

神岡におけるシューマン共振の測定

東京工業大学 理学部物理学科 宗宮研究室

学籍番号 11-00689

熱田 将

February 16

概要

重力による時空の歪みが波動となって伝播する現象を重力波という。重力波による時空の歪みは非常に小さく、間接的な存在の確認はできているが、直接検出は未だなされていない。現在世界各地で、この重力波をとらえるための検出器が建設中であり、日本でも神岡鉱山の地下において重力波検出器 KAGRA が建設中である。これらの検出器は近い将来に重力波をとらえられると期待されているが、そのためには様々な雑音の除去が必要不可欠である。その雑音の中に、磁場による雑音が存在する。局所的な磁場雑音であれば、世界各地の検出器との相互相関を取る解析によって除去可能であるが、シューマン共振と呼ばれる地表と電離層の間での電磁波の共振現象によって現れる雑音は、地球上で共通しているために、大きな問題となりうる。しかし、日本の KAGRA は地下に建設しているため、シューマン共振による影響が減衰している可能性がある。

そこで2014年12月に、重力波検出器 KAGRA において、トンネル内とトンネル外での磁場を計測し、どの程度外部磁場が低減されているかを計測した。シューマン共振を計測することによってトンネル内外の外部磁場の強度を比較したので、その結果を報告する。

目次

1	重力波	4
1.1	重力波の導出	4
1.1.1	Einstein 方程式	4
1.1.2	Einstein 方程式の線形近似	5
1.1.3	真空中の重力波	5
1.2	重力波源	6
1.3	重力波の検出	7
1.3.1	重力波による影響	7
1.3.2	干渉計型重力波検出器	8
2	シューマン共振	12
2.1	磁場雑音	12
2.2	シューマン共振	14
2.2.1	特徴	14
2.2.2	検出器への影響	14
2.2.3	表皮効果	15
3	測定	17
3.1	測定場所	17
3.2	測定機器	18
3.3	測定方法	18
3.3.1	測定手法	18
3.3.2	測定準備	19
3.3.3	測定行程	20
4	測定結果	21
4.1	データの特徴	21
4.2	時系列データ	21
4.3	周波数スペクトル	24
4.4	平滑化スペクトル	27
4.5	ヒストグラム	29
5	測定データの解析	32
5.1	コヒーレンス解析	32
5.1.1	コヒーレンスの定義	32
5.2	コイルのずれ	33
5.2.1	周波数スペクトル	34
5.2.2	コヒーレンス解析	35
5.3	ずれの検証	37
5.4	伝達関数	38

5.4.1	振幅比較	39
5.4.2	伝達関数推定	39
6	結論	42
7	今後の課題	43
8	参考文献	45

1 重力波

重力波は重力場を記述する方程式である Einstein 方程式を線形近似することによって導くことができる。以下では Einstein 方程式から重力波の波動方程式を導き、その検出方法と重力波源について記述する。

1.1 重力波の導出

1.1.1 Einstein 方程式

一般相対論において時空を表しているのは計量テンソル $g_{\mu\nu}$ である。4次元時空において2点 x^μ と $x^\mu + dx^\mu$ 間の線素は

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.1)$$

と表される。重力場のない平坦な時空である Minkowski 時空では

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

となるこの計量テンソルである $g_{\mu\nu}$ が重力場の中で従う方程式を Einstein 方程式と呼び、次式で表される。

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.4)$$

ここで左辺はアインシュタインテンソルと呼ばれ

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (1.5)$$

と表される。 $R_{\mu\nu}$ と R はそれぞれリッチテンソル、リッチスカラーと呼ばれ、

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}^\rho \quad (1.6)$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (1.7)$$

$$R_{\mu\rho\nu}^\rho = \frac{\partial \Gamma_{\nu\mu}^\rho}{\partial x^\rho} - \frac{\partial \Gamma_{\rho\mu}^\nu}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\rho\alpha}^\nu \Gamma_{\nu\mu}^\alpha - \Gamma_{\nu\alpha}^\rho \Gamma_{\rho\mu}^\alpha \quad (1.8)$$

となる。 $\Gamma_{\nu\rho}^\mu$ はクリストッフェル記号と呼ばれ次式で表される。

$$\Gamma_{\nu\rho}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\alpha} \left(\frac{\partial g_{\rho\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\rho} - \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\alpha} \right) \quad (1.9)$$

Einstein 方程式の右辺にある、 G, c はそれぞれ万有引力定数と光速である。また $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルと呼ばれ、物質の分布を示しており、それは重力場の源を意味する。

1.1.2 Einstein 方程式の線形近似

今弱い重力場を考える。これを平坦な時空 (Minkowski 時空) に微弱な摂動項を加えることによって表現できるとする。すなわち計量テンソル $g_{\mu\nu}$ が摂動 $h_{\mu\nu}$ を用いて

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

と表現できるとする。なお、 $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ である。この $g_{\mu\nu}$ を上記の Einstein 方程式 (1.4) に代入して、 $h_{\mu\nu}$ の 1 次までで近似を行う。このときクリストッフェル記号は

$$\Gamma_{\nu\rho}^{\mu} \simeq \frac{1}{2}\eta^{\mu\alpha} \left(\frac{\partial h_{\rho\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial h_{\alpha\nu}}{\partial x^{\rho}} - \frac{\partial h_{\nu\rho}}{\partial x^{\alpha}} \right) \quad (1.11)$$

となるので、リッチテンソル (1.7) に関して残るのは (1.8) の初めの二項のみである。よって

$$R_{\mu\nu} \simeq \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial^2 h_{\beta\nu}}{\partial x^{\alpha}\partial x^{\mu}} - \frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}\partial x^{\beta}} - \frac{\partial^2 h_{\beta\alpha}}{\partial x^{\nu}\partial x^{\mu}} + \frac{\partial^2 h_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}\partial x^{\beta}} \right) \quad (1.12)$$

となる。リッチスカラーは

$$R \simeq \frac{\partial^2 h^{\mu\nu}}{\partial x^{\mu}\partial x^{\nu}} - \frac{\partial^2 h}{\partial x_{\alpha}\partial x_{\alpha}} \quad (1.13)$$

となる。ここで $h = h^{\beta}_{\beta}$ とした。これらを (1.4) 式へ代入するのだが、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (1.14)$$

とし、さらに以下のゲージ条件 (Lorentz gauge) を課す。

$$\frac{\partial \bar{h}^{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \quad (1.15)$$

すると、Einstein 方程式 (1.4) は線形な形で書くことができ、

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.16)$$

となる。ここで $\square = -\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} + \Delta$ である。

1.1.3 真空中の重力波

真空中では $T_{\mu\nu} = 0$ となるので (1.16) 式は

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.17)$$

となる。これは波動方程式の形を成しており、今その平面波解を考えることにする。すなわち、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \quad (1.18)$$

とする。これがゲージ条件 (1.15) と Einstein 方程式 (1.16) を満たすためには、

$$A^{\mu\alpha}k_\alpha = 0 \quad (1.19)$$

$$k_\alpha k^\alpha = 0 \quad (1.20)$$

を満たす必要がある。なお、(1.20) 式は重力波が光速で伝播していることを示している。ここにさらにゲージ条件 (Transverse Traceless gauge)

$$A^\alpha{}_\alpha = 0 \quad (1.21)$$

$$A_{\mu\nu}U^\nu = 0 \quad (1.22)$$

を課す。ただし、 U^ν は任意の時間的ベクトルである。ここで、クロネッカーのデルタを用いて $U^\nu = \delta^\nu_0$ とし、重力波の進行方向を Z 軸にとると、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp ik(ct - z) \quad (1.23)$$

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{h}_+ & \bar{h}_\times & 0 \\ 0 & \bar{h}_\times & -\bar{h}_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

となる。ただし、重力波の角振動数を ω とし、 $k = \frac{\omega}{c}$ とした。また、 \bar{h}_+ , \bar{h}_\times は重力波が持つ自由度に対応しており、それぞれプラスモードとクロスモードと呼ばれる。

以上から重力波が光速で伝播し、その進行方向に対して垂直な面の揺らぎを伝える横波であることがわかる。

1.2 重力波源

現在観測できると期待されている重力波は、非常に大きな天体現象によって生み出されるものに限られる。本小節ではそのうちのいくつかを紹介する。

連星中性子星合体

中性子星やブラックホールなどの重い天体が連星をなしていると重力波を放出しながら運動エネルギーを失っていく。すると、連星系は徐々に公転半径が小さくなっていき、最後には二つの星が合体するという現象が起こる。この時に大きな重力波を放出する。

連星中性子星合体の大きな特徴は、この一連の現象によって放出される重力波の波形が理論的に予測されているということである。波形が予測されていると、解析において Matched Filter 法という手法を用いて重力波を見つけ出すことができる。この Matched Filter 法はデータの中から、事前に用意しておいた理論波形に近いものを探し出すという手法であり、ノイズに埋もれた重力波であっても効率的に見つけ出すことが可能である。

この中性子星連星は電磁波による観測からすでに見つかっており、KAGRA の期待されている感度からは年に数回の連星中性子星合体が観測できると見積もられている。

超新星爆発

大質量の恒星は、星の進化の最後に超新星爆発を起こすとされている。この超新星爆発の際に重力波を放出すると考えられている。

超新星爆発は連星中性子星合体よりも高頻度の現象であり、銀河系内で発生すれば重力波を検出できると期待されている。しかし一方で、連星中性子星とは違い、その重力波の波形を予測することが難しく、Matched Filter 法を用いることができない。そのため、現在このような突発的なイベントに対しての様々なデータ解析手法が開発されている。

宇宙重力波背景放射

宇宙誕生初期には、宇宙の急膨張であるインフレーションや、相転移などの現象が起こったと考えられおり、この際に重力波が放出されたと考えられている。この重力波をによって宇宙初期の状態を知ることができると考えられている。

宇宙重力波背景放射の大きな特徴は、放出された時期が宇宙の晴れあがり以前であるということである。現在、宇宙の観測は電磁波でしか行われていないが、電磁波での測定では、宇宙の晴れあがり以前の情報を取得できないという限界が存在する。しかし、この宇宙重力波背景放射を観測することができれば、電磁気では取得できない、宇宙誕生直後の情報を取得できるのである。

しかし、この重力波は全天からほぼ一様にやってくると考えられており、また波形が予測できないことから、一つの検出器ではノイズとの区別ができない。そのため、複数の検出器による相関を取る、コヒーレンス解析が有効であると考えられる。

1.3 重力波の検出

重力波検出器には様々な種類が存在する。

重力波による影響を弾性体の振動エネルギーへ変換し、その振動モードを読み取ることで重力波を検出する共振型重力波検出器や、重力波による距離の変化を光の干渉縞の変化へと変換して読み取る干渉計型重力波検出器、重力波によるドップラーシフトを検出するドップラートラッキングや、正確な周期をもつパルサーからの信号が重力波によって変化する効果を測定するパルサータイミングなどがあげられる。

このうち、現在主流となっている干渉計型重力波検出器について説明する。

1.3.1 重力波による影響

重力波を検出するためには、重力波による影響を視覚化する必要がある。そのためには重力波による影響を考えなくてはならない。

そこで重力波が入射した際の2つの自由質点間の距離について考える。

Minkowski 時空上で座標 $(0,0,0,0)$ と $(0,\epsilon,0,0)$ にある 2 つの粒子を考える。この時、重力波が入射すると、この 2 点間の固有距離は

$$\begin{aligned} \int |ds^2|^{1/2} &= \int |g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu|^{1/2} & (1.25) \\ &= \int_0^\epsilon |g_{11}|^{1/2} dx \simeq |g_{11}|^{1/2} \epsilon = \left(1 + \frac{1}{2} \bar{h}_{11}\right) \epsilon \end{aligned}$$

となる。このように、重力波が入射することによって、自由質点間の固有距離が変化する。

1.3.2 干渉計型重力波検出器

干渉計型重力波検出器は、重力波による距離の変化を、Michelson 干渉計を基にした干渉計を用いて検出する検出器である。そこで、Michelson 干渉計の重力波に対する応答について考える。

Michelson 干渉計

Michelson 干渉計の図を以下に示す。

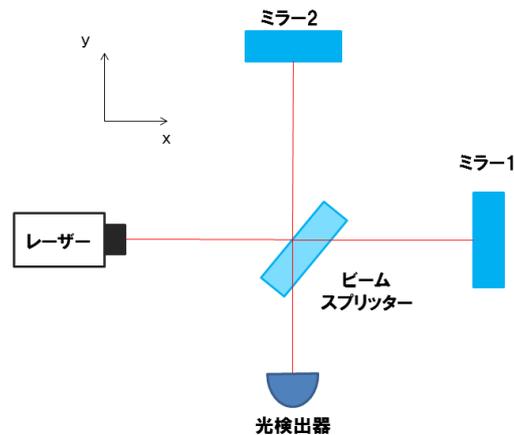


図 1.1: Michelson 干渉計

Michelson 干渉計では、一つのレーザーから出た光をビームスプリッターを用いて 2 方向へ分け、ミラーで跳ね返し、戻ってきた光を同じビームスプリッターによって光検出器へ反射される。この時、2 つの光に位相差が生じていると干渉状態が変化し、位相差に応じた強さの光が光検出器に入るようになる。

レーザー光からやってくる光を

$$E_{in} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (1.26)$$

と表す。また、光がビームスプリッターとミラー1,2間との往復することによって生じる位相変化をそれぞれ ϕ_x, ϕ_y と表すと、光検出器上に入ってくる光は

$$E_{out} = E_x e^{i(\Omega t - \phi_x)} + E_y e^{i(\Omega t - \phi_y)} \quad (1.27)$$

と書ける。 E_x, E_y はそれぞれミラー1,2へ行った光の振幅である。理想的な状態ではこれらの振幅は等しく、 $E_x = E_y = \frac{1}{2}E_0$ となる。光検出器上でのパワーは

$$P_{out} = |E_{out}|^2 = E_x^2 + E_y^2 + 2E_x E_y \cos(\phi_x - \phi_y) \quad (1.28)$$

$$= \frac{P_{max} + P_{min}}{2} + \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \cos(\phi_x - \phi_y) \quad (1.29)$$

ここで

$$P_{max} = (E_x + E_y)^2 \quad (1.30)$$

$$P_{min} = (E_x - E_y)^2 \quad (1.31)$$

とした。このように、光検出器に入ってくる光のパワーは $\cos(\phi_x - \phi_y)$ によって変化することがわかる。パワーが最大となるのは2つの位相差が0の時であり、その時のパワーは P_{max} に一致する。逆に最小となる場合は2つの位相差が π となる時であり、その時のパワーは P_{min} に一致する。二つの光の振幅が等しいときにはパワーの最大値は E_0^2 となり、最小値は0であり光検出器には光が入ってこない。

