフィルター。スイッチを切り替えるとポールが 10 Hz のローパスフィルターになる。

#### 4.5.2 インテグレーター

SR560 の持つ最小のポールは 0.3 Hz であるが、それでも制御系に 0.03 Hz よりさらにゆっくりとした周波数のドリフトが見られることがある。本実験系でも MICH の制御がドリフトしていた。ドリフトオフセット電圧源が原因でないことは確認できたが、特定には至らなかった。ドリフトを制御するには、低周波でさらに高いゲインを持つべき。低周波で無限大のゲインを実現するのがインテグレーターである。インテグレーターはローパスフィルターにスイッチをつけた回路であり、そのスイッチでローパスのポールを決める抵抗を断線する。抵抗が切り離されると、ローパスのポールは理想的には 0 Hz になり、低周波で無限大のゲインを得る。

インテグレーターは制作した (図 4.22)。インテグレーターをテストするにはフィードバックループを組む必要があり、テストは光学系とともにしか行えない。光学系の安定性の問題もあるため、超低周波での測定は難しく、インテグレーターが正しく動作しているかは伝達関数としてはテストできない。ただし、発信器からオフセット電圧、つまり 0 Hz の信号 1 mV を加えたとき、それがオペアンプの駆動電圧の 15 V まで増幅されることを確認した。つまり 0 Hz でゲインが  $1.5 \times 10^4$  あることは保障できる。実際に、インテグレーターを用いて制御すると MICH ループのドリフトが止まることから、インテグレーターは正常に機能しているとわかる。

#### 4.5.3 ブースター

被制御系の制御を乱すのは低周波の地面雑音の主である。大きなふりこは共振周波数およそ 1 Hz で常に 2 フリッジ程度振れ続けているから、地面雑音を制御するには 1 Hz でループゲインは 70 dB 以上が要求される。一方、1 次のローパスフィルターは周波数  $f$  が上がるにしたがって  $f^{-1}$  でゲインが落ちる。つまり低周波のゲインを上げるためには UGF を高周波に持ってくる必要がある。しかし、後述する PZT の動作が落ちる問題より高周波に UGF を持ってくると位相余裕がたりなかった、そのため、UGF はそのままに低周波のゲインだけあげる装置が必要であった。

低周波のゲインだけあげる装置にブースターがある。ブースターは 1 ポール 1 ゼロのフィルターであり、これをローパスフィルターとともに使うことで、 $f^{-1} \rightarrow f^{-2} \rightarrow f^{-1}$  のような周波数特性になる。これを用いて UGF を変えることなく低周波で高いゲインを獲得する。

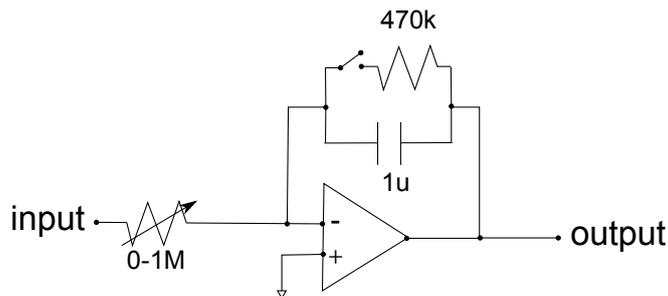
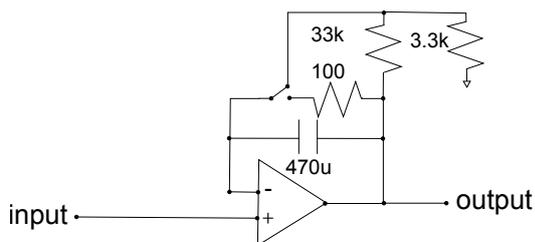
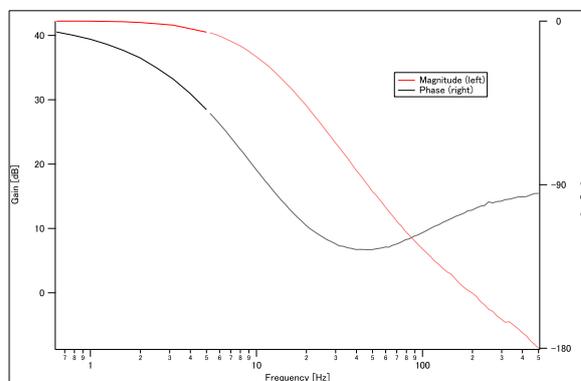


図 4.22 インテグレーターの回路図。スイッチを入れ替えることでローパスフィスターになる。ローパスフィルターとしてロックを引き込んでから、スイッチを入れてインテグレーターにするとロックアクイジションが容易になる。回路のパラメーターは SRCL 用のインテグレーターのもの。

ブースターのデザインは LIGO のものを引用し Chris Mueller 氏とともに自作した (図 4.23)。1 つのブースターでは低周波のゲインが足りなかったため、ブースターを 2 つ用いてさらに低周波を強化した。



(i) ブースターの回路図



(ii) ブースターの実測ボード線図

図 4.23 ブースターの回路図。スイッチを入れ替えると、フラットな伝達関数、スイッチを入れるとワンポールワンゼロの伝達関数になる。測定結果は 2 つのブースターとローパスフィルターを合わせて行った。ブースターのポールが 10 Hz 付近、ブースターのゼロが 100 Hz 付近、ローパスフィルターのポールが 100 Hz 付近にある。

#### 4.5.4 PZT

電気回路は制御帯域では理想的に振る舞うが、機械的なものはそうはいかない。制御ループで一番応答が理想的でないのは PZT である。PZT は印可した電圧に比例して伸び縮みする素子であり、ミラーの裏に張り付けることでミラーを動かし位置制御を行う。しかしミラーは数 kHz といわれる共振周波数より低周波に応答が落ち始める共振周波数を持っている。測定によると、MICH ループに用いた ETMX の PZT は 210 Hz 付近に、SRCL ループに用いた SRM の PZT は 430 Hz 付近にそれぞれ共振を持っていた。その周波数でゲインが急激にあがり位相が回るため制御ループが発振する。またその周波数付近から PZT の応答が悪くなり位相が回ってくる。したがって、PZT 共振より高周波で UGF を持つような制御デザインは不安定になりやすい。したがって、SRCL ループでは、UGF を共振周波数の 430 Hz より低く設定し、UGF 以降では  $f^{-2}$  でゲインを落とすことで制御を安定化している。MICH ループには後述の位相補償器を用いた。

### 4.5.5 位相補償器

MICH ループは SRCL ループに比べて、低周波のゲインが必要なにも関わらず PZT の共振が 210 Hz にあるため、制御安定化のためには 210 Hz ではループゲインを 1 以下に落とさなくてはならなかった。逆に 210 Hz を制御帯域に入れてしまえば PZT 共振周波数での発振は起こらなくなるが、高周波にいくなると PZT の応答が悪くなり UGF で位相余裕が足りずに発振する。

このトレードオフを解消するには PZT 共振より高周波で PZT の位相遅れを電気回路で補ってやればよい。MI ループの伝達関数測定したところによると、100 Hz 付近から位相が回りはじめ、500 Hz では 30 度まで回っている (図 4.24)。これを補うよう 1 ゼロ 2 ポールの位相補償フィルターを作成した (図 4.25)。これにより 1 kHz で位相を 70 度すことができる。10 kHz より高周波で  $f^{-1}$  で落ちているのは、1 ゼロ 1 ポールでは位相を戻しすぎてしまうことを懸念したためである。これにより、UGF を 1 kHz 付近に持ってくるようになる。

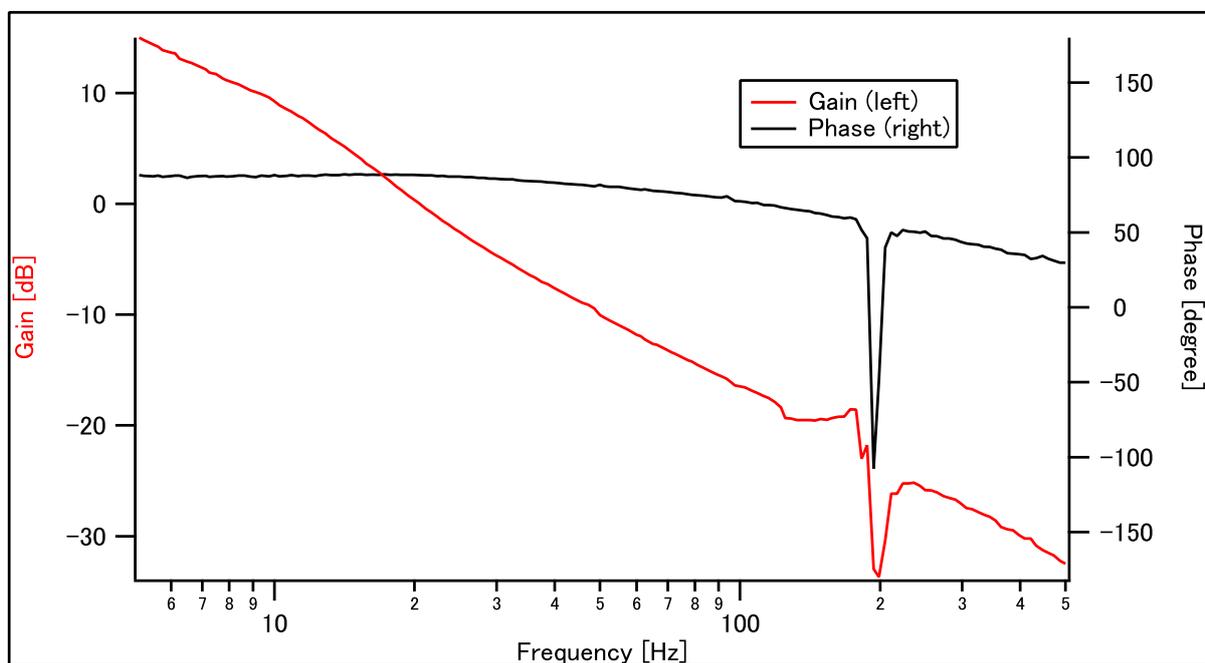
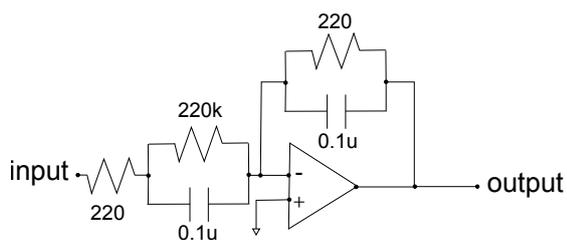


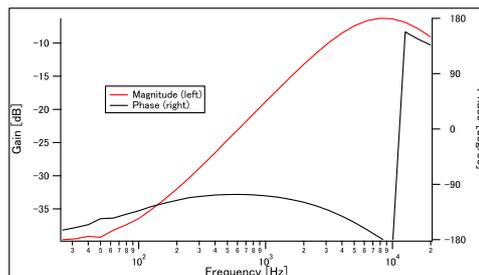
図 4.24 固定鏡における MI のループゲイン。光学ゲインはフラット、サーボゲインはインテグレーターによる 1 次のローパスフィルターがかかっている。光学ゲイン、サーボゲインは PZT の応答に比べて理想的であるから、応答の悪化は全て PZT のせいだと思ってよい。低周波では 90 度だった位相が PZT の応答の悪化が原因で 500 Hz では 30 度まで回っている。210 Hz は発振するため測定ができなかった。

## 4.6 制御系・実験施設

実験室の中には様々な機器があり、その多くが給電を必要とするものである。給電された装置は、それぞれに電気ノイズを発生し、それが干渉計の制御を乱す。また機器の稼働音も干渉計の制御を乱す雑音源になりうる。



(i) 位相補償器の回路図



(ii) 位相補償器の実測ボード線図

図 4.25 位相補償器のデザイン。高周波で位相を戻してやるため、高周波でゲインを持つバンドパスフィルターになっている。

装置	接続状況
SR560	BNC 同士はつながっている。コンセントはつながっていない。
FFT アナライザ	BNC 全てとコンセントがつながっている。
4ch オシロスコープ	BNC 全てとコンセントがつながっている。
2ch オシロスコープ	BNC 全てとコンセントがつながっている。
電源ボックス	GND 線同士はつながっていない、コンセントともつながっていない。
斎藤那菜氏自作加算器	lemo 全てとコンセントがつながっている。
Stefan Goßlar 氏のくれたラック	out の lemo2 口とコンセントがつながっている。in の lemo はつながっていない。
麻生洋一氏自作の PD	電源の GND 線と外箱と lemo が全部つながっている。
2ch 発振器	BNC 同士はつながっているがコンセントはつながっていない。
3chPZT ドライバー	全ての BNC とコンセントがつながっている。
1chPZT ドライバー	BNC 同士はつながっているがコンセントとはつながっていない。
Sony の発振器	BNC 同士はつながっている。コンセントはつながっていない。
温調装置	2 穴コンセントで GND がない。

表 4.3 グランドの測定。測定はテスターを用いて行った。

### 4.6.1 電気雑音源

給電を要求する装置はそれぞれがノイズを出す。また実験室の電気タップから供給される電源にも 50 Hz で電源のノイズが現れる。電源ノイズを最小化するには、供給電源の改良や信号の伝送方法の見直しがある。特にグラウンドループと呼ばれる、グラウンドを介して装置の雑音測定される問題の解決が必要である。

グラウンドループを解決するためには、大容量のグラウンドを設置する、電源にフィルターを付ける以外に、電源の配線の仕方で改善する。グラウンドループ解消には、できるだけ小さなループを幹から枝状に増やしていくのがよい。またどのグラウンドがケーブルとつながっているかを調べることも重要である。実験室にあった装置のグラウンドがどのようにつながっているかが以下の表である。この結果を用いて、グラウンドループが最小になるように電源配線を変更した。劇的な改善は見られなかったものの、明らかに大きな電源ノイズを持つ装置を特定することができた。

#### 4.6.2 音響雑音源

空気のゆらぎによってミラーが揺らされたり、光路長が変わったりするノイズを音響雑音源という。実験機器の多くは冷却のために常にファンが回っているし、クリーンブースを清潔に保つためにヘパフィルターが稼働していて、その周波数でノイズになる。音響雑音源の特定にはマイクが便利である。今回はマイクがなかったため加速度計をファンの回りに置いてその周波数を特定して、ノイズ源を特定していった。全てのファンの周波数の特定が大変だったため、最終的にはクリーンブースには最小限の装置しか置かないことにした。置いたのはファンのついていない CCD カメラ用の小型テレビとオシロスコープだけである。オシロスコープは電気雑音ひどいため、測定時は毎回電源を切る。

また防音筐体を使って、空気を遮断するのも効果的である。真空槽が一番効果があるが、真空対応にするには大きな変更が必要だったため、今回は防音壁で干渉計の外側を覆って音響雑音を軽減した (図 4.26)。

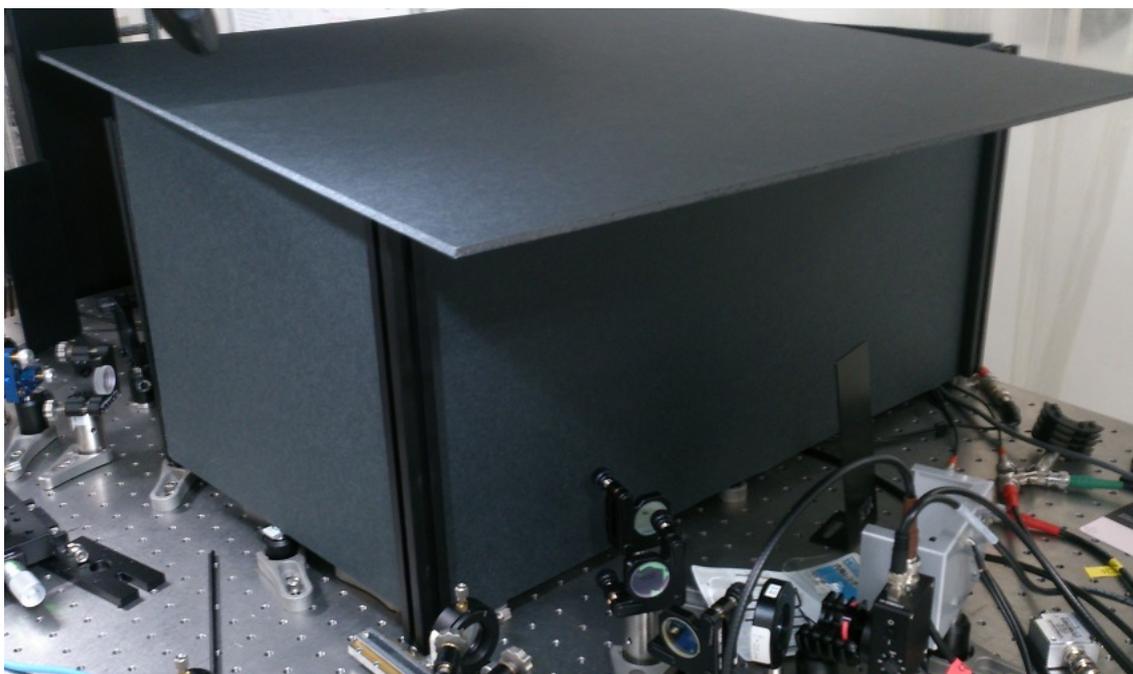


図 4.26 防音壁。ダンボールのような素材でフレームで固定している。板ばねの高さを微調整したため、蓋がしまらなくなった。

## 第 5 章

# 実験方法・実験結果

前章でデザインした実験系をいかに実現したか、その手順と結果を述べる。

### 5.1 光学系の作成

光学系の作成は光学系を適当な位置に置くこと、アライメントを正しくとることが課題である。赤外の YAG レーザーを用いているため、位置やアライメントは CCD カメラやビューカードを用いて確認する。また MI のような干渉計のアライメントは CCD よりも干渉光を PD で測定したほうが精度よく合わせられるため、可能な限り干渉を用いて調整するのがよい。

光学系の作成は次のような手順で行った。

1. 入射ビームの形成、モードマッチングレンズのインストール
2. ミラーのインストール。ETMX、BS、SRM、ITMY、ETMY の順でインストールする。
3. SRM をミスアラインしての MI のテスト。
4. Y アームをブロックしての SRC のテスト。

制御テストはこの章では扱わない。ITM は固定鏡、大きなふりこに 1 インチミラーを入れたもの、大きなふりこに小さなミラーを入れたものの順に変更していった。

#### 5.1.1 入射ビームの形成

入射ビームのビームウェストを形成するため、モードマッチングレンズを置いた。モードマッチングレンズの置き方については、jammt を用いてシミュレーションした。

レーザーから出たあとのビームは、EOM でビームウェストを持つよう設計されており、そのビームウェストは  $x$  方向に 212  $\mu\text{m}$ 、 $y$  方向に 186  $\mu\text{m}$  であった (図 5.1)。これを実験装置が置けるだけのスペースを確保するため、およそ 1.5 m 先に同程度のウェストを実現するためには、ウェストから 50 cm の位置に焦点距離 150 mm ウェストから 106.5 cm の位置に焦点距離 200 mm のレンズをおけばよい。焦点距離 150 mm のレンズは微調整のため、スライダに載せて、位置が変えられるようにした (図 5.2)。

形成したビームウェストをビームプロファイラーで測定した。ビームプロファイラーはビームの強度分布が Gauss 分布に従うとして、強度分布からビーム径を測定する装置である。ビームプロファイラーの位置を変えながらビーム径を測定した結果が図 5.3 である。鉛直と水平でビームウェストの位置と径が異なる。EOM 直後でも異なっていたが、レンズを置いたことで、その差がさらに拡大している。これを改善するにはシリンダカルレンズという、1 方向には

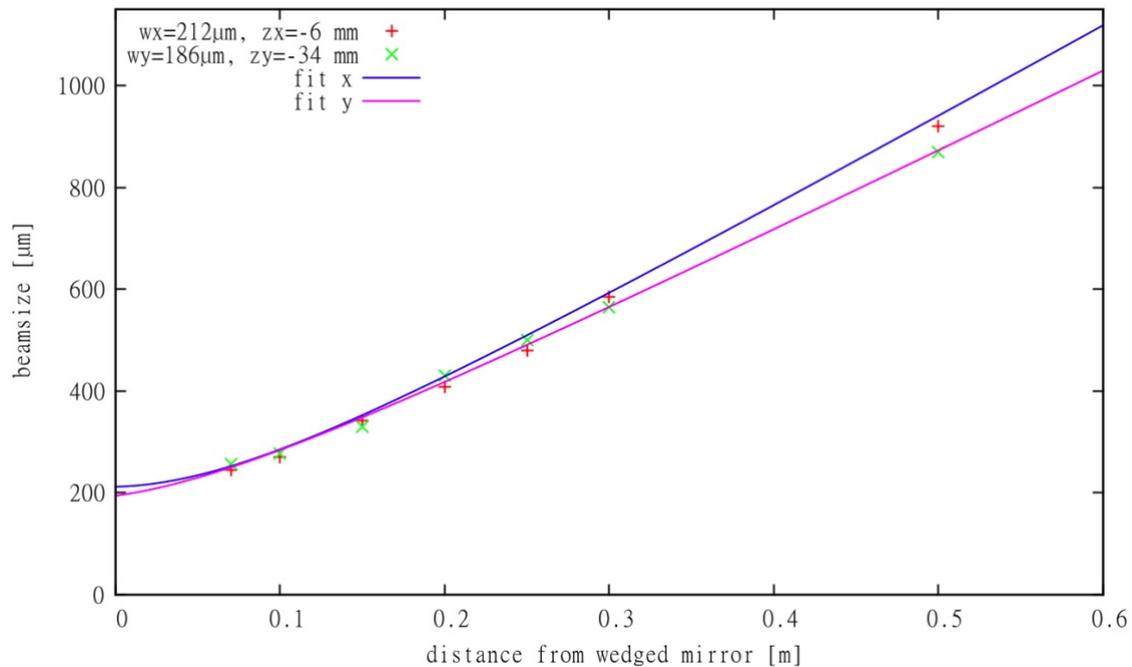


図 5.1 EOM 付近でのビームプロファイル。この測定は Stefan Goßlar 氏と Tobias Westphal 氏が行った。

レンズとしての効果があり、もう 1 方向にはただのガラス板としてふるまうようなレンズを用いる。焦点距離 200 mm のレンズの位置に同焦点距離の鉛直方向のシリンドリカルレンズを、そこから数 cm 下流に同焦点距離の水平方向のシリンドリカルレンズを入れた。

MI でシリンドリカルレンズの効果を測定すると今まで鉛直と水平がずれていたせいで 80% しかでなかったコントラストが 99% まで改善した。

### 5.1.2 ミラーのインストールとテスト

次に正しい位置にミラーを設置した。ミラーの設置の順番は (1)ETMX、(2)BS、(3)SRM、(4)ITMY、(5)ETMX の順である。はじめは ITMY には固定鏡を用いた。正しくモードマッチングができたあと、ITMY をふりこに取り換える。モードマッチングがあうよう、干渉させてパワーを測定し、MI ができるだけダークになるよう、つまりできるだけコントラストが高くなるよう SRC ができるだけ多くの光を透過するよう位置を調整する。

MI のコントラストはシリンドリカルレンズを入れたあとで、最大 99% であった。SRC は MI の片腕をブロックして、ワンアームの SRC にしてアライメントをとった。ワンアームの SRC はロスが多いキャビティであるし、片腕にしかモードとアライメントが合わないが、調整の指標に指標には有用である。評価は MI を制御しながら行ったので、統合テストの節で後述する。

## 5.2 防振系の作成

### 5.2.1 小さなミラーのふりこの作成・試験

小さなミラーのふりこの作成を行った。作成は斎藤那菜と行った。

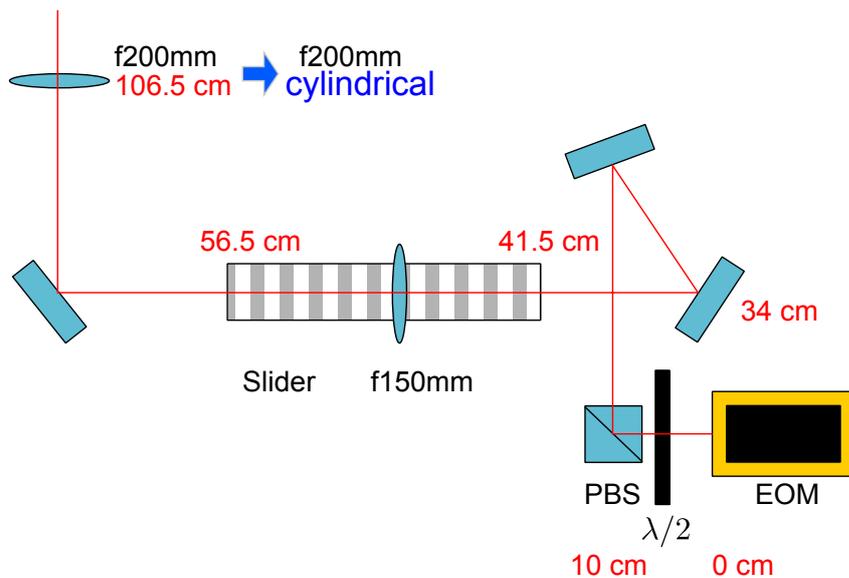


図 5.2 モードマッチングレンズの配置。赤字が EOM を基準にしたときの光路長を表している。PBS(polarized beam splitter) は偏光によって反射率が異なる BS であり、1/2 波長板を回すことで SHG の実験とレーザーパワーを共有している。焦点距離 150 mm のレンズはスライダーに乗せた。ビームプロファイル後、焦点距離 200 mm のレンズは同焦点距離のシリンドリカルレンズの組に交換した。