重力波に対する応答

ビームスプリッター上を原点とし、ミラー1方向にx軸、ミラー2方向にy軸を取る。簡単のため、z軸方向から+モードの重力波のみが入射したことを考える。ビームスプリッターからミラー1,2までの距離をそれぞれ l_x, l_y とする。x軸上の光の測地線は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h(t)) dx^2 = 0 \quad (1.32)$$

となる。 $h(t) \ll 1$ であるから、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{c}{\sqrt{1 + h(t)}} \simeq (1 - \frac{1}{2}h(t))c \quad (1.33)$$

となる。ビームスプリッターからミラー1の間を往復するのにかかる時間を Δt_x とし、往復の経路で積分を行うと、

$$\int_{t-\Delta t_x}^t (1 - \frac{1}{2}h(t')) c dt' = 2l_x \quad (1.34)$$

よって、

$$\Delta t_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_x}^t h(t') dt' \quad (1.35)$$

となる。これは Δt_x に関する積分方程式となっているが、微小量について考えているため、積分の下限に入っている Δt_x を $\frac{2l_x}{c}$ で置き換える。すると、

$$\Delta t_x \simeq \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^t h(t') dt' \quad (1.36)$$

となる。よって、x 軸上を往復する時の位相変化は

$$\phi_x = \Omega \Delta t_x \quad (1.37)$$

$$= \frac{2l_x \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^t h(t') dt' \quad (1.38)$$

と表される。

y 軸の場合も同様にして、

$$\phi_y = \Omega \Delta t_y \quad (1.39)$$

$$= \frac{2l_y \Omega}{c} - \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_y}{c}}^t h(t') dt' \quad (1.40)$$

となる。

よって、 $l_x \simeq l_y \simeq l$ 、 $l_- = l_x - l_y$ とすると、

$$\phi_x - \phi_y = \frac{2l_- \Omega}{c} + \delta\phi_{GW} \quad (1.41)$$

$$\delta\phi_{GW} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t h(t') dt' \quad (1.42)$$

$$(1.43)$$

となる。(1.42)の右辺第一項はビームスプリッターからそれぞれのミラーへの距離の差によって生まれる位相差を示しており、式(1.43)が重力波によって生まれる位相差を表している。この位相差を読み取ることで重力波を検出することができる。

周波数応答

Michelson 干渉計の重力波に対する周波数応答について考える。周波数空間で考えるため、 $h(t)$ を $h(\omega)$ のフーリエ変換とする。

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.44)$$

これを式(1.43)に代入すると、

$$\delta\phi_{GW} = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t'} d\omega dt' \quad (1.45)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-i\frac{l\omega}{c}} e^{i\omega t} d\omega \quad (1.46)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} H_{MI}(\omega) h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.47)$$

となる。 H_{MI} が Michelson 干渉計の重力波に対する周波数応答関数となっており、

$$H_{MI}(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{l\omega}{c}\right) e^{-i\frac{l\omega}{c}} \quad (1.48)$$

である。この応答関数の絶対値 $|H_{MI}|$ が最大となるのは、

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \quad (1.49)$$

となる時である。これは、光がビームスプリッターとミラーの間を往復する間に重力波の位相が反転する場合に感度が最大となることを示している。この式から、検出したい重力波の周波数に対して、感度が最大となる Michelson 干渉計の腕の長さ (基線長) を求めることができる。例えば 100Hz の重力波に対して感度が最大となる基線長を考える。 $\omega = 2\pi \times 100$ を代入すると、基線長 $l \simeq 750\text{km}$ となる。750km の Michelson 干渉計を作ることは現実的には不可能である。そのため、Michelson 干渉計に新たにミラーを入れ、干渉計内で光を何度も反射させることで光路長を増やす方法が考えられている。現在では、Michelson 干渉計の腕に Fabry-Perot 共振器を組み合わせることで実効的な基線長をかせぐ、Fabry-Perot-Michelson 干渉計が主流になっており、日本の KAGRA を含めた、世界中で建設中の干渉計型重力波検出器はすべてこの方式を採用している。

2 シューマン共振

重力波からの信号は非常に微弱であるため、検出器の様々な雑音を取り除かなければならない。KAGRA に存在する種々の雑音の一つに磁場による雑音がある。

2.1 磁場雑音

干渉計型重力波検出器には、干渉計のミラーの制御に磁石を用いている。ミラーの裏に4つの磁石を取り付け、すぐ後ろからコイルによってミラーの向きを調節する。そのため、外部磁場の変動がミラーに影響し、ミラーの角度がずれて検出器の雑音となってしまう。そのため、検出器周囲の磁場変動について把握する必要がある。

今、ミラーに取り付けられている磁石の厚さを d とすると、これは距離 d だけ離れた磁気双極子と考えることができる。双極子が持つ磁荷を $q_m, -q_m$ とし、 $-q_m$ 側がミラーに取り付けられているとする。外部磁場を \mathbf{B} とすれば、磁気双極子は

$$\mathbf{N} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (2.1)$$

のトルクを受けることになる。ここで μ_0 , \mathbf{m} はそれぞれ真空の透磁率と磁気双極子モーメントである。

ここで簡単のため、磁石の長さ方向を x 軸にとる。すなわち、 $\mathbf{m} = (q_m d, 0, 0)$ とする。すると、磁石4つが受けるトルクは

$$N = 4 * \frac{q_m d}{\mu_0} B \sin \theta \quad (2.2)$$

となる。ここで $|\mathbf{B}| = B$ とし、外部磁場が x 軸正方向とのなす角度を θ とした。

ここからは上で求めたトルクの向きを y 軸にとって、右手系座標で考える。

磁気双極子が外部磁場によって受けるトルクから、ミラーの y 軸周りの回転角を求めることができる。簡単のため、 $\sin \theta \simeq 1$ として外部磁場を z 軸に固定する。さらに外部磁場の変動を $B = B \sin \omega t$ として表すと、ミラーの y 軸周りの回転角 ϕ は次の強制振動の式に従うことになる。

$$I \ddot{\phi} + k \phi = A \sin \omega t \quad (2.3)$$

なお、 I はミラーを含めた y 軸周りの回転についての慣性モーメント、 k は比例定数、 A は $A = 4 * \frac{q_m d}{\mu_0} B$ である。

ここで初期条件として時刻 $t = 0$ の時に次の二つが成り立つとする。

$$\phi(t = 0) = 0 \quad (2.4)$$

$$I \ddot{\phi}(t = 0) = N \quad (2.5)$$

この条件に従い、式 (2.3) を解くと、

$$|\phi| = \frac{q_m d}{I \pi^2 \mu_0} \frac{1}{f^2 - f_0^2} |B| \quad (2.6)$$

となる。なお、 $\omega = 2\pi f$ としており、 f_0 はミラーの y 軸周りの振動における共振周波数である。

KAGRA において、外部磁場による変動で、 y 軸周りにミラーが回転し、ミラーの中心が 1mm ずれたとすると、これによる光路長の変化は次のように検出される。

$$|\bar{h}| = \frac{2}{3} 10^{-6} \frac{q_m d}{I \pi^2 \mu_0} \frac{1}{f^2 - f_0^2} |B| \quad [1/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (2.7)$$

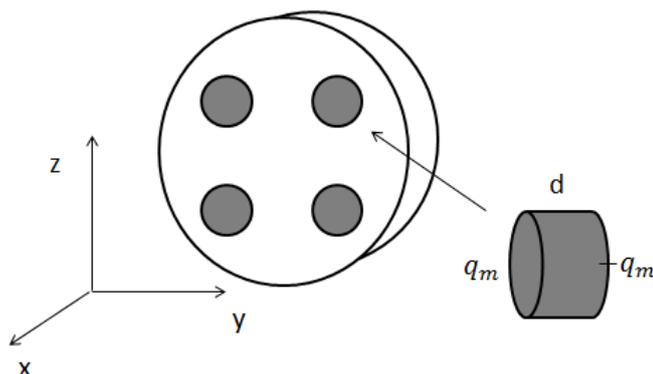


図 2.1: ミラーと磁石

先行研究として 2013 年に神岡鉱山において環境磁場測定を行っており、その時に測定した KAGRA 周囲の磁場についてどの程度検出器の感度に影響するかについて計算を行っている [10]。その結果を以下に示す。

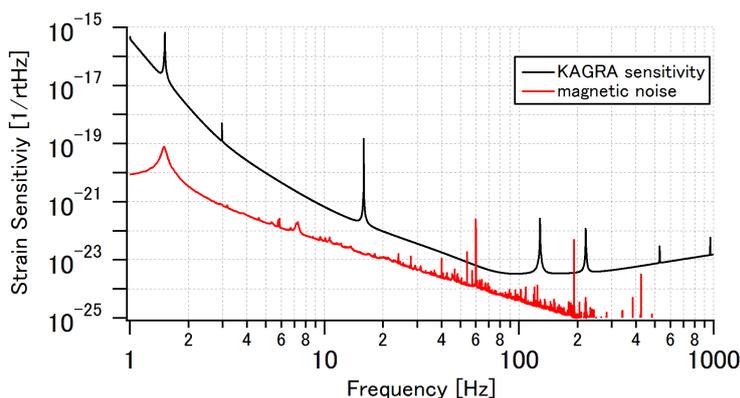


図 2.2: 矢野和城, 2014

なお、この時はフラックスゲート磁力計というセンサーを用いて測定しており、そのセンサー雑音が 10 ~ 20pT 程度であったため、KAGRA の環境磁場の詳細な構造を測定することはできなかった。しかし、環境磁場の上限値を与え、その上限値に基づいて KAGRA の感度について影響がないことを示している。

2.2 シューマン共振

前小節によって、磁場雑音の大きさ自体は感度に影響しないと考えられる。しかし、シューマン共振と呼ばれる、地球規模で同じ磁場変動が見えてしまう現象は、たとえその磁場の大きさ自体が小さくても検出器にとっては大きな問題となりうる。

2.2.1 特徴

シューマン共振とは、雷や太陽風などによって励起された電磁波が、地表面と電離層との間で共振する現象である。これは世界中で常にみられる現象であり、その共振周波数は1次から順に、約7.8Hz、14Hz、21Hz、27Hz・・・となる。これらの値はその日の環境によって変動するため正確に決められるものではない。

また、一度共振が起ると、その電磁波が十分減衰するまでに地球を数周するといわれており、世界中で共通した電磁波の共振を見ることができる。

シューマン共振による磁場変動の大きさは数 pT 程度であることが先行研究によって測定されている [3]。

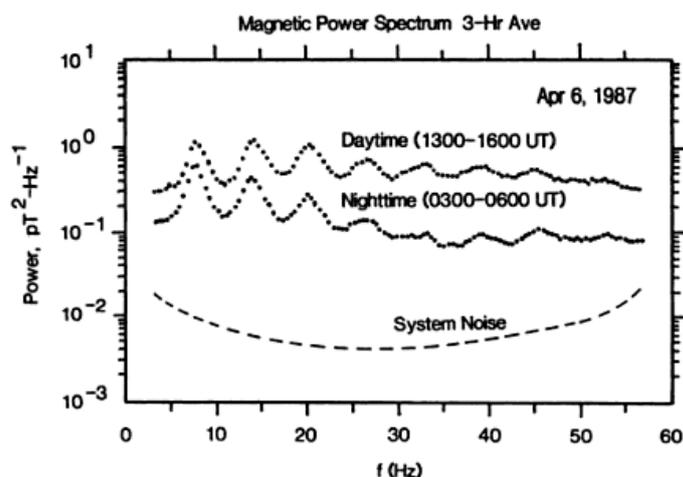


図 2.3: Surkov, V. and M. Hayakawa, 2014.

2.2.2 検出器への影響

シューマン共振による磁場雑音が他の磁場による雑音と決定的に異なる点は、世界中で同じ電磁波による雑音が見えてしまうということである。これにより、コヒーレンス解析によって取り除くことができない雑音となってしまふ。すると、これは前述の宇宙重力波背景放射との区別ができなくなってしまう。

先行研究に、シューマン共振がどの程度雑音になりうるのかについてアメリカの検出器 LIGO において計算されたデータが存在する [2]。

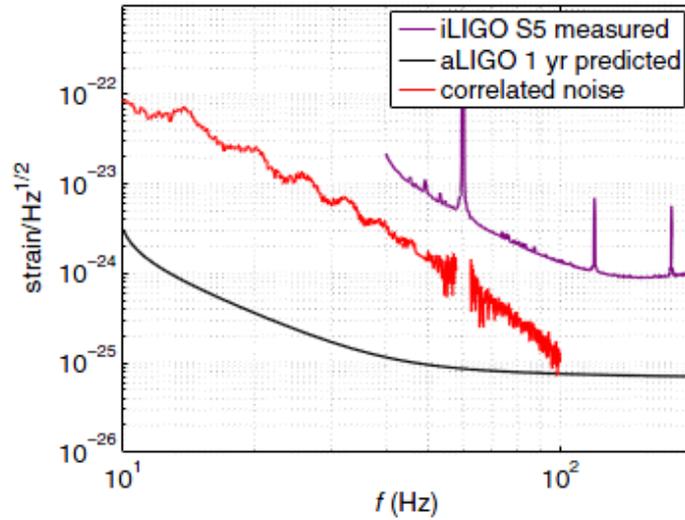


図 2.4: E.Thrane, N.Christensen, and R.M.S.Schofield. 2013

重力波検出器 LIGO は 2002 年から 2010 年まで稼働していた検出器であり、現在 Advanced LIGO へとアップグレード中である。この計算では、Advanced LIGO がミラーの制御に磁石を用いた場合、シューマン共振による雑音がどのように表れるかを計算したものである。図中の紫色の線は実際に行われた LIGO の観測によって求められた感度であり、赤線がシューマン共振などのコヒーレンスがあるノイズを表している。また、重力波検出器 LIGO は、ハンフォードとリビングストンの 2 箇所に建設されており、黒線は、この 2 箇所の Advanced LIGO が 1 年間の観測データによって相関を取った際に予測されている感度を表している。従って、このセットアップで重力波検出を行うと、シューマン共振によるノイズが感度にかかってきてしまう恐れがある。

実際には Advanced LIGO で用いられるミラー制御方法は、静電アクチュエータを用いたものになるため、シューマン共振による影響はもっと低減され、問題にはならないと予想されている。しかし、Advanced LIGO と同等の感度を目指している、KAGRA やヨーロッパで建設中の Advanced VIRGO では、磁石を用いたミラー制御方法を取るため、シューマン共振が問題となりうる。

2.2.3 表皮効果

真空中から物体に電磁波が侵入する時、電磁波は侵入していく距離に応じて減衰していく。特に金属に侵入する際には電磁波は急速に減衰し、電磁波はほとんど金属表面にしか存在しない。これを表皮効果と呼ぶ。

マクスウェル方程式にオームの法則を適用すると

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu\sigma \mathbf{E} + \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.9)$$

となる。 μ, σ, ϵ はそれぞれ透磁率、電気伝導度、誘電率である。ここから \mathbf{B} を消去して、

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

さらに、(左辺) = $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}$ とでき、 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ とすれば、

$$\left(\Delta - \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (2.11)$$

となる。今、電磁波が z 軸方向に進んでいることを考えると、

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-(ik+\kappa)z+i\omega t} \quad (2.12)$$

と書ける。これを式 (2.11) に代入すれば

$$(ik + \kappa)^2 - i\mu\sigma\omega + \mu\epsilon\omega^2 = 0 \quad (2.13)$$

となる。これを解くと、

$$k = \frac{1}{\delta} \left(\frac{\omega\epsilon}{\sigma} + \sqrt{1 + \frac{\omega^2\epsilon^2}{\sigma^2}} \right)^{1/2} \quad (2.14)$$

$$\kappa = \frac{1}{\delta} \left(\frac{\omega\epsilon}{\sigma} + \sqrt{1 + \frac{\omega^2\epsilon^2}{\sigma^2}} \right)^{-1/2} \quad (2.15)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \quad (2.16)$$

となる。従って、物体内に侵入した電磁波はその深さ z に対して $\exp(-z/\delta)$ によって減衰していくことがわかる。この δ は表皮深さ (skin depth) などと呼ばれ、物体内に侵入した電磁波の振幅が $1/e$ 倍となる深さを表している。この式から、電磁波は高周波になるほど表皮深さの値が小さくなり、低周波よりも早く減衰してしまうことがわかる。

KAGRA の表皮深さ

KAGRA の場合について大まかに表皮深さを計算する。KAGRA 鉱山付近の土壌について比抵抗構造を測定した研究が存在する。それによると、この周囲の比抵抗は $400[\Omega \text{ m}]$ 程度である。また、典型的な土壌の透磁率は真空の透磁率程度である。

よって、シューマン共振の周波数帯として、電磁波の周波数を $10[\text{Hz}]$ とすると

$$\delta \simeq \sqrt{\frac{2 \times 400}{10^{-6} \times 2\pi \times 10}} \simeq 3 \times 10^3 \quad (2.17)$$

となる。これにより、KAGRA における表皮深さがおよそ 3km であることが見積れた。

実際には KAGRA は地下 300m ほどに建設されているため、期待される電磁波の低減効果は、振幅がおよそ $\exp(-300/3000) \simeq 0.9$ 倍となる程度であることがわかる。

さらに、シューマン共振の波は周波数が倍になっていく通常の高調波とは少しずれているが、今高調波が 2 倍、3 倍となっていくと仮定して概算すると、2 次以降の波は、1 次の波に対して、その次数の平方根の逆数倍の軽減効果を受けることになる。従って 2 次は $0.9/\sqrt{2} \simeq 0.6$ 倍、3 次では $0.9/\sqrt{3} \simeq 0.5$ 倍となる。

3 測定

2014年12月に日本の重力波検出器KAGRAが建設されている岐阜県の神岡鉱山において磁場計測を行った。これは、実際に干渉計が設置される神岡鉱山内と、鉱山の外側とで磁場を測定し、重力波検出器にとって問題となりうるシューマン共振が、トンネル内外でどの程度軽減されているのかを測定することが目的である。

3.1 測定場所

測定は前述のとおり、現在建設中である重力波検出器KAGRAがある、岐阜県の神岡鉱山にて、鉱山内のトンネルと鉱山外の2点で行った。

トンネル外の観測点には、トンネル入り口から数百メートルほど離れた平地を選択した。トンネルでの作業がノイズとして入ってくる恐れがあるため、理想的にはもう少し離れた別の地点を選択しようとしていたが、道が悪く、熊や猪などの目撃報告があったため、安全を考慮してのことである。周囲の環境としては、目に見える範囲に電氣的な雑音源となりうるものは存在していなかった。KAGRA坑口付近には川が流れているが、その下流約500m離れた場所には発電施設があり、稼働していることが確認された。また、上流約600m離れた先にも発電所が存在していることが確認された。

トンネル内では、全体にわたって様々な機器の搬入作業や組み立て作業等を行っており、それらの雑音からなるべく逃れるために、また、測定のために十分なスペースを確保するためにも、まだ作業を行っていないトンネル内中央部分の2階にて測定を行った。周囲の環境としては、すぐ近くには電磁氣的ノイズ発生源となりうるものは存在してはいないものの、下の1階部分では作業が行われているため、そこでは発電機やモーターなどが存在していると考えられる。

トンネル内中央部2階のスペースでは作業自体は行ってはいないものの、一階部分では様々な作業を昼間にも夜間にも行っており、これはノイズ源になってしまう。そのため、今回の測定のために夜間の作業を一時中断してもらい、昼間と夜間の両方の時間帯で測定を行った。



図 3.1: トンネル外の観測点



図 3.2: トンネル内の観測点

3.2 測定機器

磁場測定には、PHOENIX GEOPHYSICS の AMTC-30 というコイルを使い、コイルからのデータを同社の MTU-5A によって取得した。このコイルは一方向にのみ感度を持つコイルであり、これを一つの観測点において二つ用いることで水平方向二成分を測定した。また、トンネル外の観測点ではコイルを一つ立て、地面に対して鉛直方向も測定した。



図 3.3: 測定に用いたコイル



図 3.4: データロガー

3.3 測定方法

3.3.1 測定手法

今回の電磁波測定では MT 法 (Magnetotellurics method) と呼ばれる手法を基にしている。

MT 法は、地下の比抵抗構造を測定することを目的としている。測定したい場所の地表面にコイルや電極を埋め、それらによって電磁場を測定し、その結果からその場所での比抵抗構造を推定するという手法である。

電磁波が地面へ入射して地下へ進んでいくと、電磁波は地面に誘導電流を生じさせながら地下へと進んでいく。従って、電磁波は減衰しながら進んでいくことになる。これは前述の表皮効果による、電磁波の振幅減衰作用に他ならない。よって、この減衰の様子を測定することで表皮効果の式から比抵抗を知ることができる。

電磁場を測定するために、電磁波を用いる必要があるが、MT 法の場合、これに用いる電磁波には地球上に常に存在する自然電磁波が用いられている。これらは太陽風によって励起される地磁気脈動や、シューマン共振などが該当する。自然電磁波で用いられる周波数帯は $300 \sim 0.001 \text{ Hz}$ 程度であり、地面の比抵抗を数十 $\Omega \text{ m}$ 程度であると、最大 100Km 以上もの表皮深さとなる。このように MT 法では自然電磁波の周波数の低さを利用して地下深くの比抵抗構造を推定することが可能である。なお、比較的浅い地下の比抵抗構造を推定するためには、高周波の電磁波を用いる必要がある。そのため、人工の電磁波を用いる観測手法が存在し、それは AMT 法 (Audiofrequency MT 法) と呼ばれている。

今回の測定ではシューマン共振による磁場変動を観測することが目的であるため、この手法を用いて磁場測定の実データ取得までを行うことができればよい。

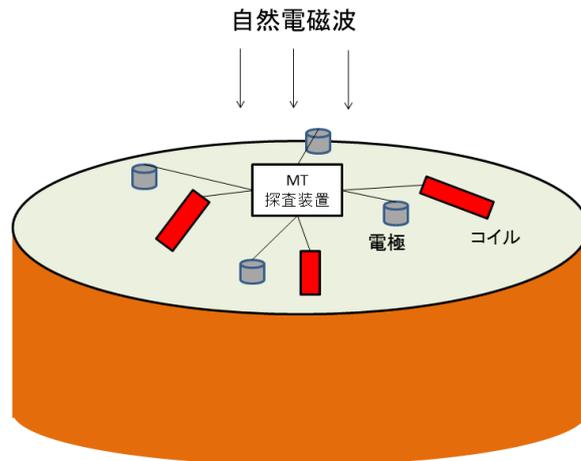


図 3.5: MT 法概略図

3.3.2 測定準備

測定日は2014年12月1日から3日の三日間である。

12月1日の午前中に、トンネル外の測定点の準備を行った。

トンネル外の測定点まで行き、測定時の邪魔にならないように周りの草を刈り、大きい石をどかしてコイルと電極を埋めるための場所を決める。スコップ等を用いて穴を掘り、その中へそれぞれの機材を埋める。本来コイルは埋める必要がないが、このコイルは1方向にのみ感度を持つため、コイルの向きが非常に大切である。そのため地中に埋めることによって向きを固定する。コイルは合計三つ埋め、一つは北南方向、もう一つは東西方向にそれぞれ向いており、最後の一つは鉛直方向に立てて、半分ほどが地面に埋まっており、地上に出ている部分は補助の三脚が取り付けられている。電極は東西南北の方位にそれぞれ一つずつ埋める。

コイルを固定した後、コイルとデータロガーをつなぎ、データ保存用のメモリーを入れてGPSを同期させる。後は測定開始時刻と終了時刻を設定すればトンネル外の観測点での作業は終了である。

同日午後には、トンネル内の測定点の準備を行った。

トンネル内の観測点は、すでに地面が整備されているため、穴を掘ってコイルを固定することはできない。そのため、二つのコイルを床に直接置き、事前に用意した砂袋で周りを囲って固定する。そもそも、この場所はKAGRAとしての作業を行っていない場所を選んだため、人の出入りはなく、コイルが大きくずれることはないと考えられる。コイルの向きは方位磁石を用いてそれぞれ北南方向と東西方向に合わせている。

トンネル内では装置のGPS同期ができないため、あらかじめトンネルの外でGPSを同期させておき、後はトンネル外の観測点と同様にコイルとデータロガーを配線し、測定時刻を設定して終了である。

3.3.3 測定行程

12月1日

12月1日の午前中にトンネル外の測定点で前述の測定準備を終えた後、テスト測定を開始した。測定時間は12時から15時程度までである。

同日の午後にトンネル内の準備も終了した後、最初の本測定を開始した。測定は12月1日の午後18時から翌朝8時までの14時間行った。

12月2日

12月2日の午前中に、まずトンネル外の観測点へ行き、バッテリーとメモリーの交換作業を行った。バッテリーを交換したのち、GPSを再同期させて、日中の測定を開始させた。

その後トンネル内の観測点へ行き、同様にバッテリーとメモリーの交換作業を行った。トンネル内の装置はGPSを再同期させるために一度トンネルの外へ出す必要がある。その際にコイルも一緒に持ち出さなくてはならないため、コイルの置いてあった場所にマーカーでしるしを付けてから外へ持ち出した。GPSを同期させた後、再び同じ場所へ装置を置いた。こちらも日中の測定を開始させて作業を終了した。

そのため日中の測定は二つの場所で開始時刻がそれぞれ異なる。

同日午後3時頃にトンネル外の観測点へ行き、測定を終了させ、前回同様にバッテリーとメモリーを交換し、夜の測定時間を設定した。その後、トンネル内の測定点でも同様の作業を行ってその日の作業を終了した。三回目となる今回の測定時間は、12月2日18時から翌朝8時までの14時間である。

12月3日

翌日12月3日の午前中に、両観測点の装置の回収と片付けを行い、測定を終了した。

トンネル内での装置の回収時に、コイルの向きがずれていることがわかった。これは回収時に念のために方位磁石を用いて再度向きを確認した際に発覚した。ずれは北南方向のコイルが北向きから西方向へ17度、東西方向のコイルが東向きから北方向へ23度ほどであった。

4 測定結果

ここでは前章の方法で取得したデータとその解析結果を記述する。本解析では mathworks 社の matlab というソフトを用いて解析を行った。

4.1 データの特徴

以下の節で解析したデータはすべてサンプリング周波数 150Hz の連続データから必要に応じて切り出したデータになっている。また、周波数解析ではナイキスト周波数を考慮して 75Hz 以下のデータを解析することになるが、コイルのキャリブレーションファイルが 70Hz までであったため、70Hz までのデータを解析している。また、測定データは右手系の座標を用いているため、北南方向を B_x 、東西方向を B_y と記述する。

4.2 時系列データ

以下に取得したデータの時系列を示す。なお、これらのデータはキャリブレーション前のデータであるため、縦軸はコイルが出力した信号の大きさということになる。同社の同じコイルを扱っているため、大小比較は目安にはなるが、キャリブレーションファイル自体は異なるため、厳密には別のコイルとの時系列データの大小関係を比べるといった議論はできない。

以下の時系列データの図はすべて縦軸は $-2 \times 10^5 \sim 2 \times 10^5$ の範囲を図示しており、横軸は時間を示している。夜のデータは 14 時間分であり、昼のデータは 3 時間分である。

12月1日夜

12月1日 18時から翌朝8時の測定で得られた時系列データを示す。なお、便宜的にこの時間取得したデータを以下では12月1日のデータとし、「1201N」と記述することにする。

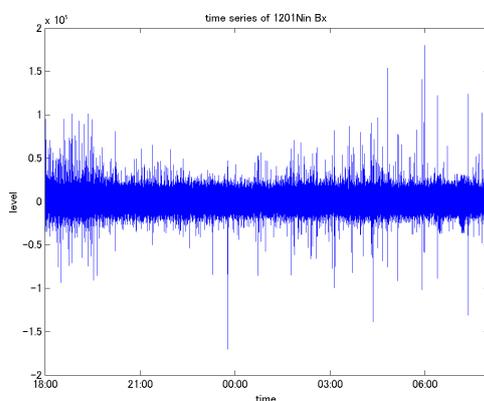


図 4.1: 1201N tunnel Bx

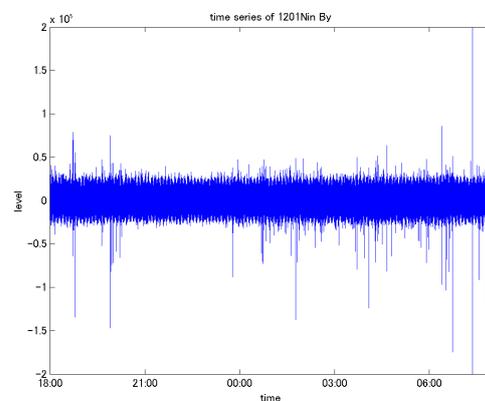


図 4.2: 1201N tunnel By

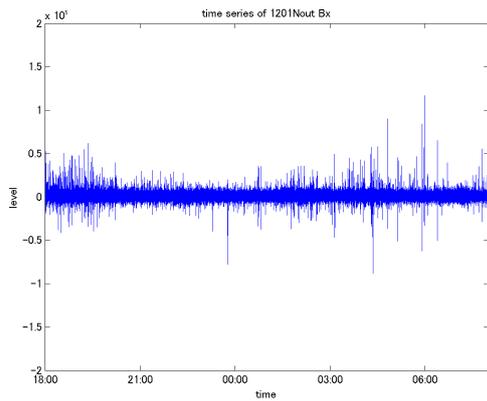


図 4.3: 1201N outside Bx

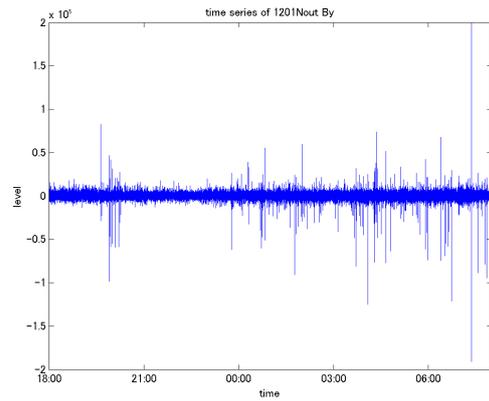


図 4.4: 1201N outside By

12月2日昼

12月2日の昼間に取得したデータを以下に示す。なお、このデータはトンネル外の観測点とトンネル内の観測点とでは測定開始と終了時刻がそれぞれ異なるため、二つのデータがどちらも取得できている時間帯である、12時から15時のデータのみを取り出して来ている。このデータは以下便宜的に「1202D」と表すこととする。