サスペンションは次の順序で作成する。まず、ミラーを支える台座を作成する。台座の高さがワイヤーの接着位置を決めるため、1 mm 以下の精度で合わせる必要がある。ミラーホルダーの厚さからミラーの厚さの半分を引いた高さになるよう、ワッシャーを重ねて作った。その台座にミラーを乗せ、ミラーホルダーを被せ、ミラーをホルダーの中心になるように移動した。その後、ワイヤーをミラーホルダーに張り、クランプで止めた。後で共振周波数に合わせて張りなおすため、このときの張力はワイヤーがたるまない程度でよい。ワイヤーが等幅で張れるよう、ミラーと同じ直径の

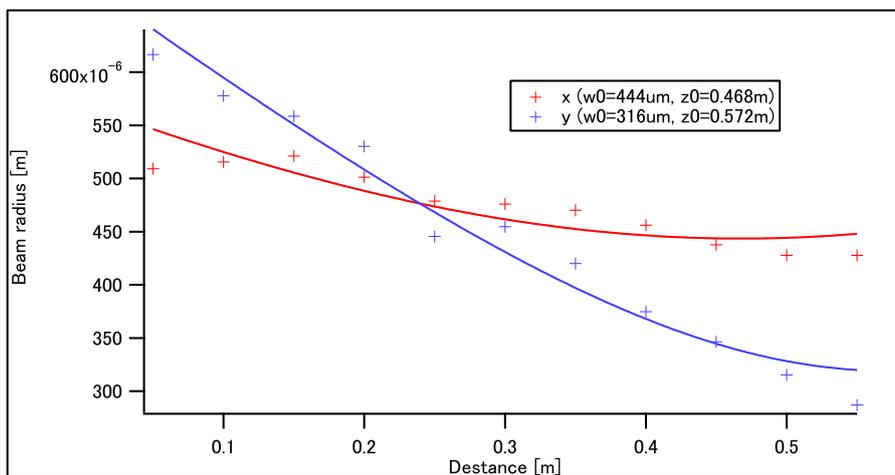


図 5.3 ビームプロファイル。横軸の距離は EOM から測って光路 130 cm が原点とした。ビーム半径を位置の関数としてフィッティングすれば、ビームウェストは  $x$  方向に  $444 \mu\text{m}$ 、 $y$  方向に  $316 \mu\text{m}$  であった。

ワイヤーガイドを用いるとよい。ミラーの直径が6mmであるため、ワイヤーガイドにはM6ネジを2本用いた。ワイヤーが平行にミラーに接していることに注意しながら、ワイヤーをボンドでミラーに張り付ける。ボンドは粘性の高いものがよい。今回はScotch社のスーパー多用途超強力接着剤を用いた。接着が完了したら、張力を適当に調整すれば完成である。

できあがった小さなミラーのふりこをミラーマウントに装着し、長さモードと回転モードの共振周波数を測定した。長さモードの測定はITMYとしてMIの中に入れ、MIの干渉スペクトルを測定することで行った。MIは制御せず、ヘパフィルターの外乱により、地面振動と音響振動で励起されたMICHシグナルをASポートのDCより取得し、FFTをかけた。ピッチモードとヨーモードは、ナイフエッジ法で測定した。ナイフエッジ法とは、ビームの半分を鋭利な刃物で隠し、もう半分をPDで測定することで、ミスアライメントを測定する方法である。例えば、ピッチモードを測定するには、刃物でビームの下半分を隠す。もしピッチのミスアライメントがあれば、PDで測定するパワーはもとのパワーの半分から多くなったり少なくなったりする。一方、ヨーモードのミスアライメントが起きても、PDの入力は変わらない。鋭利な刃物を使うのは、ビームの回折を避けるためである。今回はフェザーのカミソリを用いた。

MIの干渉スペクトルとナイフエッジ法で測定した角度モードのスペクトルが図5.4である。予定通りにワイヤーが鉛直になる向きに測定した結果と、ワイヤーが水平になる向きに回転させて測定した結果を合わせて示した。どちらも長さモードを23Hz付近に持つ。鉛直の向きの測定では、ヨーとピッチが長さのモードより低周波にピークを持つ。これはレーザーの軌道から測定して、ヨーのモードであった。ピッチにも出てしまった理由は、このモードがあまりに信号が大きくPDのジッターが起きていたためだ。角度の光ばねで安定化する可能性があるとはいえ、長さモードより柔らかいと大きく角度モードが励起し、長さ制御ができない。この原因は、デザイン時に懸念していたとおり、ワイヤーの張力のアンバランスによる。何度かワイヤーを張り直したが、これ以上は改善されなかった。そこで90度回転して測定した結果が下である。長さのモードは変わらないものの、角度モードの共振周波数が上がっている。ナイフエッジの結果からではピッチとヨーのどちらのピークが判断つかないが、レーザーの軌道からこれはピッチのモードであった。鉛直向きだったときのヨーの周波数があがった理由は、回転させて吊ったとき、ワイヤーの張力に非対称性があると、まるで上端を1本のワイヤーで止めたときにミラーはワイヤーに支えられる。1本吊りのふりこはピッチが高くなる一方ヨーが低くなる特徴がある。したがってデザイン通りの向きのときに柔らかかったヨーは、1本吊りのような効果を得て固くなり、もともと2本吊りの効果で硬かったピッチは、反転させてもあまり影響がでなかったのだと考えられる。回転させたほうが長さより角度の周波数のほうが高く理想的であるため、外側マスに装着するときは回転させてから入れることにした。

## 5.2.2 板ばねと大きなふりこの作成・懸架・テスト

板ばねの作成は金属加工から行った。アルミ板はものづくりセンターで矢野氏がデザインした形に加工した。大きなふりこのための外側マスは金属加工を専門とする齊藤商店に発注し制作した。

大きなふりこの組立は以下の手順に沿って行った。まず加工した板を30cmのロッドに固定した。ロッド同士の間隔が適切でないと、板に横方向の応力がかかり歪み、デザイン通りの復元力が得られなくなるため注意する。横応力がかかると下方向の復元力が高くなるようである。板ばねを固定したあと、板ばねのあけた通し穴からタングステンワイヤーを通し、板ばね上のクランプでワイヤーを固定した。ラボジャッキに乗せた外側マスを板ばねの下に持ってきて、外側マスの位置と高さを調節した。高さはビームラインと同じにしておく。次に外側マスのイヤークランプの間にワイヤーを通した。まだイヤークランプは固定せず、先にワイヤーのイヤークランプより下の位置に左右両方にプレロードを吊った。プレロードは、外側マスと同じ質量を持つ重りである。プレロードを先に吊っておくことで、板ばねは外側マスを吊ったときと同じ位置までしなり、外側マスとワイヤーの適切な位置に固定できる。最後にイヤークランプでワイヤーを固定した。ここでプレロードを手で持ち上げ、ジャッキを少し下げると外側マスが懸架できた。このとき、

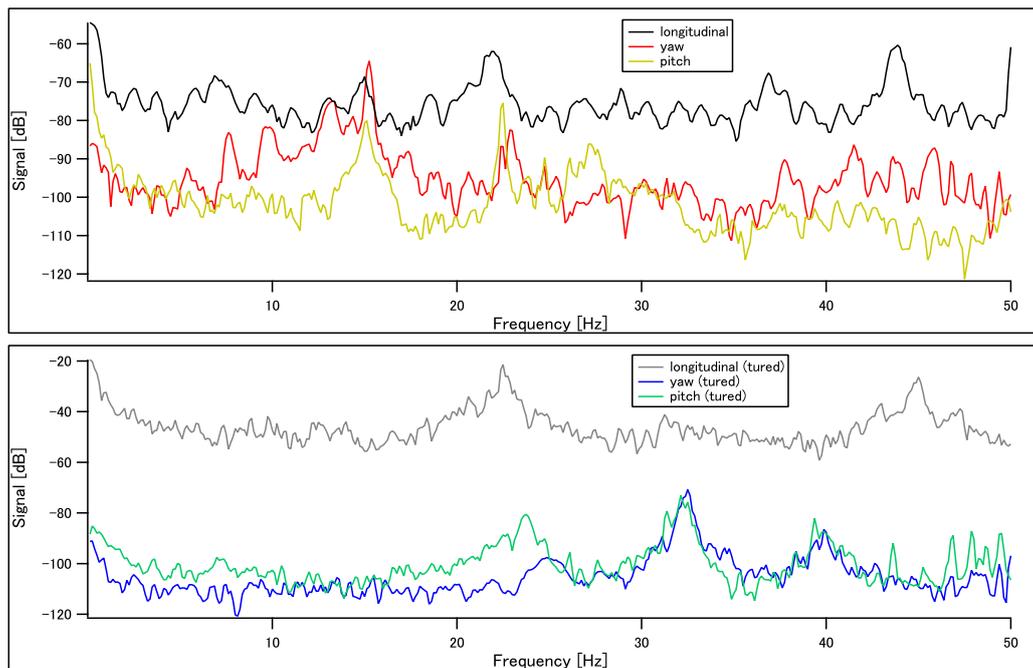


図5.4 MIの干渉スペクトルとナイフエッジスペクトル。デザイン通りのもの(上)と、それを90度回転させてみたもの(下)。信号の大きさはモードの大きさ測定法や、ナイフの位置によっても違うため、信号の大きさには意味がなく、周波数を比較する。比較しやすいため、ピッチとヨーのナイフエッジスペクトルをフロアレベルが同じになるよう調整した。

ピッチ方向のミスアライメントが出ていたら、もう一度ジャッキを上げ、プレロードを下ろして、クランプを緩める。クランプがワイヤーをどこで固定しているかが、ミスアライメントに強く影響するので、ミスアライメントが出ない位置に調整する。

外側マスが懸架できたあと、高さや角度の微調整を行った。まずは高さの調整を行った。外側マスに装着された小さなミラーの中心にレーザーが当たるかを確認した。当たっていなかった場合、ある程度はダンパーの上に重りを置くことで調整できる。重りで調節できない場合は、ロッドで高さを調節する。ロッドで高さを調節したあと、ロッドに梁を渡して水平が取れることをよく確かめる。高さが調節できたら、ミラーに当たった反射光が水平に飛ぶように、ふりこのピッチを調節する。調節にはダンパーの上に重りを置いた。

そして大きなふりこのテストを行った。このテストの目的は共振周波数の特定である。外側マスにミラーをはめ、制御せずにASのDCパワーを測定した。ASのDCには地面雑音に励起された長さモードの運動が観測されるはずである。しかしオシロスコープでもFFTアナライザーでも周波数の特定はできなかった。オシロスコープから中心周波数は周波数は1Hz程度、振幅はダンパーを用いて、1-5フリッジだった。

### 5.3 統合測定

光学系、防振系、制御系がそれぞれ動くことが確認できたので、それらを統合して測定を行った。

### 5.3.1 MI のテスト

ITMY は固定鏡のまま、SRM をミスアラインして、MI のテストを行った。MI のテストの目的は、正しく長さ制御のためのエラーシグナルが取得できることのテストと、回路のデザインのための機械系の応答を測定するためである。

固定鏡の MI は地面振動が小さいため、低周波でゲインが必要ない。したがって、UGF は低く設定するほうが安定して制御できる。固定鏡の MICH ループのループゲインを測定した結果が図 5.5 である。制御にはインテグレーターと SR560 を使い、SR560 のゲイン 1、ポールは 300 kHz とした。200 Hz に PZT の共振があり、測定ができなかった。また、100 Hz 付近から位相が回りはじめ、500 Hz には  $30^\circ$  まで落ちていることがわかった。この結果を参考にし、回路を改造した。また MICH エラーシグナルが正しく取得できていることがわかった。