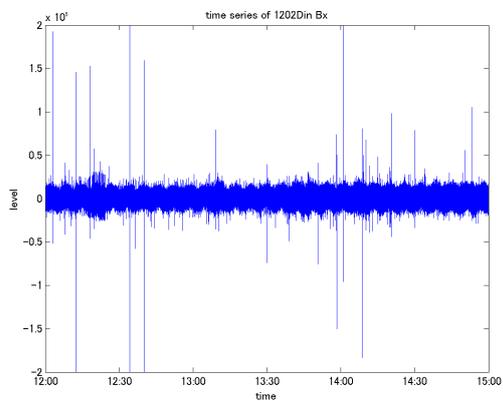


図 4.5: 1202D tunnel Bx

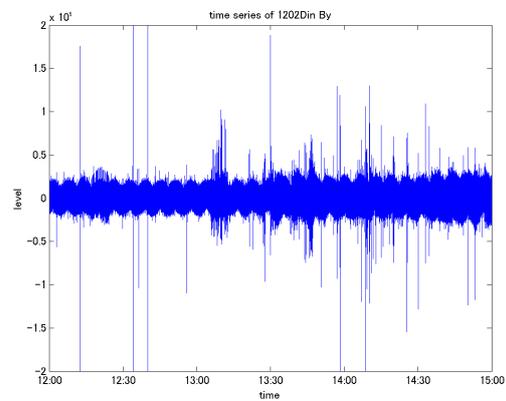


図 4.6: 1202D tunnel By

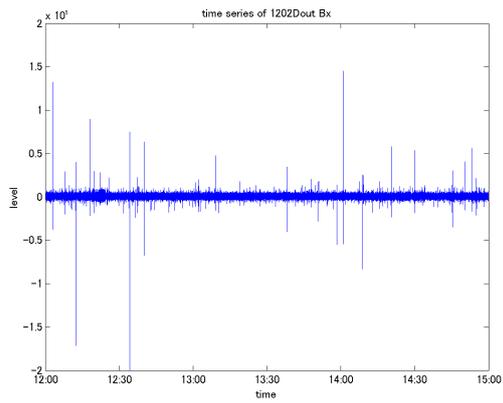


図 4.7: 1202D outside Bx

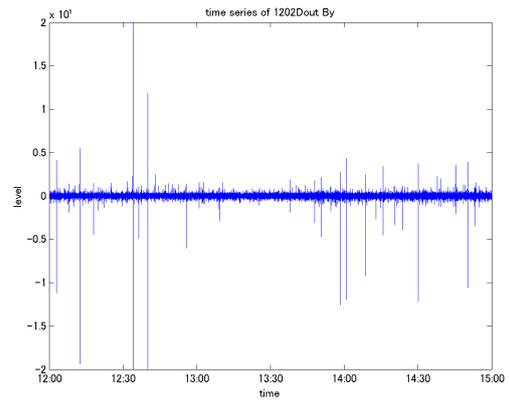


図 4.8: 1202D outside By

12月2日夜

以下では12月2日18時から翌朝8時に取得したデータを示す。このデータは便宜的に「1202N」と表す。

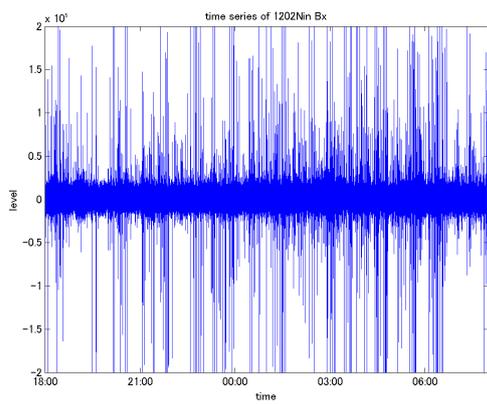


図 4.9: 1202N tunnel Bx

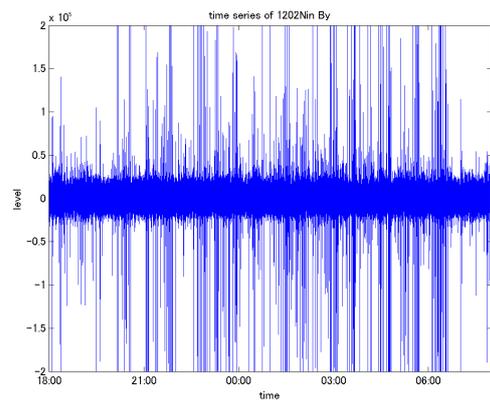


図 4.10: 1202N tunnel By

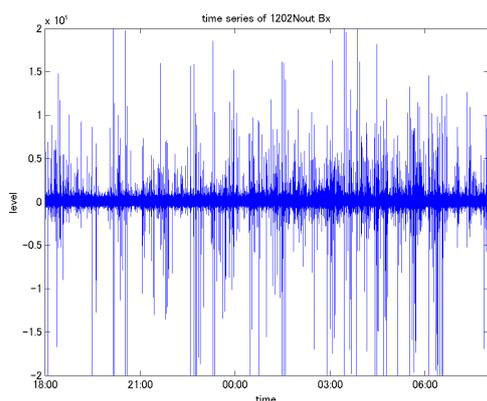


図 4.11: 1202N outside Bx

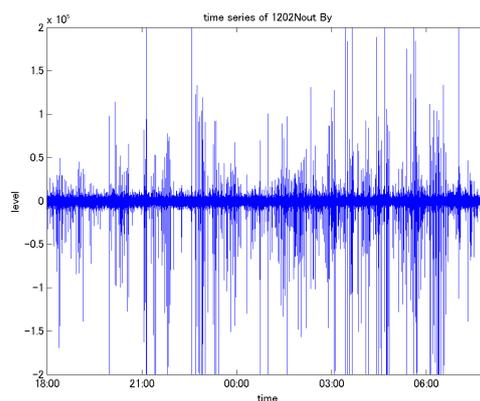


図 4.12: 1202N outside By

時系列データの考察

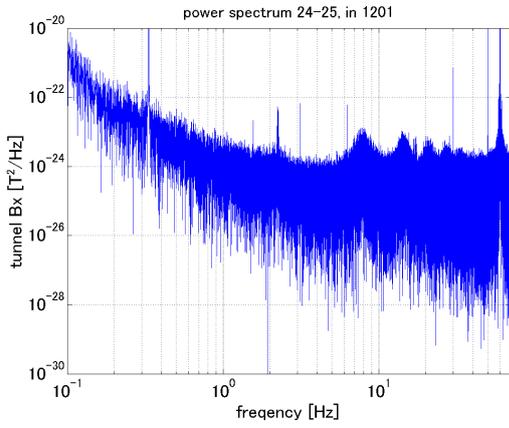
以上の時系列データを見比べるとわかるとおり、12月2日の夜観測分のデータには非常にスパイクがたっていることがわかる。これはこの観測時間帯に雷が鳴っており、天気が悪かったことが原因であると考えられる。また、12月2日の昼のデータを見ると明らかなうねりが見て取れる。これはトンネル内の作業による雑音であると考えられる。3時間分の時系列データでその存在が確認できることから、非常に低周波であることがわかる。

4.3 周波数スペクトル

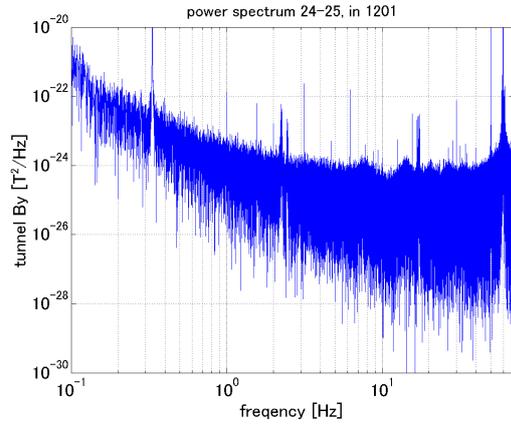
以下では取得した時系列データを元にして求めた周波数スペクトルを示す。スペクトルは一時間ごとに時系列データを切り出して、それぞれでフーリエ変換を施しパワースペクトルを求めた。これはデータを使用する時間を長くすればするほどノイズに埋もれて、シューマン共振を見つけることが難しくなってしまふことを避けるためである。なお、測定終了時にトンネル内のコイルがずれていることがわかったが、以下の結果はそれを考慮しないで求めたものである。すなわち、トンネル内の Bx と By の結果については正確に北南方向と東西方向のスペクトルを示していない恐れがある。