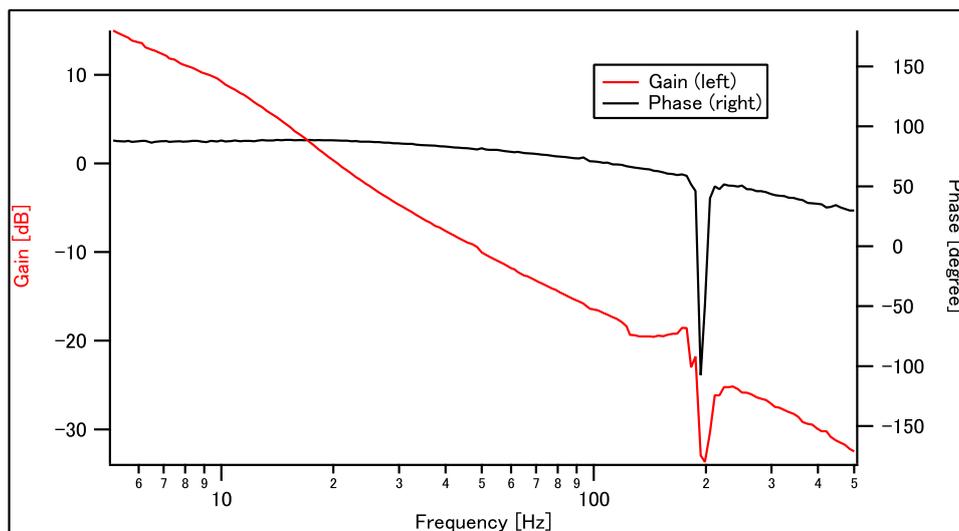


図 5.5 ITMY に固定鏡を用いたときの、MICH ループのループゲイン (再掲)。

### 5.3.2 SRC のテスト

Y アームをブロックして ETMX と ITMY からなる SRC で、SRC のテストを行った。このテストにより SRC の制御に使う PZT の特性がわかる。SRC の PZTの方が MI の PZT より特性が制御しずらく、単純にローパスフィルターをかけただけでは制御しない。この PZT は 400 Hz 付近と 1 kHz 付近に共振を持つ。そのため 400 Hz で十分ゲインを下げておかなければならない。100 Hz からゆっくり位相がまわり始めるローパスと、SR560 をポール 30 Hz のローパスフィルターとして用いて SRC の片腕制御に成功した。ループゲインは (5.6) である。肝心の UGF 付近で動作点が変わってしまい、ゲインがあがっているが、位相の動きから連続的に伸びて行くと予想して結果をみる。その仮定では UGF での位相余裕は  $45^\circ$  であり、十分な位相余裕がある。そこから  $f^{-2}$  でゲインが落ちていくため、共振がゲイン 1 を超えることはない。

小さなミラーが入った場合でも、MICH 制御は低周波にゲインが必要になるが、SRCL は固定鏡制御とほとんど性質が変わらない。片腕にしたときは光学ゲインが半分になり、フィネスが落ちるためロックに引き込みやすくなる程度になるだけである。したがって、この片腕制御の設定でふりこの入った SRMI の制御はできると結論できる。

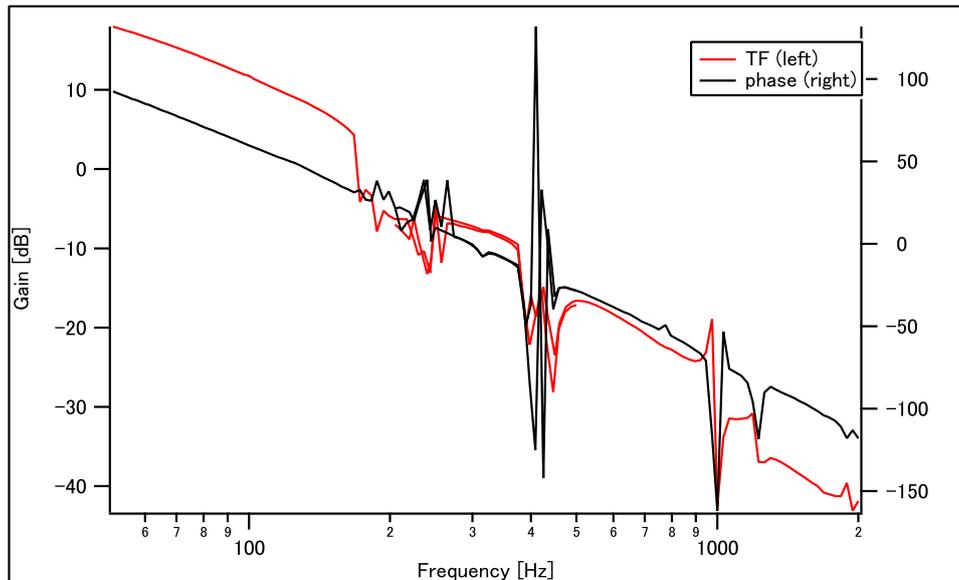


図 5.6 片腕をブロックした SRC の SRCL ループゲイン。制御にはポールが 30 Hz のローパスフィルターと 100 Hz のローパスフィルターを用いた。UGF は 100-200 Hz に持つ。400 Hz 付近と 1 kHz 付近に共振があり、そこで一度ロックが外れたため、その周波数での値は信用できない。また UGF 付近でも一度ロックが外れ、それより低周波で動作点が切り替わっている。

### 5.3.3 小さなミラーの SRMI のテスト

ITMY に固定ホルダーを設置し、そこに小さなミラーをはめて、SRMI の制御を行った。テストの目的は、小さなミラーの問題の早期発見のための大きなふりこのための要求値を決めるためである。また可能であれば、大きなふりこを導入せずに光ばねが見えることを期待して行った。

ゆるかったものの制御に成功した。ただし、制御していない角度モード、特にヨーモードによく運動していた。またロックが不安定だったため、測定はできず、MI や SRC の動作点を選ぶこともできなかった。

### 5.3.4 大きなふりこの SRMI のテスト

大きなふりこの外側マスにミラーをはめて ITMY とし、その 2 自由度同時制御を行った。このとき、ITMX がおおきなふりこの共振周波数で激しくゆれるため、MI は低周波で高いゲインが必要である。一方、MICH が制御されていれば、Y アームは固定鏡のようにみなせ、SRCL の制御は固定鏡でできた SRC と大きくは変わらない。ただし、その二つの自由度はカップルしており、一方の動作点によって他方のゲインが大きく変わるため、動作点への引き込み方、つまりロックアクイジションが重要になる。

ロックアクイジションは次の手順で行う。

1. MICH の制御をオン、SRCL の制御をオフにし、MICH を引き込む。このとき SRCL の位置を PZT ドライバーで調節して、SRC を共振から遠ざけておくと MICH が引き込みやすい。MICH を引き込む際には、わざと高いサーボゲインにし、オフセットを微調整すると、UGF の発振を伴いながら動作点に引き込む。引き込んだらゲインを下げて発振を止める。

2. MICH の電気オフセットを調節して、MICH をダークFRINGEにする。MICH のFRINGEは、SRC の透過量、すなわち AS の DC パワーでわかる。
3. SRCL の位置を PZT ドライバーで調節し、希望の動作点に近づける。共振に近づけると、MICH の光学ゲインがあがって発振し始めるので、電気ゲインを下げる。AS のパワーをデチューンのモニターに使うため、ASDC が最大になるときの電圧をオシロで測っておくとよい。
4. PZT ドライバーによって SRCL を希望の動作点に持っていき、そこでフィードバックシグナルがゼロ点を交差するように、電気オフセットを調整する。調整したら、SRCL の制御をオンにする。少しオフセットが残っていると、SRCL の動作点がずれ、MICH のゲインが変わり、発振するか制御が落ちるかすることがあるが、その場合は SRCL の位置を PZT ドライバーで戻してやれば直る。
5. SRCL の電気ゲインをじょじょにあげ、デザイン通りの UGF に近づける。

ロックアクイジションの方法にしたがって引き込んだ MICH のループゲインは図 5.7 である。PZT の共振でゲインを持ち、UGF を 1 kHz の一番位相保障の効果がある帯域に持ってきている。また低周波ではブースターが 2 段とインテグレーターが稼働しており、高いゲインを実現できた。ゲインが高すぎてループゲインとしての測定は難しい。代わりに PZT の伝達関数、干渉計の光学ゲイン、PD と復調器による伝達関数を合わせた伝達関数を測定した。つまり制御ループの回路以外の部分の応答を測定した。この伝達関数を非制御系の伝達関数  $H$  と呼ぶことにする。もし光ばねが入っていれば伝達関数  $H$  が大きく変わり、ピークを持つようになる。この測定は小さなミラーの輻射圧効果のリファレンスになるとともに、測りたい伝達関数が測定できるかどうかの確認になる。コヒーレンスは悪いものの、光ばねが見える帯域まで、 $H$  を測定することができた (図 5.8)。ただしこのときはエアロスプリングを使わなかった。

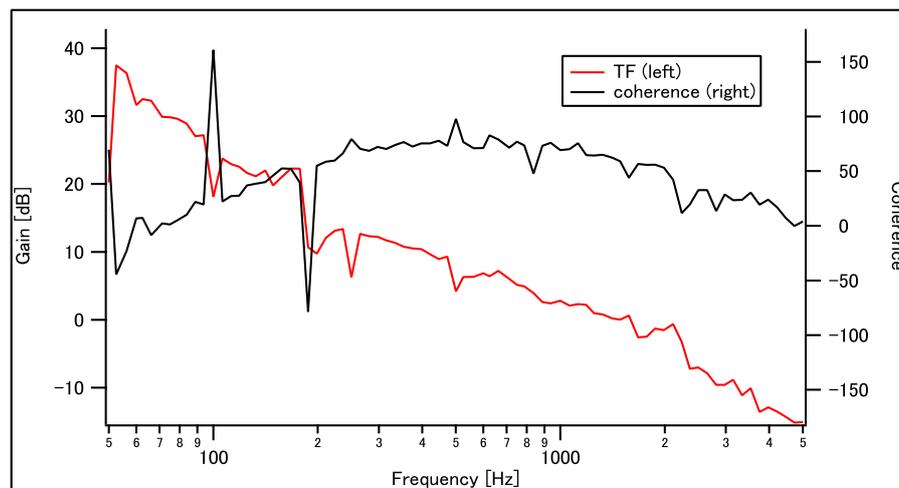


図 5.7 ITMY におおきなふりこを用いた場合の MICH のループゲイン。210 Hz に PZT の共振があり、位相の応答が遅れるため、位相保障フィルターを用いて位相の遅れを補い、UGF を 1 kHz 付近に持ってきている。低周波はブースターが 2 段入っている。ハイゲインなため、測定が難しい。

### 5.3.5 光ばねの測定

ITMY を小さなミラーにして、それを大きなふりこで吊り、MICH の  $H$  を測定した。小さなミラーは大きなふりこで防振しても、依然として角度モードに激しく揺れたため、今回はエアロスプリングを利用した。エアロスプリングで角度モードの揺れは収まり、制御には成功したものの、エアロスプリング特有のドリフトが起り、アライメントが長

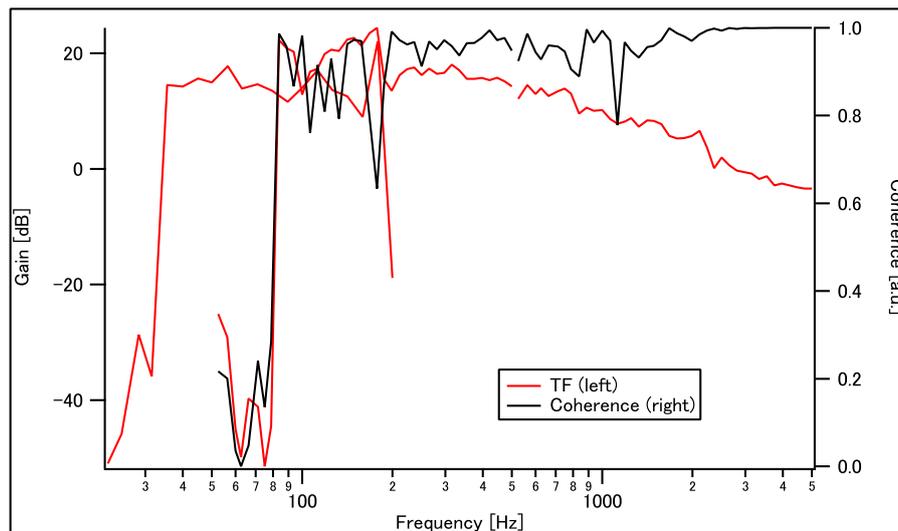


図5.8 ITMYにおおきなふりこを用いた場合のMICHのH。光学ゲインとPZTはフラットな応答で、PZTの応答が落ちる分位相が回っている。測定が安定しなかったため、3回の測定のデータをつなぎあわせてある。測定の安定度の目安としてコヒーレンスを合わせて載せた。一番低い周波数帯域の測定に関してはコヒーレンスの測定データがない。

時間保てなかった。デチューンのキャリブレーションは、ASポートの透過光を利用して行うのであるが、ASポートの透過光はアライメントに強く依存するため、デチューンが正しくキャリブレーションできなかった可能性がある。

キャリブレーションは次のようにして行った。MIを制御し、ダークFRINGEにする。次にSRCのPZTドライバーのオフセットつまみを用いて、透過光が最大になるように調整する。これがSRCLが共振している0度である。ここから、PZTドライバーのオフセットつまみASポートの透過光をオシロスコープで記録した。PZTドライバーのつまみは52回すと共振から共振までSRMが動く。すなわち、SRMの位相が180度変わる。これより内部パワーとSRCのでチューンをキャリブレーションできる。このようにキャリブレーションをした結果が図5.9である。ここからSRCのフィネスを計算することもできる。半値全幅から見積もったSRCのフィネスはおおよそ2/3である。

このようにデチューンを選び、MICHのHを測定した(図5.10)。デチューンを共振に近づけるにつれ、ゲインがあがっていく。16Hzのノッチはコヒーレンスが落ちたため測定できていない。SRCLはSRC内パワーによって制御しているので、内部パワーを選ぶことでデチューンを選択している。

この測定結果で光ばねが有意に見えたとは言えない。その理由は、SRCのフィネスが低かったことにある。SRCのフィネスが低いことで、共振ピークがなだらかになっている。SRCL信号はパワーの線形領域を用いて取得するはずだったので、なだらかなピーク付近にはデチューンを持ってこられないため、光ばねが現れるデチューンを選択できなかった。SRCのフィネスの低さは、主にアライメントとモードミスマッチに起因する。防振のために多段ふりこやエアロスプリングを利用するとドリフトが生じ、アライメントを保つことができない。特にエアロスプリングはアライメントを調整するために光学台に触れると振動しはじめるため、アライメント調整に向いていない。改善には、今回は全く開発しなかった角度制御装置が必要である。

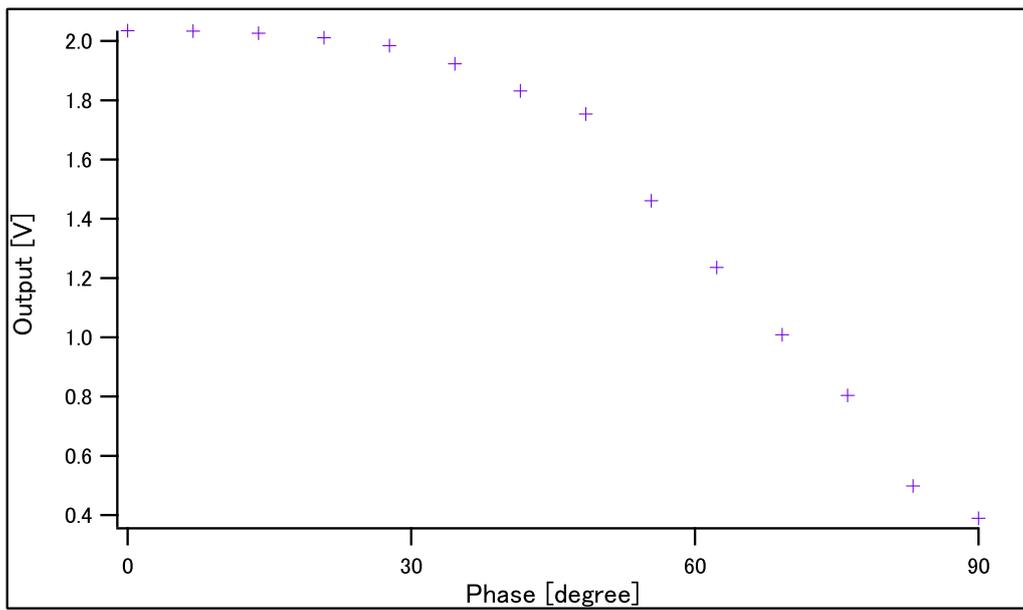


図 5.9 SRC デチューンのキャリブレーション。SRM の位相と内部パワーを対応させることができる。

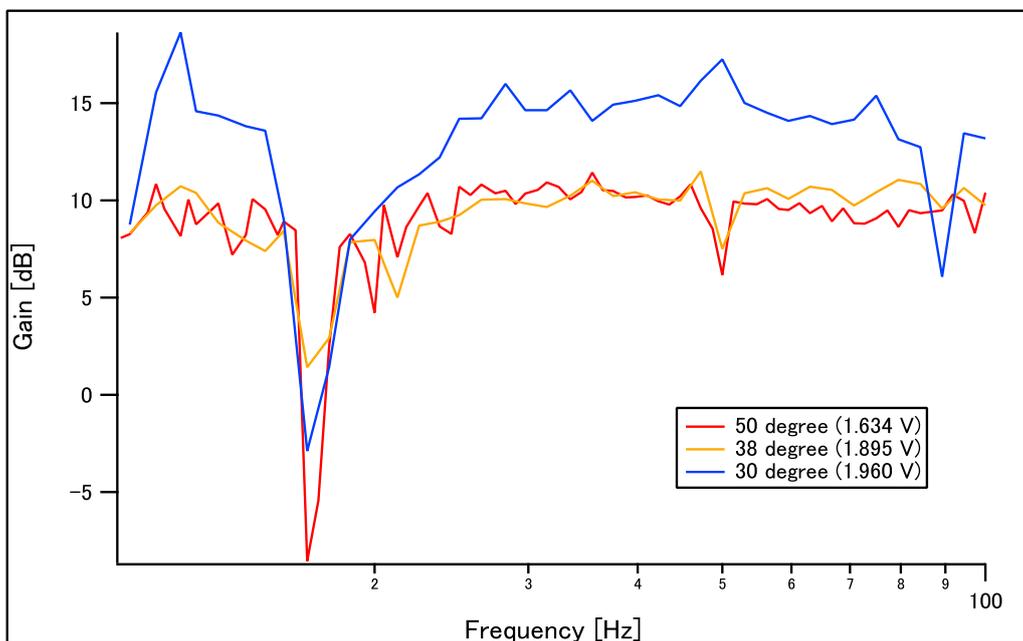


図 5.10 小さなミラーを用いたときの MICH の H。デチューンを変えて測定した。デチューンの違いで光学ゲインが上がっている。16 Hz のノッチはコヒーレンスが落ちて測定できていない。

## 第6章

# 結論

本稿は、量子雑音のレビュー、信号増幅器の理論、実験の3つの部分に大別できる。量子雑音のレビューの部では、量子雑音の起源とその計算方法を紹介した。量子雑音はミラーと光の相互作用の大きさによって感度曲線が変わり、その相互作用が原因で超えられない量子限界 SQL があった。また量子雑音を改善する方法としてシグナルリサイクリングキャビティ (SRC) をデチューンして生まれる光ばねを紹介した。光ばねはミラーと光の相互作用を逆に利用し、ミラーのダイナミクスを変更する技術であった。ミラーは輻射圧のばねで繋がれ、その共振周波数で大きく振動するため、感度が向上する。デチューンすれば光ばねの共振と optical resonance という2つの共振で感度が向上するが、その共振の周波数が高周波に持っていけないことを確認した。つまりデチューンを上げていくと、光ばねの共振は高周波に上がっていくが、あるデチューンで上限を向かえ、それ以上にデチューンを変えても感度は向上しない。一方デチューンを上げると、optical resonance は必ず低周波に下りてくるため、高周波に共振を持つ望遠鏡は実現できなかった。

信号増幅器の理論の部では、非線形光学結晶にパンプ光を入れることで信号を増幅できる装置 OPO を、SRC の中に入れることで、新たな信号増幅器として用いる方法を提案し、その感度を計算した。OPO を SRC に入れると、実質的に輻射圧を増やす効果があるため、光ばねの周波数が上がる。またインピーダンスマッチングを行えば、光ばねの周波数を OPO のない場合では到達しえない高さまで上げることができる。これにより、高周波で共振を持つ重力波望遠鏡を作ることができる。これが感度を落とさずに帯域を広げる新しい方法である (図 6.1)。

実験の部では、この装置を実験検証するための要求値を出した。特に光ばねを持つ SRMI を作成することを目標に実験を行い、実験に必要な装置をデザインし、作成した。光ばねを実装するのにもっとも大切なパラメーターはデチューンの精度であり、それが実現できれば光ばねの観測ができる (図 6.2)。結果としては、小さなミラー等の防振系はデザイン通りに作成することができ、小さなミラーの揺れを抑えて SRMI の制御に成功した。またデチューンを変えて SRMI の光学ゲインが取得できた (図 6.3)。デチューンを変えることで、光学ゲインが上がっていくことが見て取れる。ただしデチューンを要求値通り選択することはできず、光ばねは測定できなかった。その原因は、SRC のフィネスが低いこと、すなわち、MI と SRC のアライメントに問題があった。防振を優先したせいで装置がドリフトしてしまい、アライメントが正確に取れなかった。ミスアライメントにより設計通りのフィネスが実現できなかったのである。もし防振とアライメントを両立させるのなら、アライメントのドリフトを止めるため角度制御の機構が必要である。外側マスに磁石を取り付けることは可能であるため角度制御は可能である。センシングの方法としては、ETMY の裏から QPD を用いて信号を取得するアイデアがある。また SRCL 信号の取得方法を変えるという方法もある。PDH シグナルにすれば、フィネスの大小に関わらず、共振付近に線形領域を持つが、シミュレーションでわかったように、RF サイドバンドが共振しない長さの SRC では共振付近には制御できない。それを改善するには、十分な長さの干渉計にすること、高い RF 周波数にすることが考えられる。干渉計を長くするにも RF 周波数をあげるにも大きな設備変更が伴う。

今回のセットアップではデチューンの要求値を満たさなかったが、SRMI としては十分機能している。更なるアップデートで光ばねが見える装置になると期待できる。

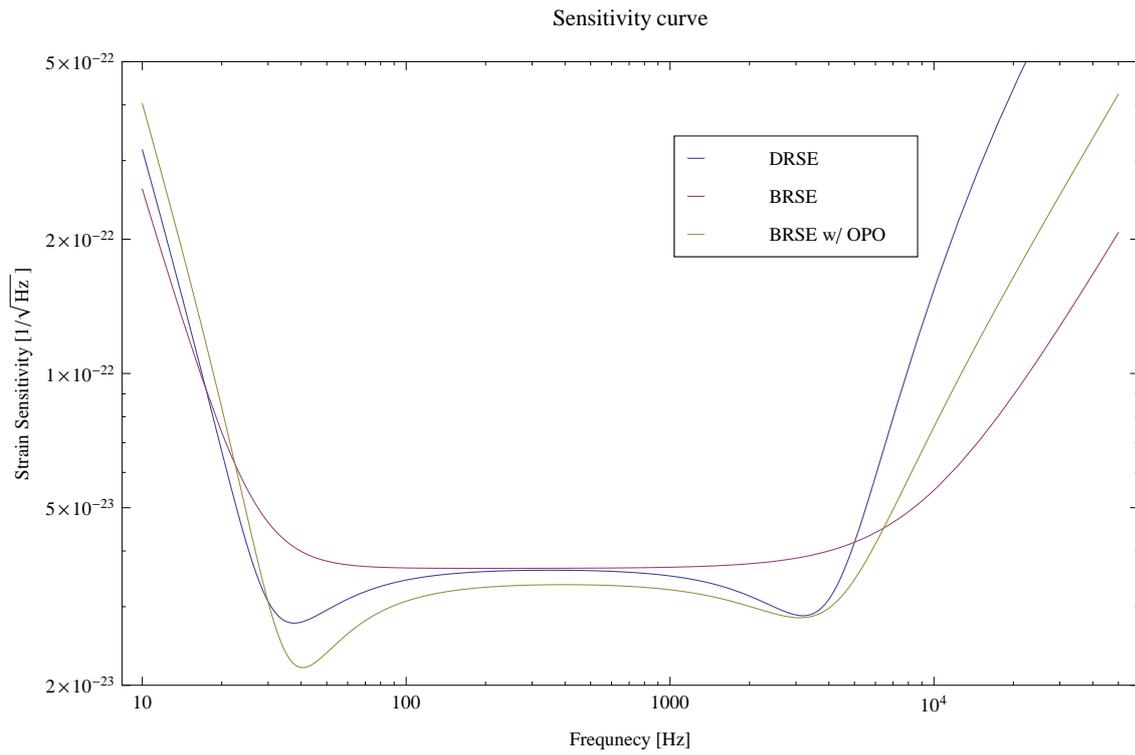


図 6.1 感度曲線の比較 (再掲)。信号増幅器を用いることで DRSE の感度曲線と同じ optical resonance を実現しつつ、DRSE では到達しえなかった高さに光ばねを持ってくることができる。