以下のスペクトルはすべて両対数プロットであり、すべてのグラフについて縦軸と横軸の範囲は同じである。

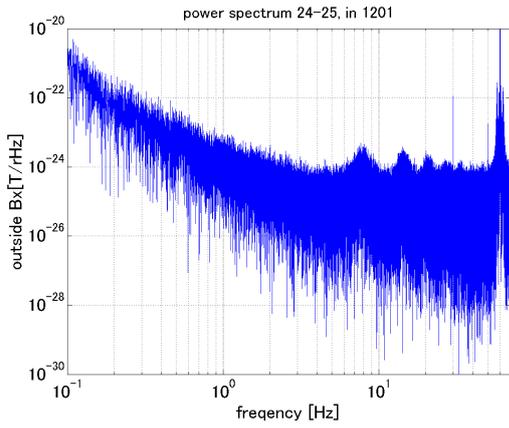
1201N



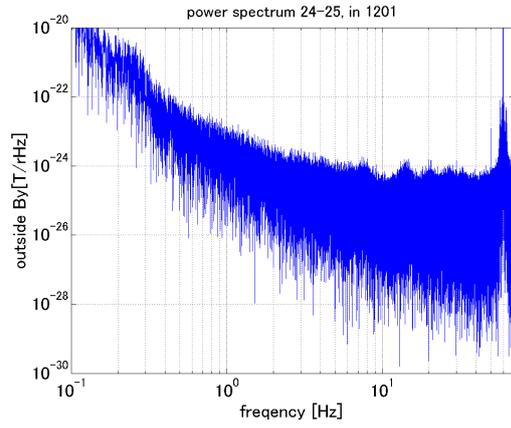
☒ 4.13: 1201N tunnel Bx



☒ 4.14: 1201N tunnel By

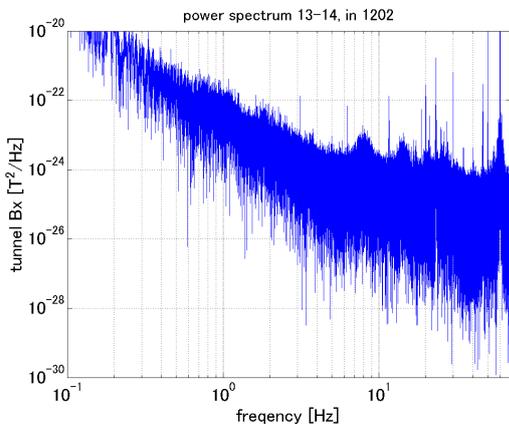


☒ 4.15: 1201N outside Bx

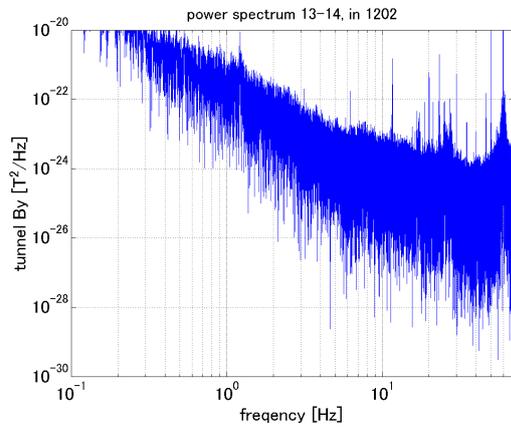


☒ 4.16: 1201N outside By

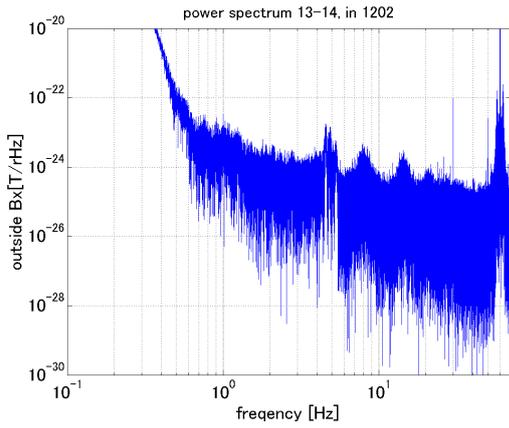
1202D



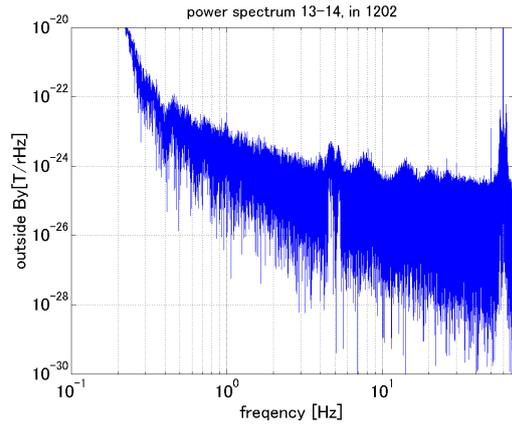
☒ 4.17: 1201N outside Bx



☒ 4.18: 1201N outside By

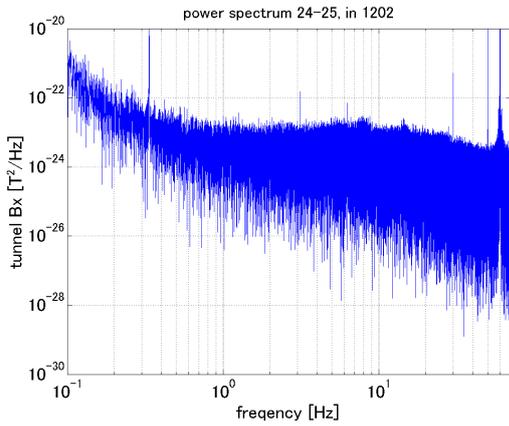


☒ 4.19: 1201N outside Bx

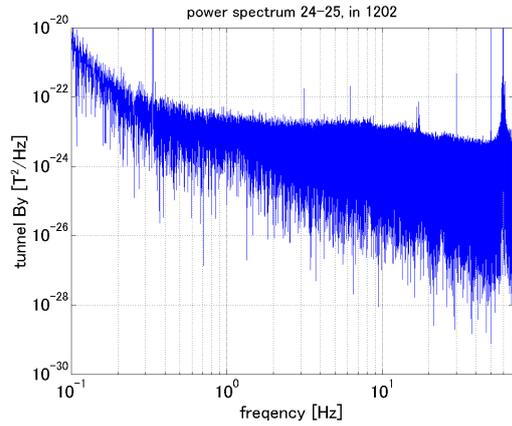


☒ 4.20: 1201N outside By

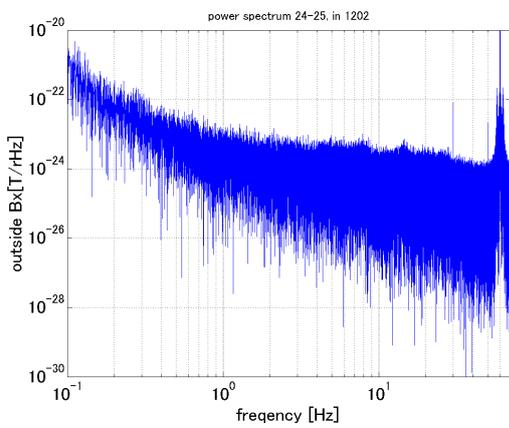
1202N



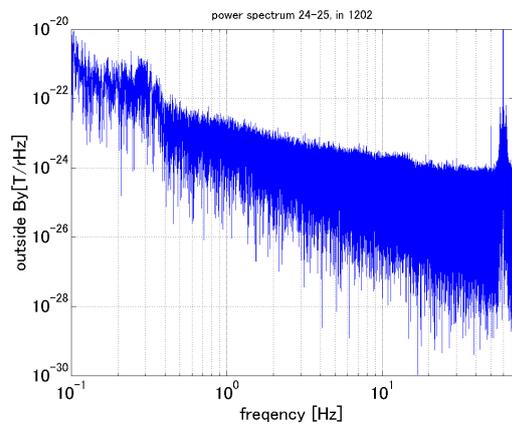
☒ 4.21: 1202N tunnel Bx



☒ 4.22: 1202N tunnel By



☒ 4.23: 1202N outside Bx



☒ 4.24: 1202N outside By

周波数スペクトルの考察

トンネル内とトンネル外ともにシューマン共振によるものと考えられるピークがたっていることがわかる。1201NのBxのデータを見ると、およそ5次程度までシューマン共振を確認することができる。これにより、一つの目標であった、シューマン共振をトンネル内外で測定するということが達成された。

また、トンネル内に作ることによって磁場が軽減されていることが予想されていたが、どのデータセットを見ても、トンネル内とトンネル外においてシューマン共振の周波数帯でトンネル内のほうが軽減されているという結果は見られなかった。建設段階にあるとはいえ、トンネル内のほうが作業をしていない間ならば磁場のノイズは少ないものだと予想をしていたため、そもそもトンネル内のほうがノイズが大きいという、予想に反した結果となった。

しかし、トンネル内においてシューマン共振が増幅されるという現象は起こりえないと考えられるため、詳細な解析によって軽減されている効果が見取れるかもしれない。そのためこの周波数スペクトルだけで断定することはできない。

時系列データの時点で予想できたことであるが、1201Nのデータがもっともノイズに対してシューマン共振が立っている様子がよくわかる。1202Dのデータでは作業中であるためノイズの影響受け、特に低周波が大きく上がってしまっている。また、1202Nのデータでは、時系列データと天候から雷の影響を大きく受けていることが予想されていた。雷などの短時間に起こるノイズは時系列データにはデルタ関数的に表れ、そのフーリエ変換をした周波数スペクトルでは広い周波数帯の成分となって現れることになる。従って、全周波数帯にわたってノイズフロアが1201Nよりも上がっていることから、予想に即した結果になっている。

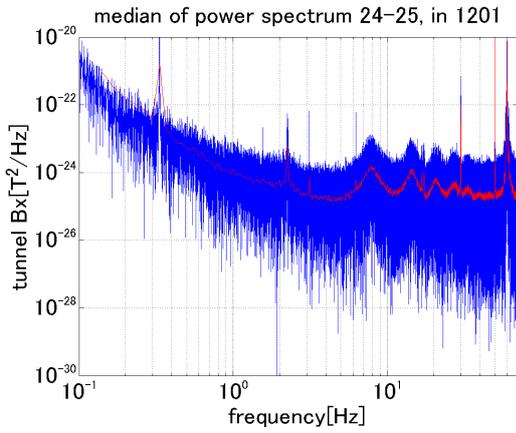
なお、1202Dのデータではノイズが多分に含まれていることが結果として分かったこと、1201Nと1202Nは夜18時から翌朝8時と測定条件がおなじことから、以下の解析では基本的に1201Nと1202Nの二つのデータを主に扱うこととする。

4.4 平滑化スペクトル

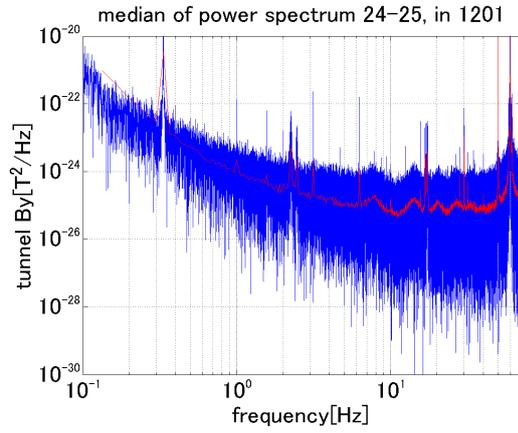
上記の周波数スペクトルをその特性を見やすくするために周波数ごとの中央値を平滑化スペクトルとして、プロットした。求めた周波数スペクトルのデータには、一つの周波数に対して一つの値しかないため、このままでは中央値を取ることはできない。そこで、1時間分のデータを30秒ごとのデータに区切り、120個のデータとして周波数スペクトルを求めた。これにより、一つの周波数に対して120個のデータができる。ここから周波数ごとの中央値を求めてプロットした。平均値ではなく中央値を用いたのは、平均値を計算する上で、その時間内に少しでも飛びぬけて悪いデータが存在すると、全体の計算結果に影響を及ぼしてしまう恐れがあり、中央値であればそのような心配がないためである。また、30秒ごとにスペクトルを求め、その中央値を求めることで、1時間分でのスペクトル計算では用いられていた、飛びぬけて悪いデータによる影響を抑えることができる。

なお、青いスペクトルは上記の周波数スペクトルと同じ、1時間分のスペクトルであり、赤いスペクトルが今回求めた中央値のスペクトルである。

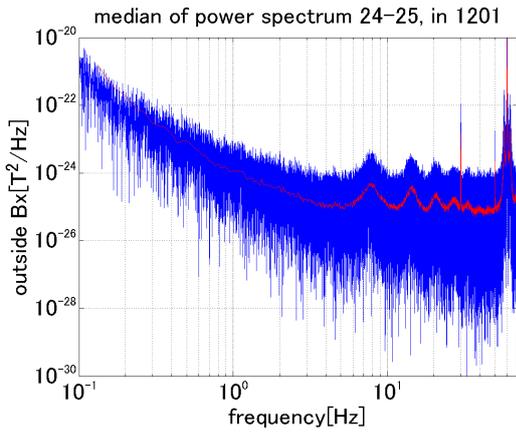
1201N



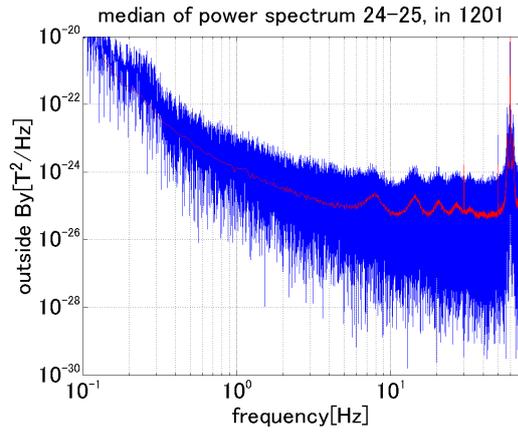
☒ 4.25: 1201N tunnel Bx



☒ 4.26: 1201N tunnel By

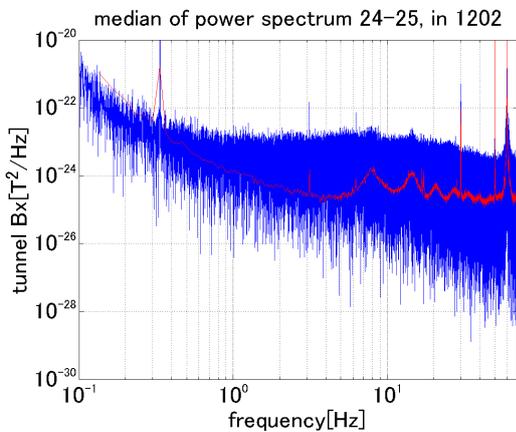


☒ 4.27: 1201N outside Bx

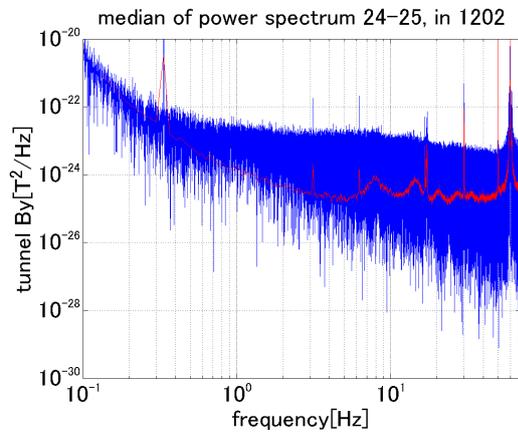


☒ 4.28: 1201N outside By

1202N



☒ 4.29: 1202N tunnel Bx



☒ 4.30: 1202N tunnel By

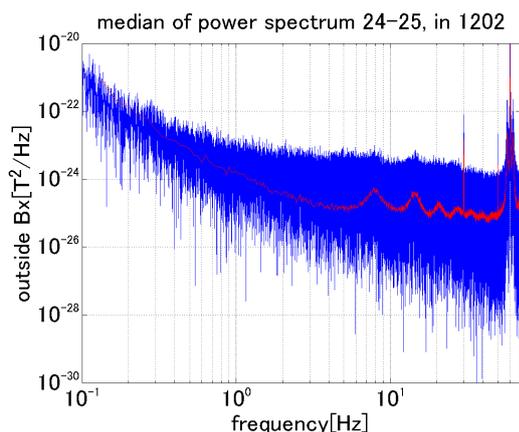


図 4.31: 1202N outside Bx

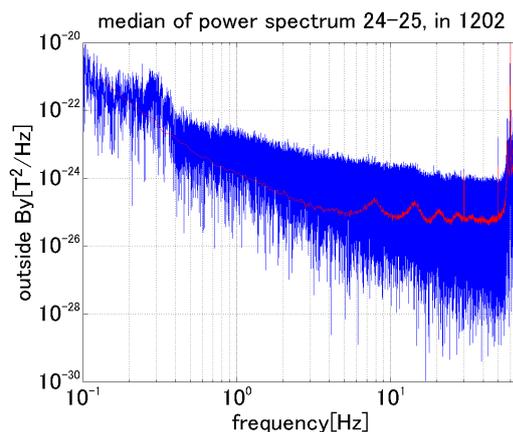


図 4.32: 1202N outside By

平滑化スペクトルについて考察

周波数スペクトルでは太くなっていたが、中央値のみをプロットすることで見やすくなっていることがわかる。これによって大まかなシューマン共振の磁場の大きさも、およそ数 pT 程度であることが見て取れ、先に示した先行研究での値と同程度であることが言える。

また、周波数スペクトルではほとんど見えていなかった 1202N でのシューマン共振も、こちらのスペクトルではおよそ 5 次程度まで確認できるようになっている。しかし、周波数スペクトルと同様に、トンネル内のほうがシューマン共振の磁場が大きく見えており、トンネルによる遮蔽効果は見られない。

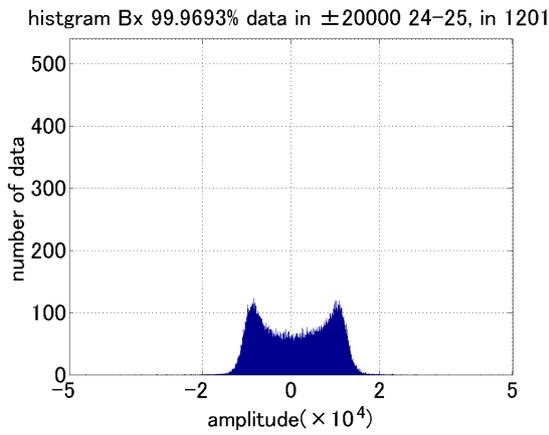
周波数スペクトルと平滑化スペクトルでは低周波に差が出ていることが確認できるが、これは扱っている時系列データの長さによる影響である。例えば今回のように 30 秒ごとにデータを区切ってしまうと、データの端の状態によっては、本来ないはずの、周期 30 秒ほどの低周波としてデータに表れてしまうことがある。一般的な解析においては、データを切り出す際に、データの端の状態を 0 に近づけさせる、窓関数とよばれる関数を作用させてからスペクトルを求める。しかし、今回の解析において目標としている周波数帯は 10 Hz 程度であり、30 秒であれば十分な長さのデータであると判断し、窓関数を作用させることは行っていない。

4.5 ヒストグラム

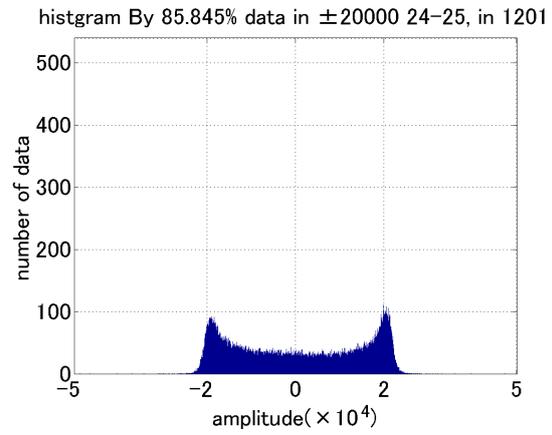
1201N と 1202N のデータにおいて、トンネル内がどの程度ノイズが多いのかについて調べるため、ヒストグラムを作成した。