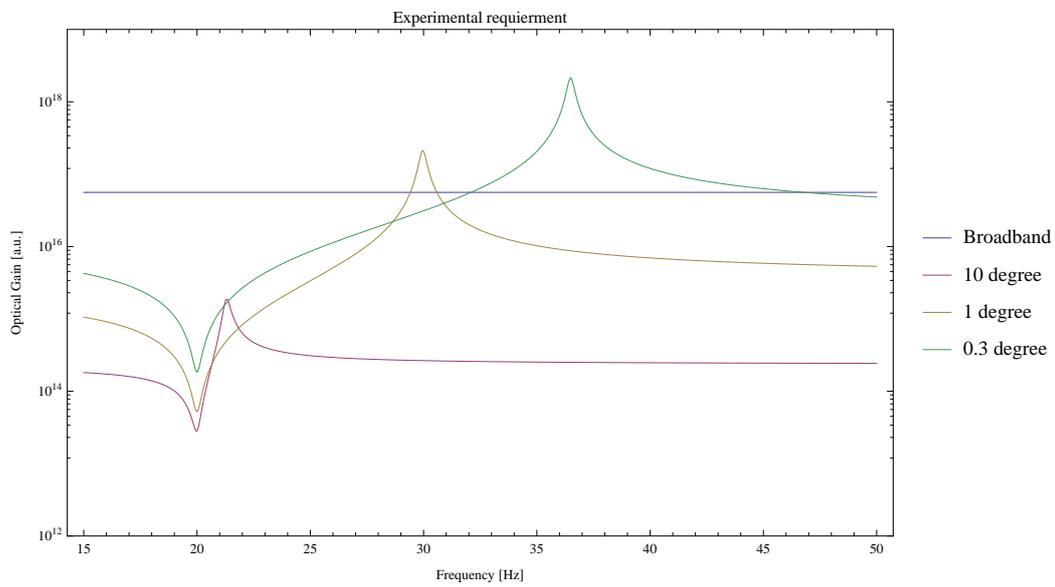


図 6.2 光ばねの理論伝達関数 (再掲)。

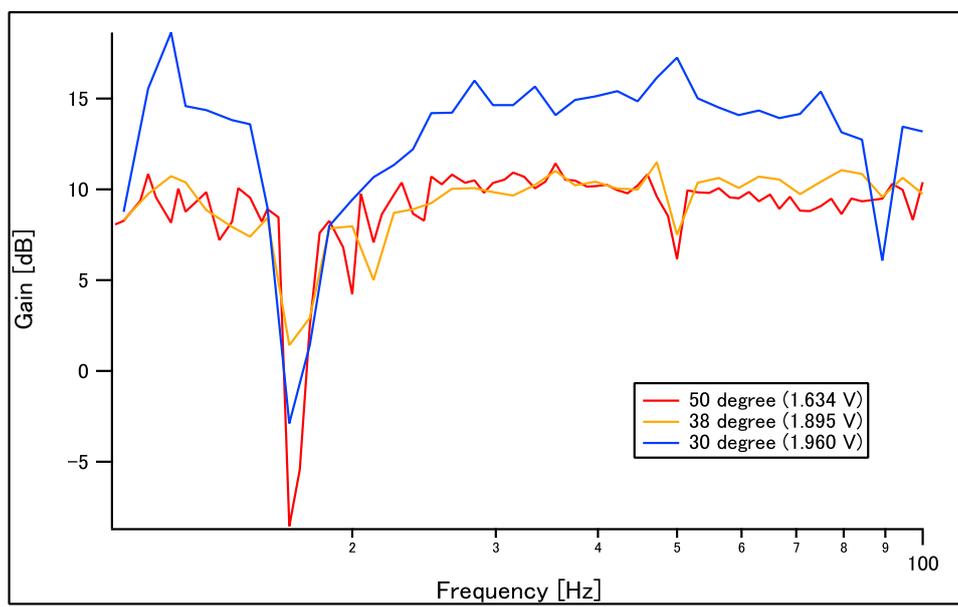


図 6.3 SRMI の光学ゲイン (再掲)。

## 付録 A

# 電磁場の量子化

この付録では電磁場の量子化の手順を辿ることで真空場の起源を説明する。

真空中の電磁場を場の量子論の方法で量子化する。真空中の Maxwell 方程式は次のように与えられる:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} \quad (\text{A.4})$$

また電場  $\mathbf{E}$  と磁束密度  $\mathbf{B}$  はスカラーポテンシャル  $\phi$  とベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いて、

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{A.6})$$

と表される。ここでゲージ固定条件として、放射ゲージを課す。放射ゲージは Coulomb ゲージであり Lorentz ゲージである。

$$\phi = 0 \quad (\text{Coulomb ゲージ}) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \phi - \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (\text{Lorentz ゲージ}) \quad (\text{A.8})$$

これらのゲージ条件を課すと 4 本の Maxwell 方程式からベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  について、次の波動方程式が得られる:

$$\left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \right) \mathbf{A} = 0 \quad (\text{A.9})$$

今、空間が長さ  $(L_x, L_y, L_z)$  の箱の中に電磁場が閉じ込められていることを考えよう。境界条件を課すことで波動方程式 (A.9) は解けて、波数  $(k_x, k_y, k_z)$  が離散的に制限される。例えば周期的境界条件を課した場合、 $\mathbf{k}$  の  $i$  方向成分は、負でない整数を  $n_j$  を用いて  $k_i(n_j) = 2\pi n_j / L_i$  となる。波動方程式の解の異なる波数についての重ね合わせも同じく解であるから、一般解は次のように表せる。

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{x}) = \sum_{(n_x, n_y, n_z)} \tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})) e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{A}}'(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})) e^{i\mathbf{k}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{x}} \quad (\text{A.10})$$

ただし  $\mathbf{n} \equiv (n_x, n_y, n_z)$  である。 $\tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}(\mathbf{n}))$  と  $\tilde{\mathbf{A}}'(t, \mathbf{k}(\mathbf{n}))$  は波動方程式 (A.9) を満たすような係数で、

$$\ddot{\tilde{\mathbf{A}}}(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})) = -\omega_{\mathbf{k}}^2 \tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})), \quad \ddot{\tilde{\mathbf{A}}}'(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})) = -\omega_{\mathbf{k}}^2 \tilde{\mathbf{A}}'(t, \mathbf{k}(\mathbf{n})) \quad (\text{A.11})$$

を満足する。\$\omega\_{\mathbf{k}} \equiv c|\mathbf{k}|\$ である。系の大きさが十分大きいとき、すなわち \$(L\_x, L\_y, L\_z)\$ が十分に大きいとき、\$\mathbf{n}\$ についての和は積分とみなすことができる。したがって式 (A.10) は

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{x}) \sim \frac{V}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty d^3k \tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{A}}'(t, \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (\text{A.12})$$

となる。\$V\$ は系の体積である。電場 \$\mathbf{E}\$、磁束密度 \$\mathbf{B}\$ が実数であることを要求すれば、ベクトルポテンシャル \$\mathbf{A}(t, \mathbf{x})\$ も実数であり、\$\tilde{\mathbf{A}}'(t, \mathbf{k}) = \tilde{\mathbf{A}}^\dagger(t, \mathbf{k})\$ がわかる。波数 \$\mathbf{k}\$ を負まで拡張して、\$\tilde{\mathbf{A}}(t, -\mathbf{k}) \equiv \tilde{\mathbf{A}}^\dagger(t, \mathbf{k})\$ と決めれば、\$\mathbf{A}(t, \mathbf{x})\$ は結局、

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (\text{A.13})$$

となる。\$-\infty\$ から \$\infty\$ の波数空間全体での積分であるが省略して書いた。以降明記しない限りはこの範囲で積分する。このとき電磁場は、

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{x}) = -\frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(t, \mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{x}) = -i\frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (\text{A.15})$$

となる。

電磁気学より、場の持つエネルギー \$H\$ は、ある時刻について

$$H = \int d^3x \frac{\varepsilon_0}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{A.16})$$

で与えられる。式 (A.5)、式 (A.6) に先の波数で展開した式 (A.13) を代入して、エネルギーを計算すると、

$$\begin{aligned} \int d^3x \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} &= \frac{V^2}{(2\pi)^6} \int d^3x d^3k d^3k' \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{k}) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{k}') e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} \\ &= \frac{V^2}{(2\pi)^3} \int d^3k \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{k}) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(-\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \int d^3x \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} &= \frac{-V^2}{(2\pi)^6} \int d^3x d^3k d^3k' (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})) \cdot (\mathbf{k}' \times \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}')) e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} \\ &= \frac{V^2}{(2\pi)^3} \int d^3k (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})) \cdot (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k})) \\ &= \frac{V^2}{(2\pi)^3} \int d^3k k^2 \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) \cdot \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) + (\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})) (\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k})) \\ &= \frac{V^2}{(2\pi)^3} \int d^3k k^2 \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) \cdot \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

となる。最後の行では Lorentz ゲージ条件を使った。したがってエネルギー密度 \$\mathcal{H}\$ は波数空間の積分で表せる。

$$H = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathcal{H}, \quad (\text{A.19})$$

$$\mathcal{H} = \frac{\varepsilon_0 V}{2} \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(\mathbf{k}) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(-\mathbf{k}) + \frac{\varepsilon_0 V \omega_k^2}{2} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) \cdot \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) \quad (\text{A.20})$$

このエネルギー密度 \$\mathcal{H}\$ を Hamiltonian だと考えて、場 \$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})\$ を使って Hamilton 形式を作ろう。\$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})\$ の共役運動量を \$\tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k})\$ とすると、Hamilton 方程式より、

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})} = \varepsilon_0 V \omega_k^2 \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) = -\varepsilon_0 V \ddot{\tilde{\mathbf{A}}}(-\mathbf{k}) = -\dot{\tilde{\boldsymbol{\pi}}}(\mathbf{k}) \quad (\text{A.21})$$

である。計算過程で波数空間での波動方程式 (A.11) を用いた。したがって  $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})$  に共役な運動量  $\tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k})$  は、

$$\tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 V \dot{\tilde{\mathbf{A}}}(-\mathbf{k}) \quad (\text{A.22})$$

と予想できる。これを仮定して、Hamilton 方程式を計算すると、

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k})} = \mathbf{A}(\mathbf{k}) \quad (\text{A.23})$$

となっているため、こうして定義した  $\tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k})$  はたしかに共役運動量になっていると言える。Hamilton 形式を使ってエネルギーを表すと、

$$H = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{1}{2\varepsilon_0 V} \tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\pi}}(-\mathbf{k}) + \frac{\varepsilon_0 V \omega_k^2}{2} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) \cdot \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) \quad (\text{A.24})$$

となる。これは  $\varepsilon_0 V$  が質量に対応する調和振動子の Hamiltonian と同じである。

次に Hamilton 形式で表した場を量子化する。場  $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})$  と共役運動量  $\tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k})$  の間に正準交換関係、すなわち、

$$[\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}), \tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k}')] = i\hbar \frac{(2\pi)^3}{V} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (\text{A.25})$$

を仮定すれば場は量子化される。調和振動子では Kronecker のデルタでよかったが、場の理論では Dirac のデルタ関数を使う。あとは調和振動子の解析と同様の手順で計算すればよい。消滅演算子  $\mathbf{a}(\mathbf{k})$  と生成演算子  $\mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})$  を

$$\mathbf{a}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_0 V \omega_k}{\hbar}} \tilde{\mathbf{A}}(-\mathbf{k}) + i \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 V \hbar \omega_k}} \tilde{\boldsymbol{\pi}}(\mathbf{k}) \right) \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_0 V \omega_k}{\hbar}} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k}) - i \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 V \hbar \omega_k}} \tilde{\boldsymbol{\pi}}(-\mathbf{k}) \right) \quad (\text{A.27})$$

で定義する。この交換関係は

$$[\mathbf{a}(\mathbf{k}), \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}')] = \frac{(2\pi)^3}{V} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (\text{A.28})$$

となり Hamiltonian は、

$$\begin{aligned} H &= \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \hbar \omega_k \left( \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{a}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} [\mathbf{a}(\mathbf{k}), \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})] \right) \\ &= \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \hbar \omega_k \left( \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{a}(\mathbf{k}) + \frac{(2\pi)^3}{2} \delta(0) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

である。 $\delta(0)$  の項は無限大のエネルギーを生む。しかしこれは真空のエネルギーの基準値の問題であり、くりこむことができる。したがって

$$H = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \hbar \omega_k \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{a}(\mathbf{k}) \quad (\text{A.30})$$

を得る。

これで電磁場が量子化された。場の量子論での議論では、場  $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{k})$  や、それから作られる  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ 、さらには  $\mathbf{E}(\mathbf{x})$  と  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$  も演算子として扱わなくてはならない。演算子の時間発展は Heisenberg 描像で記述される。Schrödinger 演算子  $O$  とその Heisenberg 演算子  $O(t)$  の間には、

$$O(t) = e^{\frac{iHt}{\hbar}} O e^{-\frac{iHt}{\hbar}} \quad (\text{A.31})$$

の関係がある。したがって電場演算子  $\mathbf{E}$  と磁束密度演算子  $\mathbf{B}$  の時間発展も式 (A.31) で与えられる。 $e^{iHt/\hbar} = \sum_{n=0}^{\infty} (iHt/\hbar)^n/n!$ 、 $[H, \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})] = -\hbar\omega_k \mathbf{a}(\mathbf{k})$ 、 $[H, \mathbf{a}(\mathbf{k})] = \hbar\omega_k \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})$  に注意すると、演算子の時間発展は、

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_k}} (\mathbf{a}(\mathbf{k}) e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} + \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) e^{i\omega_k t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}) \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k i \sqrt{\frac{\hbar \omega_k}{2\varepsilon_0 V}} (\mathbf{a}(\mathbf{k}) e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} - \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) e^{i\omega_k t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}) \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k i \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_k}} \mathbf{k} \times (\mathbf{a}(\mathbf{k}) e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} - \mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k}) e^{i\omega_k t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}) \quad (\text{A.34})$$

である。

この電場演算子は振幅  $\mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})$  の光子が、波数  $\mathbf{k}$  方向に過去から未来に向かって伝搬し、振幅  $\mathbf{a}(\mathbf{k})$  の反光子が波数  $-\mathbf{k}$  方向へ未来から過去に向かって伝搬しているのだと解釈することができる。一方波動として、波数  $\mathbf{k}$  の進行波の重みが  $\mathbf{a}(\mathbf{k})$  と  $\mathbf{a}^\dagger(\mathbf{k})$  だと考えることもできる。

## 付録 B

# two-photon formalism

付録 A では電磁場を量子化し、電磁場が光子として生成消滅することを確認した。この付録では、生成消滅演算子をより理解しやすい振幅の光子と位相の光子とに解釈できるよう直交位相に分解する。この形式は two-photon formalism と呼ばれ、量子光学、量子雑音を記述するのに非常に役立つ [3]、[8]。付録 A で計算したように、厳密には一つの光子を考えていて、その 2 つの成分を取り出していることに注意されたい。力学でいえば、位置と運動量に対応するような物理量である。

まず量子化した電磁場がレーザーを表すように表式を変形しよう。レーザー光が  $z$  軸に沿って進む場合を考える。このとき電磁場は  $z$  方向の進行波と後退波、つまり  $z$  正方向に進む波と  $z$  負方向に進む波しかないと考えられる。これを用いて 1 次元の電場演算子は

$$E(t, z) = \frac{L_z}{2\pi} \int dk_z i \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\varepsilon_0 V}} (a(k_z) e^{-i\omega_k t + ik_z z} - a^\dagger(k_z) e^{i\omega_k t - ik_z z}) \quad (\text{B.1})$$

となる。今レーザーの進行波の成分だけ考えることにして、 $k_z \geq 0$  とする。また分散関係  $ck_z = \omega$  を仮定し、積分変数を  $\omega$  に取り替える。さらに時間の原点を取り替えて位相を回すと、

$$E(t, z) = \frac{L_z}{2\pi c} \int_0^\infty d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} (a(\omega) e^{i\omega(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega) e^{-i\omega(-t+\frac{z}{c})}) \quad (\text{B.2})$$

を得る。このとき交換関係は  $[a(\omega), a^\dagger(\omega')] = 2\pi c \delta(\omega - \omega') / L_z$  になっている。さらに Fourier 変換など、以降の計算のため、いくつかの定数を生成消滅演算子の定義に取り込むことにする。

$$a(\omega) \rightarrow \sqrt{\frac{L_z}{c}} a(\omega) \quad (\text{B.3})$$

とすれば、電場と交換関係は

$$E(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} (a(\omega) e^{i\omega(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega) e^{-i\omega(-t+\frac{z}{c})}) \quad (\text{B.4})$$

$$[a(\omega), a^\dagger(\omega')] = 2\pi \delta(\omega - \omega') \quad (\text{B.5})$$

となる。ここで  $\mathcal{A}$  はレーザーの有効面積に対応する。

これで、電場演算子が一次元一方向に進行する電場を表すようになった。さらにこの演算子をレーザーの周波数周りの生成消滅を表すように変形していく。レーザーの周波数  $\omega_0$  は、今考えたい生成消滅のノイズの周波数に比べて十分大きいとする。実際  $\omega_0 \sim 10^{15}$  Hz に対して、干渉計で問題になるノイズの周波数  $\Omega$  は  $\Omega < 10^5$  Hz 程度である。レーザーの周波数を原点にして、周波数  $\Omega$  の範囲を考えることにしよう。

$$\begin{aligned} E(t, z) &= \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\omega_0} + \int_{\omega_0}^\infty \right) d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} (a(\omega) e^{i\omega(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega) e^{-i\omega(-t+\frac{z}{c})}) \\ &\equiv E_-(t, z) + E_+(t, z) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$\omega_0 \gg \Omega$  を仮定して

$$\begin{aligned}
E_-(t, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega) e^{i\omega(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega) e^{-i\omega(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&= -\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0}^0 d\Omega \sqrt{\frac{\hbar(\omega_0 - \Omega)}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega_0 - \Omega) e^{i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega_0 - \Omega) e^{-i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&\approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_0} d\Omega \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega_0 - \Omega) e^{i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega_0 - \Omega) e^{-i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&\approx \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\Omega \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega_0 - \Omega) e^{i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega_0 - \Omega) e^{-i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&\equiv \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \int_0^\infty d\Omega \left( a_-(\Omega) e^{i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a_-^\dagger(\Omega) e^{-i(\omega_0 - \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
E_+(t, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0}^\infty d\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega) e^{i\omega(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega) e^{-i\omega(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\Omega \sqrt{\frac{\hbar(\omega_0 + \Omega)}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega_0 + \Omega) e^{i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega_0 + \Omega) e^{-i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&\approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_0} d\Omega \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \left( a(\omega_0 + \Omega) e^{i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a^\dagger(\omega_0 + \Omega) e^{-i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right) \\
&\equiv \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \int_0^{\omega_0} d\Omega \left( a_+(\Omega) e^{i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} + a_+^\dagger(\Omega) e^{-i(\omega_0 + \Omega)(-t+\frac{z}{c})} \right)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

新しく定義した  $a_+$  と  $a_-$  の交換関係は、

$$[a_-(\Omega), a_-^\dagger(\Omega')] = [a_+(\Omega), a_+^\dagger(\Omega')] = 2\pi\delta(\Omega - \Omega') \tag{B.9}$$

$$[a_-(\Omega), a_+^\dagger(\Omega')] = [a_+(\Omega), a_-^\dagger(\Omega')] = 2\pi\delta(\Omega + \Omega') \tag{B.10}$$

$$(\text{その他の交換関係}) = 0 \tag{B.11}$$

となる。

調和振動子の位置や運動量は、 $a$  の実部や虚部を用いて表すのであった。ここでも物理量を取り出すため電場の実部と虚部を取り出そう。

$$\begin{aligned}
E(t, z) &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} e^{i\omega_0(-t+\frac{z}{c})} \int_0^\infty d\Omega \left( (a_-(\Omega) e^{-i\Omega(-t+\frac{z}{c})} + a_+(\Omega) e^{i\Omega(-t+\frac{z}{c})}) \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} e^{-i\omega_0(-t+\frac{z}{c})} \int_0^\infty d\Omega \left( (a_-^\dagger(\Omega) e^{i\Omega(-t+\frac{z}{c})} + a_+^\dagger(\Omega) e^{-i\Omega(-t+\frac{z}{c})}) \right)
\end{aligned} \tag{B.12}$$

となる。ここで、

$$\tilde{a}_1(\Omega) = \frac{a_+^\dagger(\Omega) + a_-(\Omega)}{\sqrt{2}}, \tag{B.13}$$

$$\tilde{a}_2(\Omega) = i \frac{a_+^\dagger(\Omega) - a_-(\Omega)}{\sqrt{2}} \tag{B.14}$$

と決める。すると

$$\begin{aligned}
E(t, z) = & \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \cos(\omega_0(t - z/c)) \int_0^\infty d\Omega \left( \tilde{a}_1(\Omega) e^{-i\Omega(-t + \frac{z}{c})} + \tilde{a}_1^\dagger(\Omega) e^{i\Omega(-t + \frac{z}{c})} \right) \\
& + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} \sin(\omega_0(t - z/c)) \int_0^\infty d\Omega \left( \tilde{a}_2(\Omega) e^{-i\Omega(-t + \frac{z}{c})} + \tilde{a}_2^\dagger(\Omega) e^{i\Omega(-t + \frac{z}{c})} \right)
\end{aligned} \tag{B.15}$$

と実部を表す  $a_1$  と虚部を表す  $a_2$  に分けることができる。それぞれの交換関係は、

$$[\tilde{a}_1(\Omega), \tilde{a}_1^\dagger(\Omega')] = [\tilde{a}_2(\Omega), \tilde{a}_2^\dagger(\Omega')] = 0, \tag{B.16}$$

$$[\tilde{a}_1(\Omega), \tilde{a}_2(\Omega')] = 2\pi i \delta(\Omega + \Omega') \rightarrow 0, \tag{B.17}$$

$$[\tilde{a}_1(\Omega), \tilde{a}_2^\dagger(\Omega')] = 2\pi i \delta(\Omega - \Omega') \tag{B.18}$$

$\Omega \geq 0$  より  $\delta(\Omega + \Omega')$  は常にゼロになる。さらに積分を一つの演算子だとみなすことにする。 $\tilde{a}_1$  と  $\tilde{a}_2$  を Fourier 変換し、Hermite 演算子  $a_1$ 、 $a_2$  を使って、

$$E(t, z) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{\varepsilon_0 c \mathcal{A}}} (a_1(t, z) \cos(\omega_0(t - z/c)) + a_2(t, z) \sin(\omega_0(t - z/c))) \tag{B.19}$$

を得る。とすると、交換関係は

$$[a_1, a_2] = 4i\delta\left(t - \frac{z}{c} - t' + \frac{z'}{c}\right) \tag{B.20}$$

になる。これは、古典的レーザー光と同位相に  $a_1$  による光子が、レーザー光と直交する位相に  $a_2$  による光子が、それぞれ生成消滅すると考えることができる。さらにこれを振幅のゆらぎと位相のゆらぎとみることもできる。 $a_1$  がレーザー光の振幅のゆらぎになり、 $a_2$  がレーザー光の位相のゆらぎになる。 $a_1$  のようにレーザー光と同位相にあることを振幅 quadrature といい、 $a_2$  のようにレーザー光と直交位相にあることを位相 quadrature という。レーザー光が不在だとしてもこの量子ゆらぎ  $a_1$ 、 $a_2$  は存在し、これを真空場と呼ぶ。この真空場が量子雑音の起源である。

## 付録 C

# 金属弾性による共振周波数の計算

### C.1 ワイヤーにおける共振周波数

通常ふりこにおいて重力と長さによって共振周波数は決まる。しかしワイヤーが太い場合、金属弾性がワイヤーの共振周波数を決める。

周波数は次の計算によって求まる。ミラーの質量が十分軽く、ワイヤーの弾性が支配的な場合、ワイヤーは横振動 (lateral vibration) する。横振動は、断面のせん断力 (shearing force)  $Q$  による。せん断力による運動方程式は

$$\sigma \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \quad (\text{C.1})$$

ここで  $y(x,t)$  は  $(x,t)$  における横方向の変位、 $\sigma$  [kg/m] は線密度である。せん断力は曲げモーメント (bending moment)  $M$  と断面 2 次モーメント (moment of inertia of area)  $I$  [m<sup>4</sup>] を用いて、

$$M = YI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (\text{C.2})$$

$$Q = -\frac{\partial M}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( YI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \quad (\text{C.3})$$