コイルから取った生のデータをそのまま振幅の値ごとに個数を数え、プロットする。

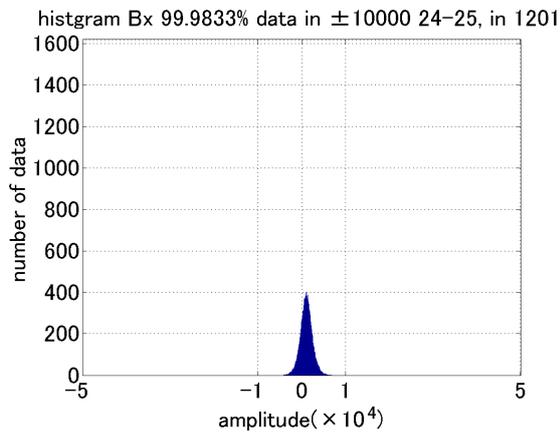
1201N



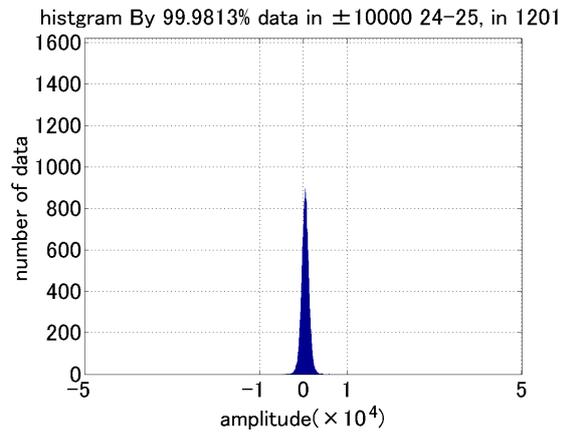
☒ 4.33: 1201N Bx tunnel



☒ 4.34: 1201N By tunnel

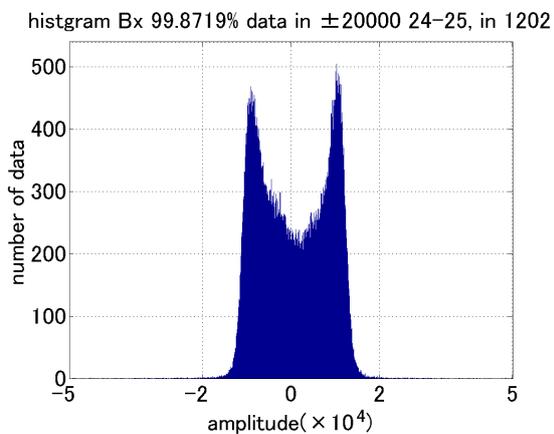


☒ 4.35: 1201N Bx outside

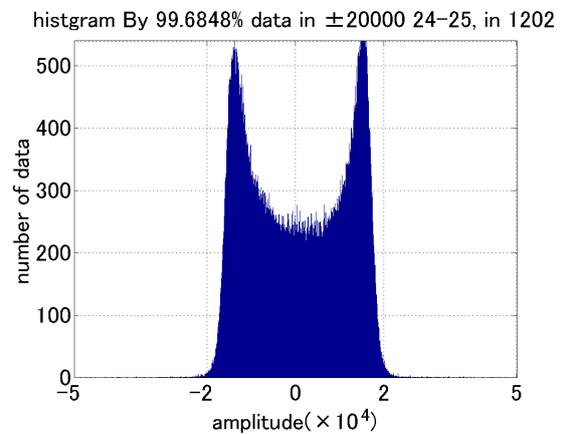


☒ 4.36: 1201N By outside

1202N



☒ 4.37: 1202N Bx tunnel



☒ 4.38: 1202N By tunnel

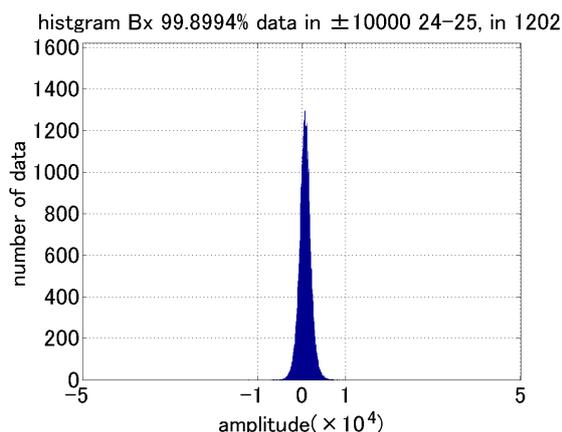


図 4.39: 1202N Bx outside

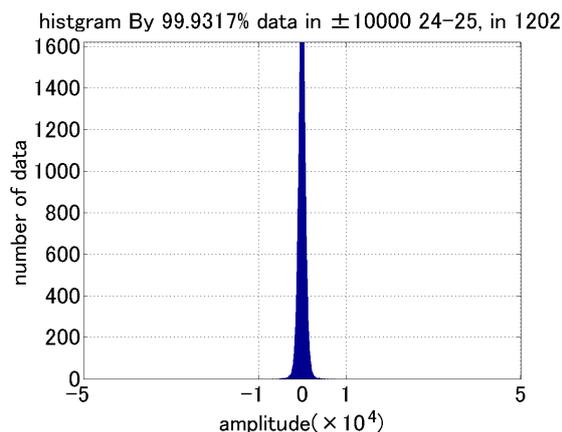


図 4.40: 1202N By outside

ヒストグラムについて考察

時系列データを見る限りでは、トンネル内とトンネル外ではトンネル内のほうが雑音と思われる磁場の大きさがトンネル外よりも大きいということしか見て取れなかったが、この結果から、そもそもその磁場の大きさの分布が大きく違っていることがわかる。見えている磁場の大部分が白色雑音であれば、その振幅はガウス分布をすると考えられ、それをヒストグラムを用いて見れば、ちょうどトンネル外のような形になる。従って、トンネル外ではガウス分布している、白色雑音が大きく見えていると思われる。トンネル内に関しては、中心ではなく左右に山ができていることから、ある程度の磁場強度をもった決まった雑音が定在しているように思われる。トンネル内だけでしか見えていないことから、作業用機器の電気雑音であると考えられる。

また、グラフタイトルにあるパーセントの値は、トンネル内の場合では $-20000 \sim 20000$ までの、トンネル外では $-10000 \sim 10000$ までの振幅内に入っているデータの個数を百分率で表したものになっている。

1201N と 1202N とでは、そもそも大きさが異なっており、一見では 1202N の方がデータ数が多いように見えるが、このヒストグラムは横軸のプロット点数を非常に細かく取ったため、ほとんどの振幅値が細い線となり、見えなくなっているために、少なく見えてしまうだけであり、実際のデータ点数は同じである。従って、まとまって多く見えている 1202N の方が、高い振幅のある値に多くのデータが集まっているということがわかり、1201N よりも強い雑音を受けていると思われる。

5 測定データの解析

測定結果ではシューマン共振がトンネルの内外にて見ることができた。しかし、トンネルによる磁場の軽減効果は見ることができなかった。そこで、この章ではシューマン共振がトンネル内外でどのように現れているのかについて解析を行い、トンネルによる軽減効果が現れていないか探っていく。

5.1 コヒーレンス解析

トンネルの中と外のデータについてコヒーレンス解析を行った。値が1に近いほどデータ間に相関が強いことを意味しているため、これを用いることで中と外で見えている磁場が同じものであるか否かを知ることができる。

なお、コヒーレンスはBxのコイル同士、Byのコイル同士で計算している。

5.1.1 コヒーレンスの定義

ここではコヒーレンスを次の定義式によって計算した、squared cohererency をプロットしている。時系列データ $x(t), y(t)$ のフーリエ変換を $X(f), Y(f)$ とすると、このデータにおけるコヒーレンス $C_{xy}(f)$ を

$$C_{xy}(f) = \frac{|\overline{X(f)Y(f)}|^2}{|X(f)|^2|Y(f)|^2} \quad (5.1)$$

$$(5.2)$$

と定義する。なお、 $X(f)$ の複素共役を $\overline{X(f)}$ で表した。

1201N

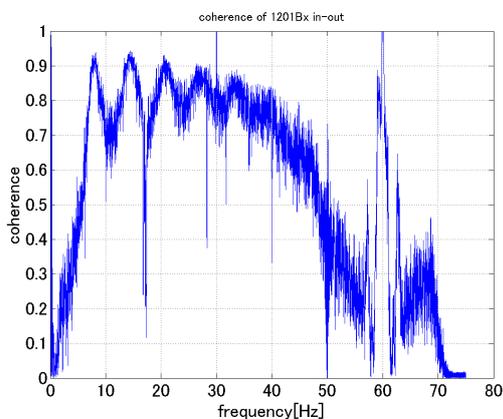


図 5.1: 1201N Bx in-out

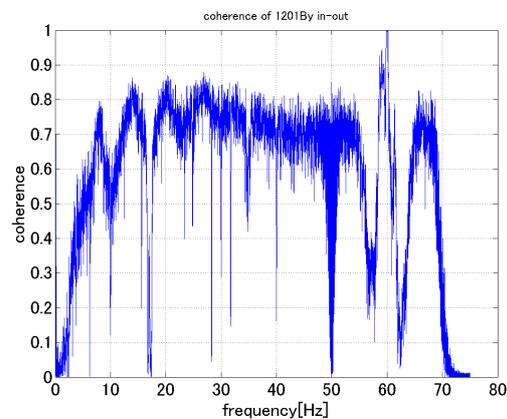


図 5.2: 1201N By in-out

1202N

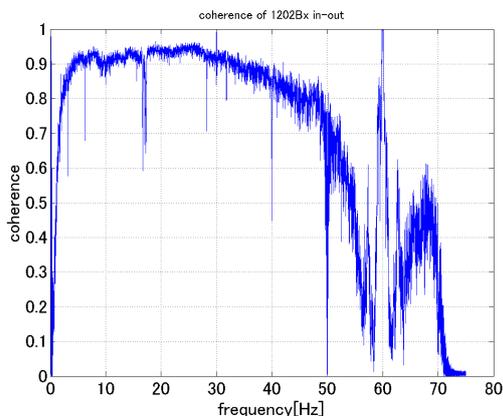


図 5.3: 1202N Bx in-out

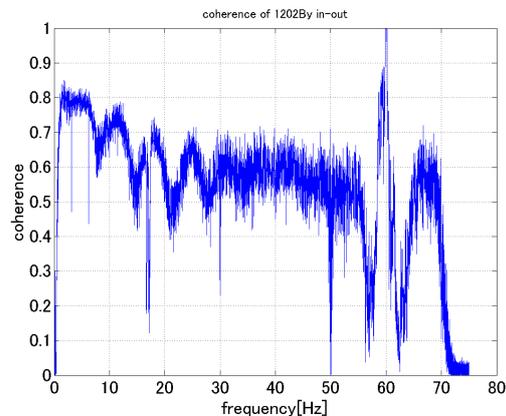


図 5.4: 1202N By in-out

コヒーレンス解析の考察

1201N のデータを見ると、Bx,By とともにシューマン共振の周波数帯でコヒーレンスが1に近づいていることが分かる。これによって、トンネル内外で見えていたシューマン共振が同じものであると考えられる。

次に 1202N のデータでは、Bx のコイルのコヒーレンスは広い周波数帯でほぼ 0.9 以上と高い値になっている。これは雷などのトンネル内外に一貫してあらわれてしまうノイズの影響であると考えられる。その結果、常に内外で同じノイズが見ることができてしまい、シューマン共振が埋もれてしまって見えない状態になってしまっている。By のデータでは、むしろシューマン共振の周波数帯でコヒーレンスの値が低く出ていることが分かる。周りのノイズ部分は高い値を出しているため、この現象として考えられるのはシューマン共振を測定した方向が違っていることが上げられる。すなわち、コイルの向きがずれていることによってシューマン共振の見えている方向が変わり、コヒーレンスの値が下がったということが考えられる。1201N よりもコヒーレンスの値が悪くなっていることから 1 日目と 2 日目でコイルの向きが変わっている恐れがある。

5.2 コイルのずれ

測定終了後のコイル回収時にトンネル内のコイルの向きがずれていることがわかった。上記の結果は全てコイルのずれを考慮していない結果であるが、ここでコイルのずれについて考える。

コイルのずれを回転行列によって補正する。北南方向の磁場の値を BN、東西方向の磁場の値を BE とする。ずれているコイルである Bx、By で得られた値は以下のようになっていると考えられる。

$$Bx = BN \cos\left(17 \times \frac{\pi}{180}\right) - BE \sin\left(17 \times \frac{\pi}{180}\right) \quad (5.3)$$

$$By = BN \cos\left(23 \times \frac{\pi}{180}\right) + BE \sin\left(23 \times \frac{\pi}{180}\right) \quad (5.4)$$

よって次のように行列で書ける。

$$\begin{pmatrix} Bx \\ By \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(17 \times \frac{\pi}{180}) & -\sin(17 \times \frac{\pi}{180}) \\ \cos(23 \times \frac{\pi}{180}) & \sin(23 \times \frac{\pi}{180}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} BN \\ BE \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

従って、逆行列を計算することで BN と BE を Bx、By を用いて表すことができ、以下のようになる。

$$BN = A \left(Bx \sin \left(23 \times \frac{\pi}{180} \right) + By \sin \left(17 \times \frac{\pi}{180} \right) \right) \quad (5.6)$$

$$BE = A \left(-Bx \cos \left(23 \times \frac{\pi}{180} \right) + By \cos \left(17 \times \frac{\pi}{180} \right) \right) \quad (5.7)$$

ただし、 $A = (\cos(17 \times \frac{\pi}{180}) \sin(23 \times \frac{\pi}{180}) + \sin(17 \times \frac{\pi}{180}) \cos(23 \times \frac{\pi}{180}))^{-1}$ である。

以下この式を時系列データに作用させ、BN と BE について解析を行う。

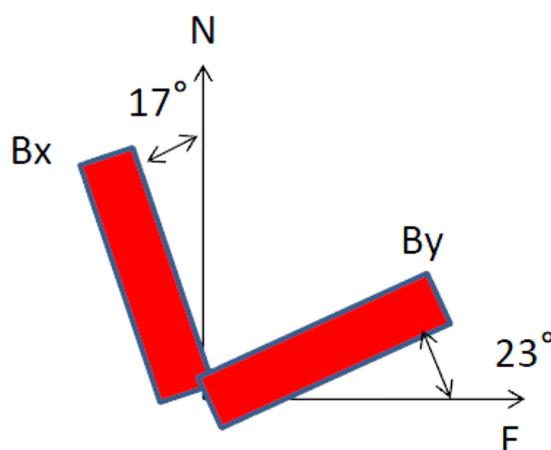


図 5.5: コイルと方角

5.2.1 周波数スペクトル

BN と BE についてパワースペクトルを求める。補正前のパワースペクトルと同様に 24 時-25 時のデータでスペクトルを求めた。

なお、コイルの向きを補正しているのはトンネル内のデータのみであるため、トンネル外のデータは前節のデータと同じであり、ここでは省略している。

1201N

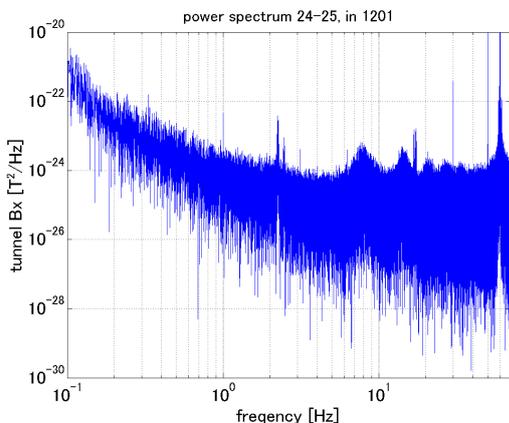


図 5.6: 1201N Bx tunnel

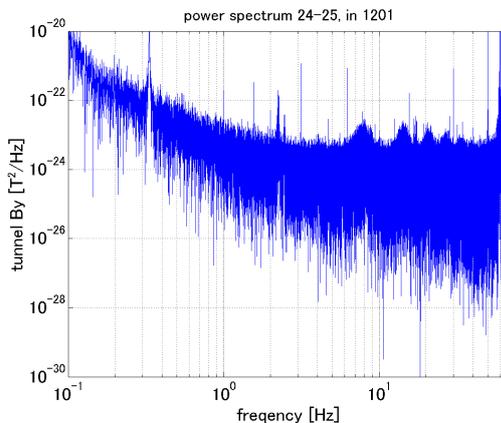


図 5.7: 1201N By tunnel

1202N

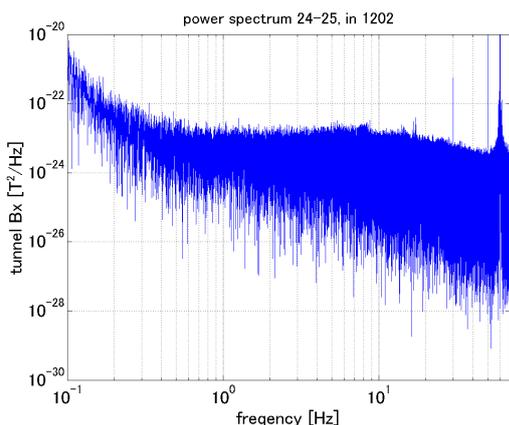


図 5.8: 1202N Bx tunnel

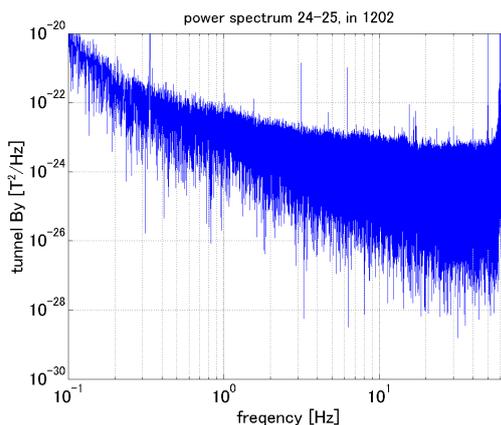


図 5.9: 1202N By tunnel

周波数スペクトルについて考察

補正前のデータと比較すると、大きく変化したようには見られない。しかし、細かく見ていくと何本もたっていたスパイクが消えていたり、逆になかったものが増えていたり変化が表れている。これだけでは向きの議論ができないため、次の解析へと移る。

5.2.2 コヒーレンス解析

ずれを補正したデータにおいて、補正前と同様にトンネル内外でのコヒーレンスを求める。トンネル内外で同じシューマン共振が見えており、かつ、コイルのずれの向きが計測通りであるならば、シューマン共振の周波数帯域でのコヒーレンスが、補正前より1に近づくことが予想される。

1201N

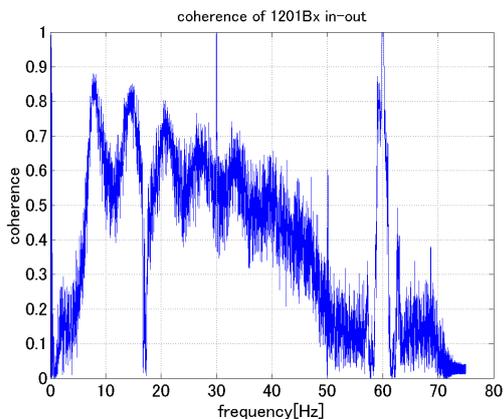


図 5.10: 1201N Bx tunnel-outside

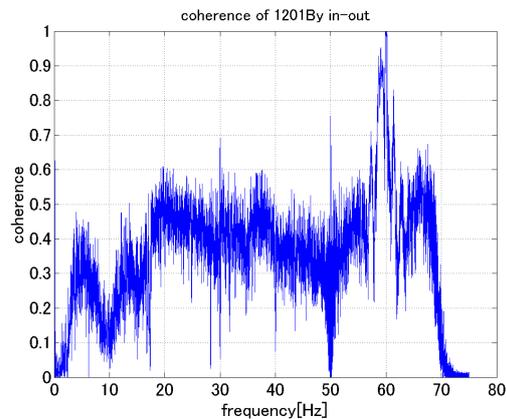


図 5.11: 1201N By tunnel-outside

1202N

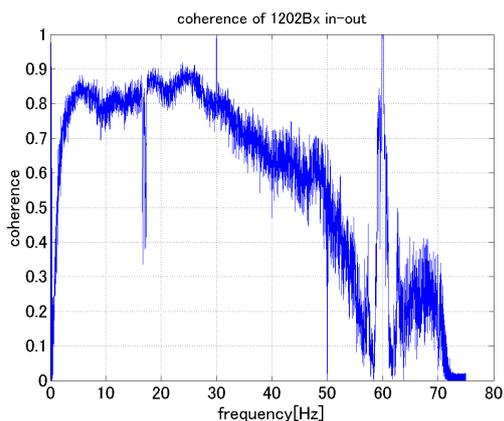


図 5.12: 1202N Bx tunnel-outside

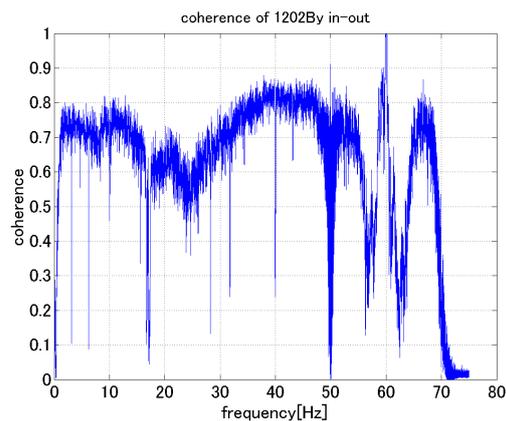


図 5.13: 1202N By tunnel-outside

コヒーレンスおよびコイルの向きについての考察

補正前のデータと比べてみると、コヒーレンスの値が1により近づくという予想に反し、低くなってしまっていることがわかる。従って、補正によりトンネル内のコイルが本来考えていた方向になると考えていたが、この結果が本当に方向を正しい向きへ補正できているとは断定できないと思われる。

また、この補正が正しいかどうか疑わしい点として次のことが考えられる。

1. トンネル内でコンパスによって方向を合わせた
2. ずれている角度が20度ほどと、人の目で判別できるほど大きい
3. ずれていると判断した時はトンネル内はすでに作業中であった

1 番目に関しては、そもそもトンネル内においてコンパスが正しい向きを示していたのかという疑問である。

2 番目に関しては文のとおりであり、初めにコンパスを使って合わせる際にそこまで大きくずれていれば気付くであろうということと、もし2日目以降にずれていたとしても初日の位置を記したマーカーから大きくずれていれば気が付くと考えられる。

3 番目に関しては、トンネル内の作業によって様々な磁場が発生することが予想され、それによってコンパスが正しい向きを指していなかったのではないかという疑問である。

5.3 ずれの検証

前節では測定終了後の機器回収時にコンパスで確認した角度について補正を行った。しかし、その結果を見る限りでは、本当にコイルが正しい向きへ補正されているのか疑問が残るものとなった。そこで、以下の手順によってコイルの向きが正しいものを検証した。

トンネル内のコイルのデータに回転行列を作用させることで回転させ、トンネル内外のコヒーレンスを計算した。コイルの補正が十分に行われ、内外で同じ向きを示しているのであれば、コヒーレンスはコイルを回転させていないときに最もコヒーレンスが高くなっていると考えられる。

今回の解析では、コイルを10度ずつ回転させ、その都度トンネル内外のコヒーレンスを計算した。行列計算の式上、回転角度は0度から170度までで充分である。その中でコヒーレンスが最大となった角度のグラフを以下に示す。

なお、コイルの回転においては右手系を採用し、X軸正方向からY軸正方向へ回る向きを正として計算を行った。

1201N

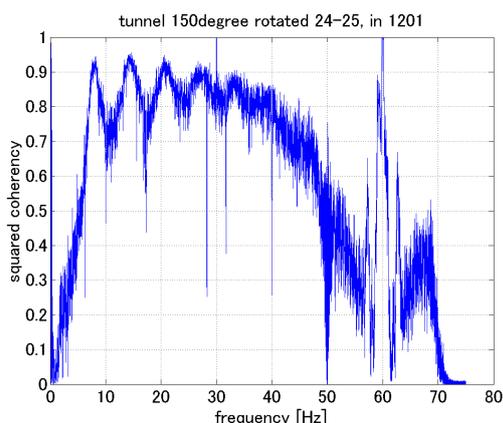


図 5.14: Bx tunnel-outside 150°

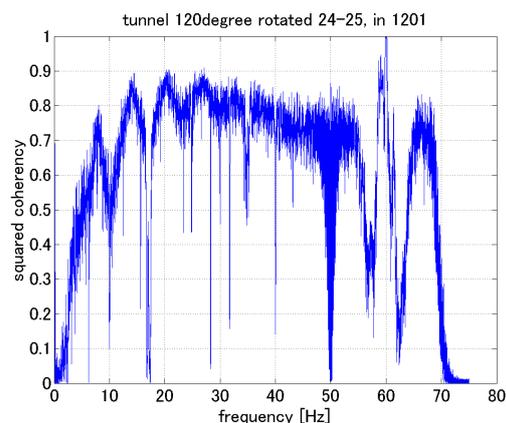


図 5.15: By tunnel-outside 120°

1202N

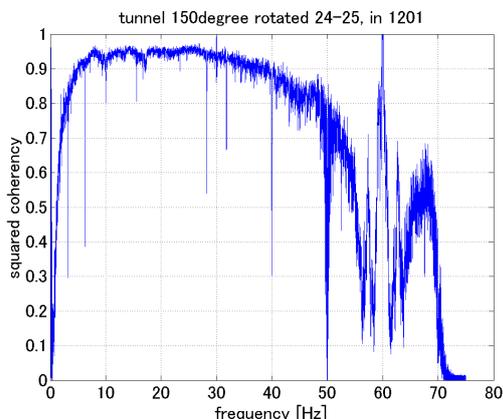


図 5.16: Bx tunnel-outside 150°

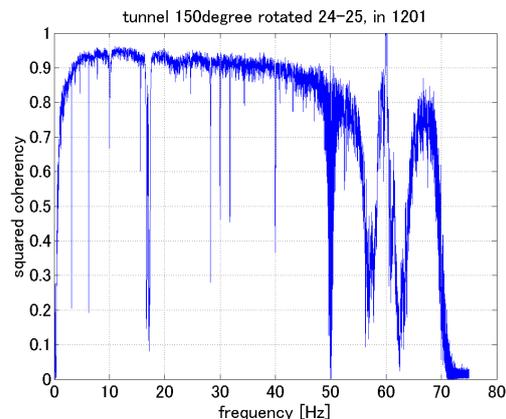


図 5.17: By tunnel-outside 150°

考察

1201N のデータではコヒーレンス最大となったのは Bx が 150 度、By が 120 度であり、いずれも回転していない時ではなかった。

1202N のデータではコヒーレンス最大となったのはどちらのコイルも同じ 150 度であった。

1201N のデータと同じ角度を示した Bx のコイルに関しては、正しい角度が 150 度であるのではないかと考えられるが、By のコイルについては二つのデータは異なる角度を示している。考えられることとして、1 日目と 2 日目とでコイルの向きが変わってしまっていたことがあげられるが、30 度もずれている状態で観測を続けていたとは考えにくい。もう一つ考えられることは、2 日目のデータは前述のとおり雷などによるノイズが多く入っており、正しい向きを示していないということである。

また、仮にどちらも 150 度が正しい向きだとすると、これは元の位置からそれぞれ 20 度程度回転させた後のデータであるので、回転させていない元のデータは向きとしては正しい方向に近い向きを示していたということになる。

5.4 伝達関数

磁場の値自体は常にトンネル内のほうが大きいことが、前章のスペクトル比較から予測される。しかし、トンネルによる磁場の遮蔽効果は高周波ほど大きくなっていくため、この磁場の大きさ比較によって期待される結果としては、シューマン共振の周波数帯において、低周波よりも高周波の方が比較すると小さくなっているということである。本節ではこの効果が見えていないかどうかを解析していく。

5.4.1 振幅比較

前節から、コイルの角度に関してさらなる修正が必要であることが示唆された。そこで、コイルの角度には関係ない方法での解析を考える。

トンネル内外それぞれの B_x, B_y のコイルについて、そのデータの2乗和を計算し、その平方根を求める。これにより得られる値は、トンネル内、トンネル外それぞれの磁場の大きさであると考えられる。この大きさを比較することによって、トンネル内外のコイルがずれていることは影響しないことになる。

以下で示す図はすべてトンネル外の振幅をトンネル内の振幅で割ったものになる。

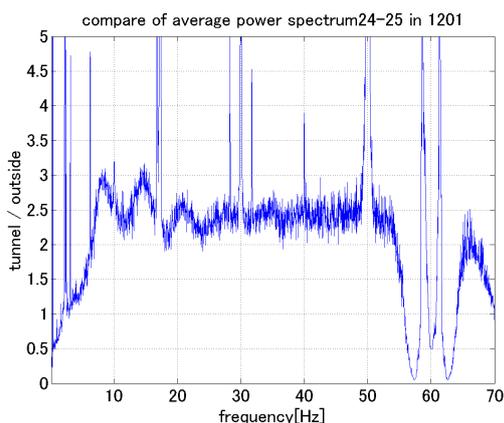


図 5.18: 1201N tunnel / outside

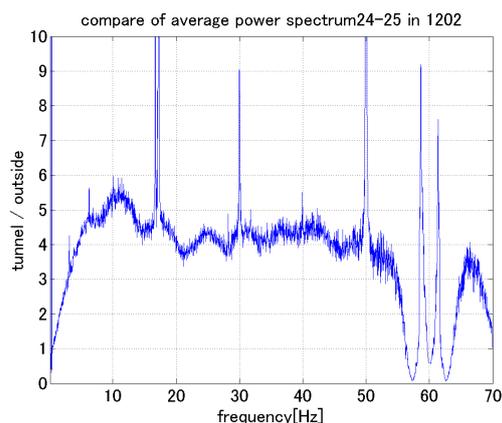


図 5.19: 1202N tunnel / outside

振幅比較についての考察

どちらのデータも、トンネル内のほうが磁場の値が大きいという結果となった。特に1201Nではシューマン共振の周波数帯において明らかに大きくなっており、トンネル内でシューマン共振が増大されているような結果となっている。また結果を見る限り、シューマン共振が高周波ほど低減されているとは考えられない。表皮効果の計算から、7.8Hz付近の1次の波が0.9倍の軽減効果を受けるはずであるのに対し、14Hz付近の2次の波は0.6倍程度の軽減効果を受けるはずであった。しかし、1201Nのデータに至っては2次のほうが大きく見えている。そもそも見て取れるシューマン共振が3次ほどまでであり、以降はフロアレベルに埋まってしまっており、高調波の比較ができない。また、ここでは1時間分しかデータとして示していないが、1202Nのほうは測定時間全体にわたってノイズの影響により、フロアレベルが安定しておらず、シューマン共振がどこにあるかわからないデータも存在した。