ここで  $Y$  [Pa] はヤング率 (Young's modulus) である。ワイヤーの中で、 $\sigma$ 、 $Y$ 、 $I$  が一様だとすると、式 (C.1) より、

$$\sigma \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -YI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \quad (\text{C.4})$$

を得る。この一般解は、

$$y(x,t) = \left( A \sin(\sqrt{YI\alpha/\sigma}t) + B \cos(\sqrt{YI\alpha/\sigma}t) \right) \left( C \sin \sqrt[4]{\alpha}x + D \cos \sqrt[4]{\alpha}x + E \sinh \sqrt[4]{\alpha}x + F \cosh \sqrt[4]{\alpha}x \right) \quad (\text{C.5})$$

$\alpha$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  は定数である。これを境界条件の下で解けばよい。代表的な境界条件は、

$$y = \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (\text{固定端}) \quad (\text{C.6})$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \quad (\text{自由端}) \quad (\text{C.7})$$

である。今長さ  $L$  のワイヤーの一方をクランプで固定し、他方に十分軽いミラーがついているシチュエーションを想定した場合、固定端と自由端の境界条件で解けばよい。 $y(0) = y'(0) = y''(L) = y'''(L) = 0$  を仮定すると、 $\alpha$  について、次の条件が得られる。

$$\cos \sqrt[4]{\alpha}L \cosh \sqrt[4]{\alpha}L = -1 \quad (\text{C.8})$$

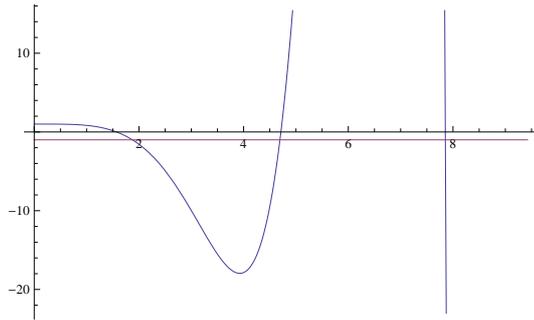


図 C.1  $f(x) = \cos x \cosh x$  のグラフ

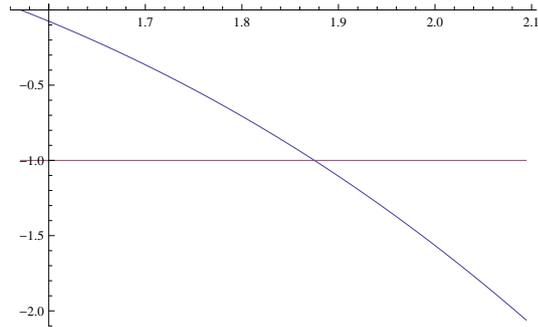


図 C.2 その基底付近の拡大図

したがって共振周波数  $\sqrt{YI\alpha/\sigma}$  は式 (C.8) の条件を満たす  $\alpha$  に離散化される。図は  $f(x) = \cos x \cosh x$  のグラフである。グラフより基底モードは  $\sqrt{\alpha}L \approx 1.875$  であることがわかる。断面 2 次モーメントはワイヤーの形によって決まり、ワイヤーの断面が円である場合は、ワイヤーの半径  $r$  とすると、

$$I = \frac{\pi}{4}r^4 \tag{C.9}$$

で与えられる。

以上をまとめると基底モードの共振周波数は、

$$\begin{aligned} f_0 &= \sqrt{\frac{YI\alpha}{\sigma}} \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{Y\pi r^4}{4\sigma}} \left(\frac{1.875}{L}\right)^2 \frac{1}{2\pi} \\ &= \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \frac{r}{2} \left(\frac{1.875}{L}\right)^2 \frac{1}{2\pi} = 0.2798 \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \frac{r}{L^2} \end{aligned} \tag{C.10}$$

ここで  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] は体積密度であり  $\sigma = \rho\pi r^2$  と書ける。ワイヤーによく使われる物質のヤング率と密度は表 C.1 を参考にするとよい。

表 C.1 物質のヤング率と密度

物質	$Y$ [kg/m · s <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\sqrt{Y/\rho}$ [m/s]
ピアノ線	$206 \times 10^9$	$7.8 \times 10^3$	$5.14 \times 10^3$
タングステン	$410 \times 10^9$	$19.25 \times 10^3$	$4.62 \times 10^3$

## C.2 板ばねにおける共振周波数

板ばねの共振周波数を求める。計算は片持ち梁の計算を参考にした。直方体の金属平板の一方の端点を固定し、他方に力  $F$  をかけることを考える。そのとき、金属のたわみ  $\delta$  は、

$$\delta = \frac{4Fl^3}{Ybt^3}(1 - \nu^2) \tag{C.11}$$

ただし、 $l$  が長さ、 $w$  が幅、 $t$  が厚さ、 $Y$  はヤング率、 $\nu$  がポアソン比である。板ばねの場合、 $F$  は吊っているテストマスの質量による重力である。テストマスの質量  $m$  とすれば、共振周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ybt^3}{4ml^3(1 - \nu^2)}} \tag{C.12}$$

を得る。

しかし、金属はある程度以上力を加えると、フックの法則に従わなくなり、変形や破損を起こす。その力をテンシルストレングスと呼ぶ。テンシルストレングスが高いものほど、大きな力をかけられる。フックの法則に従う上限  $\delta_{\max}$  は、

$$\delta_{\max} = \frac{Tl^2}{Yt} \quad (\text{C.13})$$

で与えられる。 $T$  がテンシルストレングスである。

## 参考文献

- [1] Markus Aspelmeyer, Tobias J. Kippenberg, and Florian Marquardt. Cavity optomechanics. *arXiv*, Vol. cond-mat, .
- [2] Alessandra Buonanno and Yanbei Chen. Quantum noise in second generation, signal-recycled laser interferometric gravitational-wave detectors. *Physical Review D*, Vol. 64, No. 0462006, 2001.
- [3] Carlton M. Caves and Bonny L. Schumaker. New formalism for two-photon quantum optics. i. quadrature phases and squeezed states. *Physical Review A*, Vol. 31, No. 5, pp. 3068–3092, May 1985.
- [4] The LIGO Scientific Collaboration. A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit. *Nature Physics*, Vol. 7, pp. 962–965, 2011.
- [5] Stefan L. Danilishin and Farid Ya. Khalili. Quantum measurement theory in gravitational-wave detectors. *Living Reviews in Relativity*, Vol. 15, , 2012.
- [6] C. Genes, D. Vitali, P. Lodahl, and H. J. Kimble. Quantum teleportation of light beams. *Physical Review A*, Vol. 67, .
- [7] Jan Harms, Yanbei Chen, Simon Chelkowski, Alexander Franzen, Henning Vahlburuch, and Karsten Danzmann. Squeezed input, optical-spring, signal-recycled, gravitational-wave detectors. *Physical Review D*, Vol. 68, .
- [8] H.J.Kimble, Yure Levin, Andrey B. Matsko, Kip. S. Thorne, and Sergey P. Vyatchanin. Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics. *Physical Review D*, Vol. 65, , Feb 2002.
- [9] John A. Sidles and Daniel Sigg. Optical torques in suspended fabry-perot interferometers. *Physical Letters A*, Vol. 354, pp. 167–172, 2006.
- [10] Daniel Sigg. Angular stability in a triangular fabry-perot cavity. *LIGO interOffice Memorandum*, 2003.
- [11] Kentaro Somiya, Jumpei Kato, Kazushiro Yano, and Nana Saito. Parametric signal amplification to create a stiff optical bar. *arXiv*, No. 1222, Mar 2014. 1403.1222.
- [12] A. Staley, D. Martynov, R. Abbott, R. X. Adhikari and K. Arai, S. Ballmer, L. Barsotti, A. F. Brooks, R. T. DeRosa, S. Dwyer, A. Effler, M. Evans, P. Fritschel, V. V. Frolov, C. Gray, C. J. Guido, R. Gustafson, M. Heintze, D. Hoak, K. Izumi, K. Kawabe, E. J. King, J. S. Kissel, K. Kokeyama, M. Landry, D. E. McClelland, J. Miller, A. Mollavey, B. O’Reilly, J. G. Rollins, J. R. Sanders, R. M. S. Schofield, D. Sigg, B. J. J. Slagmolen, N. D. Smith-Lefebvre, G. Vajente, R. L. Ward, and C. Wipf. Achieving resonance in the advanced ligo gravitational-wave interferometer. *Class. Quantum Grav.*, Vol. 31, , 2014.
- [13] T. C. Zhang, K. W. Goh, C. W. Chou, P. Gigan, and M. Aspelmeyer. Ground-state cooling of a micromechanical oscillator: Comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes. *Physical Review A*, Vol. 77, .

- 
- [14] 下郷太郎. 振動学. コロナ社.

# 謝辞

本修士論文を書くにあたって、多くの方にお世話になりました。本論文が完成したのは指導教官の宗宮健太郎准教授のおかげであります。宗宮先生は、どんなときも議論に付き合ってくれました。研究で一番楽しい時間は、宗宮先生との議論だったと思っています。宗宮さんのご教示のおかげで実験結果が出せました。心から感謝しています。

副指導教官である山口昌英教授にも学部頃からお世話になりました。研究室を移ってから何度か相談に乗っていただき、そのおかげで安心して研究ができました。先生と話していると何か頑張れそうな気がしてくるのが不思議です。

研究室の仲間たちには多くを教わりました。D3の須佐友紀さんには、先輩研究者としてのあるべき姿を教わりました。ゼミではいつも興味深い話をしてくださり、毎回議論を楽しみにしていました。また研究室のコンピューター回りは全て須佐さんに整備してもらいました。昨年卒業された上田慎一郎さんと斎藤那菜さんは私にシミュレーションと実験を教えてくださいました。お2人に教えていただかなかっただら、今のように実験結果が出せるようにはならなかったと思います。斎藤さんの作ってくださった小さなミラーのふりこは、今でも大切に使っています。同期の桑田綾香さんは、研究室の雰囲気をあたたかくしてくれました。桑田さんと話すことで理解が深まることが多々ありました。崎濱幸秀さんとの議論も刺激的でした。彼は、私が当たり前だと勘違いして深く考えなかった問題を的確に指摘し、議論してくれました。実験を手伝ってくれた後輩たちにも感謝しています。M1の矢野和城さんは私と共に信号増幅器のSHGを担当してくれました。板ばねや大きなふりこは矢野さんと協力して設計しました。研究室生活が楽しくなったのは愉快的な矢野さんのおかげです。4年生の熱田将さんと片岡優さんにも私の実験を手伝ってもらいました。私が提案だけして彼らに任せっきりになってしまった仕事もたくさんありましたが、そのどれも完璧にこなしてくれました。また神岡での実験は彼らがいいたから耐えられました。研究室はとても居心地のよい場所でした。ありがとうございます。

私の研究を大きく変えたのは、グラスゴー大学での実験でした。グラスゴー大学では世界のレベルに驚嘆し、そこから多くを学びました。グラスゴーにいかなくなったら、きっと今ほど実験はできなかつただろうし、実験を好きにもならなかつただろうと思っています。グラスゴーでふりこを作るのを手伝わせていただいたから、大きなふりこが作れたと言っても過言ではありません。特にグラスゴーで主に私の面倒を見てくれたBryan Barrさんには本当に感謝しています。

私の実験は他の研究機関からも多くの助けを借りました。Stefan Goßlarさん、Tobias Westphalさんは私が研究室に入る前に光学台を整備しておいてくれました。はじめのふりこを作ってくれたのも彼らです。また私が初めて話した外国人研究者であり、彼らが気軽に話しかけてくれたことで、その後英語に苦手意識を持たなくなりました。当時LIGOで働いていた苔山圭以子さんにも私の実験を見ていただきました。行き詰まったときにLIGOのコミッショナーの意見を聞いたのはとても助けになりました。フロリダからやってきたChris MuellerさんとRyan Goetzさんに実験を見ていただいたのが、大きな力になりました。彼らのコミッショニング技術はとても勉強になりその後の私の実験方法は大きく改善されました。その他、Daniel FriedrichさんやAleksandr Khalaidovskiに実験を見ていただきました。これらの方の助けで私の実験は大きく改善しました。ありがとうございます。

本論文は、ここにお礼を述べた方々を含め、多くの人に支えられて完成しました。ここに深くお礼申し上げます。

この東工大で研究できて幸せでした。最後になりますが、この大学に通わせてくれ、いつでも私を支えてくれた両親に感謝の意を表したいと思います。