5.4.2 伝達関数推定

前節とほぼ同等であるが、本節では matlab コマンドによる伝達関数推定を行った。伝達関数推定の狙いは前節同様、高周波ほどシューマン共振が低減されている様子を見るた

めである。振幅比較との一番の違いは、コイルの向きが影響しているということである。伝達関数は内外のコイルの Bx 同士、By 同士で取得した。

伝達関数の定義

伝達関数の定義式を以下に示す。

入力 $x(t)$ 、出力 $y(t)$ に対し、それぞれのフーリエ変換を $X(f)$ 、 $Y(f)$ で表す。この時、入力から出力への伝達関数 $T(f)$ を

$$T(f) = \frac{\overline{X(f)} * Y(f)}{X(f) * X(f)} \quad (5.8)$$

と定義する。ただし、 \overline{X} は X の複素共役である。

グラフ

上記の定義式で伝達関数を求めると以下のようにになった。なお、それぞれの結果について伝達関数の絶対値を取ったものをプロットしており、トンネル外を入力、トンネル内を出力としている。

1201N

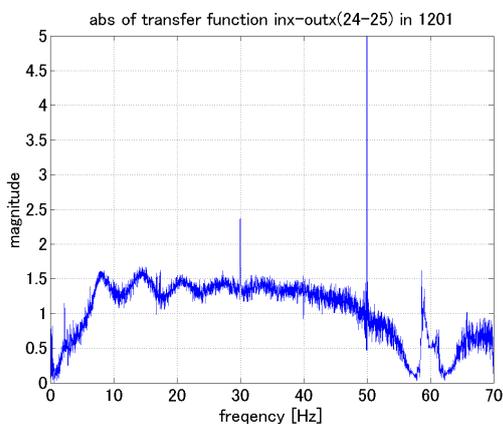


図 5.20: 1201N Bx

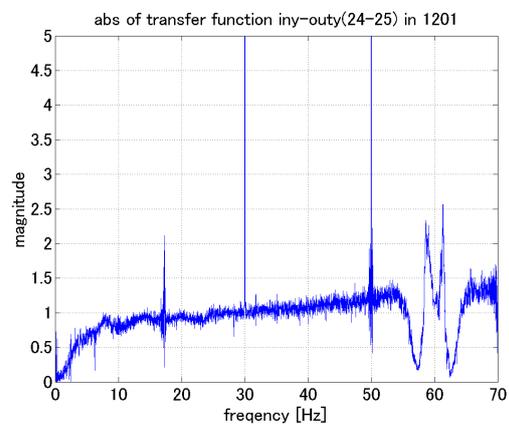


図 5.21: 1201N By

1201N

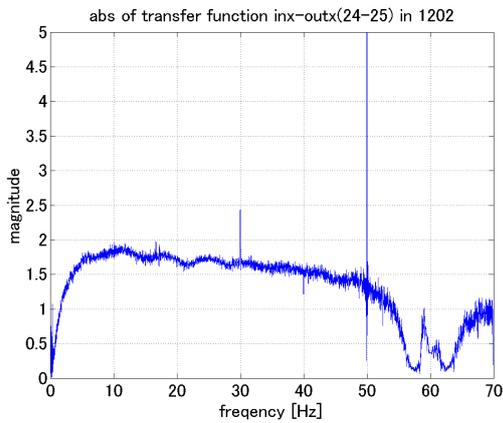


図 5.22: 1202N Bx

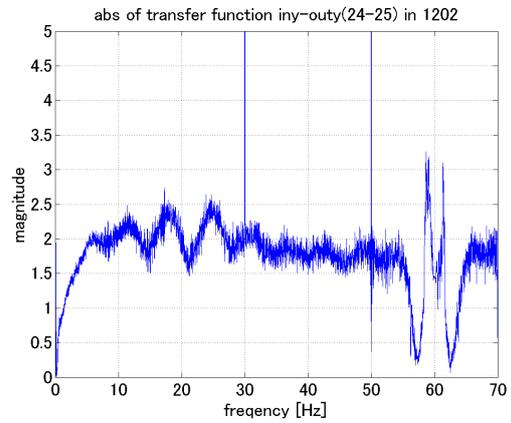


図 5.23: 1202N By

伝達関数について考察

1201N By のデータを除くと、振幅比較と同様に、伝達関数においてもシューマン共振の周波数帯においてトンネル内のほうが大きく出ているという結果となった。また、高調波ほど低減されているという効果も見て取れない。そもそも、シューマン共振であるといえるピークが見えているものは1201N Bx のデータのみであり、それ以外のデータにおいてはシューマン共振が見えているのか疑わしい。1202N By のデータにはピークがあることが見て取れるが、シューマン共振の周波数帯からははずれているように思われる。

6 結論

今回の測定と解析で得られたデータを整理すると

- 周波数スペクトルにおいてトンネル内外ともにシューマン共振を確認することができた
- トンネル内外でのコヒーレンスはシューマン共振の周波数帯で高い値をだし、同じ共振が見えいていることが分かった
- 周波数スペクトル、その平滑化スペクトル、振幅比較、伝達関数の全てにおいてトンネル内の方がシューマン共振が大きく見えいている
- 振幅比較、伝達関数のどちらにおいても、シューマン共振が高調波ほど低減されているという様子は見えていない

となる。すなわち、トンネルによる磁場の低減効果は観測できなかったということになる。

トンネル内のほうがシューマン共振が大きくなってしまっていることについて、トンネルによって電磁波が共振しているのではないかということが考えられるが、そもそもシューマン共振は地球規模の共振であり、その波長は数万 km にもなる。従って 3km のトンネル内で共振することは考えられない。

他にトンネル内のほうがシューマン共振が大きく見えることとなる要因としては、やはりトンネル内の雑音によって、底上げされてしまっていることであろう。周波数スペクトルを見てもトンネル外にはないが、トンネル内には B_x 、 B_y のどちらにも出ているピークがいくつか確認できる (50Hz 等)。また、トンネル内外でのヒストグラムの形がそもそも大きく異なることから、雑音が大きく影響していることは予想できる。

7 今後の課題

今回の解析では、内外でのシューマン共振の軽減とみられるデータは得られなかった。しかし、これからの解析次第ではまだまだ軽減の効果が見られる可能性はあると思われる。

ノイズ

解析するうえで特に目立ったことが、トンネル内のノイズである。測定データを見るまでは、トンネル内は磁場ノイズの少ない環境だと考えていたために、その結果には驚かされた。解析段階では、簡単なノイズフィルターのようなものを作成し、試してみたが、思うように機能しなかったということがあった。そのため、より良いノイズフィルターを作成し、特にトンネル内のデータについてノイズの少ない状態で解析を行うことが今後の課題の一つとして挙げられる。また、KAGRA トンネル内におけるノイズ源を特定することも大きな意味を持つと思われる。そのため、12月に KAGRA 内にあった機器を確認する必要がある。

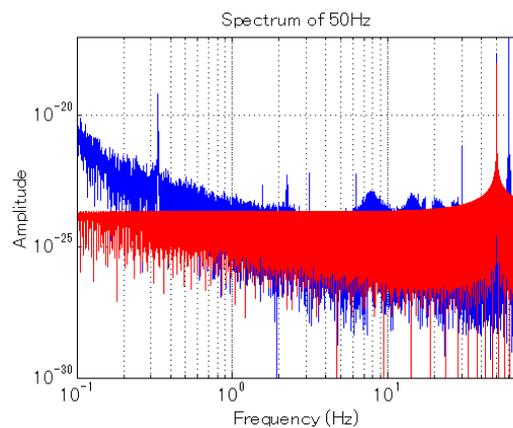


図 7.1: 50Hz 雑音によるフロア

この図はノイズが解析にどのように影響しているのかを示した図である。上記で示したパワースペクトルから求めた振幅と同程度の振幅を持つ 50Hz 正弦波のみをフーリエ変換したものである。入力しているのは 50Hz のみであるが、フロア全体を持ち上げている様子が見て取れる。実際のノイズは綺麗な正弦波ではなく、また振幅もばらついているため、本図と同じ大きさのフロアは持っていないと思われるが、フーリエ変換の時点で同じような現象は起こっていると考えられる。トンネル内の方が 50Hz の振幅が大きく、また他の周波数帯にもトンネル内にしか存在しない雑音が存在しているため、これらの重ね合わせによって、トンネル内の方がフロアレベルが高くなってしまっていることが考えられる。従って、これらのノイズを解析的に取り除いて比較する必要がある。

コイル

もう一点はコイルの向きである。測定終了時にコイルがずれていると判明し、その角度まで測っていたが、解析を行うにつれ、その角度が疑わしくなった。幸いにもトンネル内の二つのコイルはほぼ直交しているため、二つのコイルを用いることで本来取得したかった向きのデータを再現できると考えられる。しかし、その向きの基準をどのように取るかにおいて、トンネル内外のコヒーレンスを参考にしたが、Byのコイルにおいては1日目と2日目で別々の角度となってしまった。そのため本論文では最後までコイルの向きに関して決定できずに終わってしまった。

シミュレーション

シューマン共振の解析について今後すべき事項について記述する。

シューマン共振は、発生地点と、観測する地球上での位置によって観測できる高調波成分の強度が変化するという性質を持っていることが分かっている [1]。これによって、観測できている高調波成分を特定できれば、シミュレーションを用いた解析により、シューマン共振の発生源 (雷などの発生源) を特定することができる。また、世界の重力波検出器の位置はわかっているので、同じシューマン共振が、それぞれの検出器においてどのように観測できるかについても特定することができる。これにより、シューマン共振と重力波による信号とを差別化することができると考えられる。

8 参考文献

参考文献

- [1] A.Nickolaenko and M.Hayakawa, Schumann Resonance for Tyros. Springer Japan 2014
- [2] E.Thrane, N.Christensen, and R.M.S.Schofield. Phys.Rev.D 87.123009 , 2013
- [3] Surkov, V. and M. Hayakawa, Springer, pp.486, 2014.
- [4] 安東 正樹. Fabry-Perot 型レーザー干渉計重力波検出器の制御 東京大学 修士論文, 1996
- [5] 高倉 伸一. 高密度電気・電磁探査法による比抵抗構造の調査と解釈に関する研究, 京都大学 博士論文, 2004
- [6] 高橋 秀俊. 電磁気学, 裳華房, 1959
- [7] 中村 卓史, 三尾 典克, 大橋 正健. 重力波をとらえる-存在の証明から検出へ, 京都大学 学術出版社, 1998
- [8] 中山 正敏. 物質の電磁気学, 岩波書店, 1996
- [9] 日野 幹雄. スペクトル解析. 朝倉書店, 1977
- [10] 矢野 和城. 神岡における環境雑音の測定および非線形光学素子を用いた信号増幅. 東京工業大学 卒業論文, 2014

謝辞

私は、多くの方々の厚いご支援なくして本論文を書くことはできませんでした。ご協力していただいた皆様には、本当にお世話になりました。

私の指導教官である宗宮先生には、この1年間とても多くのことを学ばせて頂きました。重力波検出器の基礎や光学実験の理論、シミュレーションの方法、さらには学問以外のこともたくさんご指導いただきました。また、シューマン共振の測定の機会を私に与えてくださったのも宗宮先生です。心から感謝いたします。

東京大学地震研究所の小河先生には、シューマン共振の測定から解析手法など、本論文の核となることについて詳細に教えていただきました。シューマン共振や地学的な知識が全くなかったため、本当にゼロからのスタートであった私に、熱心にご教授していただきました。また、解析途中での様々な質問に、何度も丁寧にお答えいただいたのも小河先生です。

大阪市立大学の山口先生には、シューマン共振の測定の手法を教えていただきました。測定のためのコイルなどの機材や、移動用の車から作業着まで、測定の際に必要なものすべては山口先生に借していただきました。

大阪市立大学の神田先生には、データ解析について本当にゼロから教えていただきました。また、私のデータ解析の進行状況について、テレビ会議にて皆様にお話しする機会をくださり、とても多くの知見や助言をいただきました。

大阪市立大学の端山先生には、測定の時からデータ解析に至るまで、様々なアドバイスをいただきました。

大阪市立大学の小田さんには、観測のための作業について、右も左もわからない私の面倒を見ていただきました。

博士3年の須佐さんは、私が研究室で使うPCやそのソフト関係のセットアップを手伝ってくださいました。また、普段のゼミや発表練習などの機会では的確な助言をいただきました。

修士2年の加藤さんは、光学実験の基礎やノウハウ、解析ソフトの使い方からお茶の入れ方に至るまで本当に様々なことを教えていただきました。私の疑問にも、私が理解できるまで丁寧に教えていただきました。

修士2年の糸田さんは、行き詰って、困っている私を、いつも優しくフォローしてくださいました。私の些細な悩み事にも、真剣に相談にのっていただき、その都度アドバイスをしてくださいました。

修士1年の矢野さんは、いつも私のことを気にかけてくださいました。時には冗談も交えながら明るく話してくださったおかげで、私はこの研究室に馴染むことができました。また、1年前にKAGRAの磁場測定を行ってくださり、そのデータを私に提供してくださいました。

学部4年の崎浜さんは、いつも私に気さくに話しかけてくださり、卒論の進行具合など、何かと気にかけてくださいました。また、私と同じくデータ解析が卒論のテーマであり、解析ソフトにおけるコードの書き方について助言をしていただきました。

学部4年の片岡さんは、ゼミなどで理解が遅れている私をいつもフォローしてくれました。自分のなすべきことがはっきりとわかっていない私に、的確なアドバイスをしてくれ

ました。一緒に会議などの様々な場へ出席する機会がありましたが、同学年とは思えないほど頼りになり、とても心強かったです。

本当にたくさんの方々に支えられて、この論文を完成させることができました。心から感謝を申し上げます。